

# Quantinotheorie

Ein inhärent relativistischer  
Force-Carrier-Ansatz zur Vereinheitlichung  
von Elektromagnetismus und Gravitation  
auf Basis der Weber-Elektrodynamik

Steffen Kühn

Printversion des Inhalts:

<https://www.quantino-theory.org>

17. November 2018



# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>iii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Vorwort . . . . .	1
1.2 Grundidee . . . . .	2
1.3 Struktur dieser Abhandlung . . . . .	7
<b>2 Theorie</b>	<b>9</b>
2.1 EM-Kraft bei Maxwell . . . . .	9
2.1.1 Kraft zwischen Punktladungen . . . . .	10
Die Quellladung ruht, die Zielladung bewegt sich	12
Die Quellladung bewegt sich, die Zielladung ruht	13
2.1.2 Die Kraft eines Stromelementes . . . . .	15
2.1.3 Lorentzkraftparadoxon . . . . .	18
2.2 EM-Kraft bei Weber . . . . .	23
2.2.1 Kraft zwischen Punktladungen . . . . .	23
2.2.2 Kraft eines Stromelementes . . . . .	27
2.2.3 Feld eines langen geraden Leiters . . . . .	29
2.2.4 Feld beliebiger Leiterschleifen . . . . .	31
2.2.5 Zusammenfassung . . . . .	34
2.3 Beweis der Erhaltungssätze . . . . .	35
2.3.1 Impulserhaltung im Teilchensystem . . . . .	35
2.3.2 Drehimpulserhaltung im Teilchensystem . . . . .	36
2.3.3 Energieerhaltung . . . . .	37
2.3.4 Energieerhaltung im Teilchensystem . . . . .	39
2.4 Schwerkraft als thermodynamischer Effekt . . . . .	41
2.4.1 Plasmatröpfchen-Modell . . . . .	41
2.4.2 Materie und Antimaterie . . . . .	47

2.4.3	Photonen und Paarvernichtung . . . . .	48
2.4.4	Masse-Energie-Beziehung . . . . .	50
2.4.5	Keine Wechselwirkung zwischen Gravitation und elektrischer Kraft . . . . .	52
2.4.6	Apsidendrehung des Merkur . . . . .	53
2.5	Ponderomotorische Kräfte . . . . .	60
2.5.1	Einführung . . . . .	60
2.5.2	Punktteilchen im Wechselfeld . . . . .	63
2.5.3	Gebundenes Teilchen im Wechselfeld . . . . .	66
2.5.4	Teilcheninterferenz am Doppelspalt . . . . .	70
	Nur eine Öffnung vorhanden . . . . .	72
	Es sind zwei Öffnungen vorhanden . . . . .	72
	Polarisationsfilter vor einer der Öffnungen . . . . .	74
2.5.5	Selbstinterferenz . . . . .	75
2.5.6	Teilchen-Teilchen-Wechselwirkung . . . . .	80
2.6	Grundlagen des Botenteilchen-Modells . . . . .	86
2.6.1	Motivation . . . . .	86
2.6.2	Quantino-Modell . . . . .	89
2.6.3	Elektrische Kraft . . . . .	93
2.6.4	Spezielles Relativitätsprinzip . . . . .	95
2.6.5	Trägheit . . . . .	96
2.6.6	Kraftausbreitung . . . . .	98
2.6.7	Relativität der Kraft . . . . .	100
2.6.8	Quantinowellen . . . . .	107
2.6.9	Konstanz der Lichtgeschwindigkeit . . . . .	109
2.7	Quantinofeldtheorie . . . . .	113
2.7.1	Quantinodichte . . . . .	113
2.7.2	Quantinodichtewellen . . . . .	118
	Berechnung . . . . .	118
	Auswertung . . . . .	121
2.7.3	Quantinodruck . . . . .	126
2.7.4	Gleichförmig bewegte Ladungen . . . . .	132
	Rein transversale Bewegung . . . . .	135
	Rein longitudinale Bewegung . . . . .	135
2.7.5	Langsam gleichförmig bewegte Ladungen . . . . .	136
2.7.6	Quantinodruckwellen . . . . .	138
2.7.7	Primärwelle des Hertzsch-Dipols . . . . .	142
2.7.8	Entstehung der elektromagnetischen Welle . . . . .	145

	Ebene Transversale . . . . .	147
	Ebene Longitudinalwelle . . . . .	149
2.7.9	Numerische Feldstärkeberechnungen . . . . .	150
	Algorithmus . . . . .	150
	Verifizierung anhand einer ruhenden Ladung . . . . .	156
	Feld einer schnell bewegten Ladung . . . . .	157
	Dipolstrahlung . . . . .	159
	Feld beim Bohrschen Atommodell . . . . .	161
2.8	Trägheit . . . . .	162
2.8.1	Quantinoeigendruck . . . . .	163
2.8.2	Grundgleichung der Mechanik . . . . .	165
2.8.3	Trägheitskompensation . . . . .	166
<b>3</b>	<b>Anhang</b>	<b>167</b>
3.1	Spezielle Relativitätstheorie . . . . .	167
3.1.1	Lorentztransformation . . . . .	167
3.1.2	Lorentzkontraktion . . . . .	167
3.1.3	Additionstheorem . . . . .	168
3.2	Intervallfunktion . . . . .	169
3.2.1	Definition . . . . .	169
3.2.2	Eigenschaften . . . . .	169
3.2.3	Alternative Definitionen . . . . .	170
3.3	Einschlagsgeschwindigkeit . . . . .	170
3.4	Kraft und verallgemeinertes Potential . . . . .	172
3.5	Formelzeichen und Konstanten . . . . .	173
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>175</b>



# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Vorwort

Die Quantinotheorie ist ein Ansatz zur Erklärung fundamentaler physikalischer Phänomene auf Grundlage der [Weber-Elektrodynamik](#) [Weber, 1893]. Das ist ohne jede Frage radikal, da die beiden Eckpfeiler der Physik, nämlich Quantenmechanik und Relativitätstheorie [Resag, 2017] auf der [Maxwellschen Elektrodynamik](#) basieren. Wie eng diese Verknüpfung ist, wird deutlich, wenn man berücksichtigt, dass es die Maxwellgleichungen sind, die zur Lorentztransformation geführt haben; und zwar bereits vor der Entstehung der Relativitätstheorie. Diese enge Verbindung zwischen Quantenmechanik und Relativitätstheorie einerseits und der maxwellschen Elektrodynamik andererseits hat zur Folge, dass jegliches Hinterfragen der Maxwellgleichungen auch ein Hinterfragen der gesamten modernen Physik darstellt.

Es ist klar, dass sich niemand von Anfang an ernsthaft die Frage stellt, ob die Grundlagen einer Wissenschaft korrekt sind. Stattdessen werden solche Untersuchungen immer erst dann erfolgen, wenn sich bei bestimmten Details hartnäckige Widersprüche ergeben. So war es auch bei der Quantinotheorie, welche mit der Feststellung begann, dass bestimmte Aussagen der maxwellschen Elektrodynamik nicht sinnvoll zu sein scheinen. Daraus entstand dann irgendwann eine gewagte Hypothese zur Erklärung des Magnetismus und der Relativität. Mittlerweile ist die Quanti-

notheorie längst mehr als das, insbesondere da klar geworden ist, dass sie zu einer Elektrodynamik führt, die vor den Maxwellgleichungen populär war und von Wilhelm Weber und Carl Friedrich Gauß stammt. Stark pauschalisiert lässt sich sagen, dass sich die Quantinotheorie mit allen Aspekten der modernen Physik auf Basis der Weber-Elektrodynamik anstelle der Maxwell-Elektrodynamik beschäftigt.

Beim Lesen des Folgenden sollte klar sein, dass ein derart junger Ansatz wie die Quantinotheorie nicht in kurzer Zeit das überprüfen kann, was in mehr als einhundert Jahren durch zahlreiche Wissenschaftler erarbeitet wurde. Es muss daher damit gerechnet werden, dass manches unausgereift ist, vieles was wichtig erscheint fehlt und manches vielleicht sogar falsch ist. Allerdings wäre es unangemessen zu behaupten, dass die Quantinotheorie bloße Spekulation darstellt. Dazu ist sie in sich selbst zu stimmig und schlüssig. Insbesondere wird der Leser feststellen, dass sich viele Fragestellungen der modernen Physik im Kontext der Quantinotheorie radikal vereinfachen lassen und geradezu anschaulich werden. Es besteht daher die begründete Hoffnung, dass es nicht noch einmal einhundert Jahre erfordern wird, um diesen neuen Ansatz auf den Stand zu bringen, den man von einer gut ausgearbeiteten Theorie erwartet.

Es wird angemerkt, dass es sich bei dem hier vorliegenden Text um eine automatisch erzeugte und leicht gekürzte Printversion des Inhalts des Website <https://www.quantino-theory.org> handelt. Das bedeutet unter anderem, dass die Animationen, welche auf der Website vorhanden sind, in diesem Text nur durch ihre Previews repräsentiert sind.

## 1.2 Was ist die Grundidee?

Das Kernkonzept der Quantinotheorie ist ein Force-Carrier-Modell, welches die beiden [Einsteinschen Postulate](#) einfach schon von sich aus ohne eine Raumzeit erfüllt. Die daraus ableitbare Feldtheorie geht für den Grenzfall kleiner Ladungsgeschwindigkeiten jedoch nicht in die [Maxwell-Elektrodynamik](#) sondern in die [Weber-Elektrodynamik](#) über. Aufbauend darauf lassen sich zahlreiche physikalische Effekte neu interpretieren und erklären. Beispielsweise ist es möglich zu zeigen, dass es sich bei der Gravitation um einen elektrischen Effekt vierter Ordnung handelt. Des



Weiteren scheint die Quantinotheorie einen interessanten Ansatz zu liefern, mit dem sich anschaulich erklären lässt was Photonen sind, welcher Mechanismus hinter der Planckkonstante steckt und wie es zu quantenmechanischen Effekten kommt.

Grundsätzlich lässt sich sagen, dass die Quantinotheorie zusammen mit der Weber-Elektrodynamik eine Einheit bildet, genauso wie die heutige Standardphysik mit der maxwellschen Elektrodynamik. Die wesentliche Eigenschaft der Weber-Elektrodynamik besteht darin, dass sie das elektromagnetische Feld nicht in einen elektrischen und magnetischen Anteil zerlegt, sondern stattdessen die magnetische Kraft vollständig und logisch stimmig auf die relativistische Verformung des elektrischen Feldes aller Punktladungen zurückführt. Sie ist nicht mit der Maxwellschen Elektrodynamik kompatibel. Ungeachtet dessen entsprechen die experimentellen Vorhersagen der Weber-Elektrodynamik denen der Maxwellschen Elektrodynamik in vielerlei Hinsicht. Es gibt aber auch Unterschiede, wobei die Weber-Elektrodynamik in diesen Fällen zu einfacheren und sinnvoller wirkenden Vorhersagen gelangt [[O’Rahilly, 1965](#)].

Wie bereits geschrieben wurde, entstand die Quantinotheorie nicht mit dem Ziel zu untersuchen, wie die physikalischen Gesetze beschaffen sein müssten, wenn anstelle der Maxwellschen Elektrodynamik die Weber-Elektrodynamik korrekt wäre. Dass sie zur Weber-Elektrodynamik führt, war eine spätere Erkenntnis. Stattdessen bestand der [Ausgangspunkt](#) darin anzunehmen, dass elektrische Ladungen Force-Carrier (Botenteilchen, Messenger-Particles) - Quantinos genannt - aussenden und auf deren hinreichend lang andauernde Anwesenheit in der Umgebung in Form einer Impulsänderung reagieren. Die Quantinotheorie ist damit eine [Korpuskeltheorie](#), allerdings eine, bei der die Force-Carrier mit zufälligen Emissions-Geschwindigkeiten emittiert werden.

Bewegt sich nun eine Ladung relativ im Feld einer anderen Ladung, so nimmt diese Ladung das erzeugte Quantinofeld anders wahr, als dies für eine ruhende Ladung der Fall wäre. Der Grund hierfür ist die Zeitdauer, mit der sich ein Quantino in der Nähe der Bezugsladung aufhält. Dieser zeitliche Wirkungsquerschnitt sorgt dafür, dass die mittlere Kraftwirkung zwischen elektrischen Ladungen nicht nur vom Abstand, sondern auch von der Relativgeschwindigkeit und sogar von der Relativbeschleunigung abhängt. Wie sich zeigen lässt, führt dieser Ansatz zum Einen

im Grenzfall kleiner Relativgeschwindigkeiten zur galilei-invarianten Weberkraft und zum Anderen dazu, dass die Ausbreitung von elektromagnetischen und gravitativen Wellen immer unabhängig von der Relativgeschwindigkeit aller Beteiligten mit Lichtgeschwindigkeit erfolgt.

Dass das so möglich ist, erstaunt zunächst ganz erheblich: Offenbar gibt es neben der Idee der Raumzeit noch eine deutlich einfachere Erklärungsmöglichkeit für die relativistischen Effekte, deren Existenz die Quantintheorie nicht in Frage stellt. In Frage stellt sie lediglich die Interpretation und die Art der mathematischen Modellierung. Diese sollte sich nämlich so eng wie möglich am zugrunde liegenden physikalischen Prozess orientieren und die Einführung neuer Zusatzdimensionen vermeiden.

Leider ist die Quantintheorie keine vollständig äquivalente Darstellung des Bisherigen. Stattdessen steht sie mit der speziellen und der allgemeinen Relativitätstheorie im gleichen Verhältnis, wie die Weber-Elektrodynamik zur maxwellschen Elektrodynamik: Sie kommt in vielen Aspekten zu vergleichbaren experimentellen Vorhersagen, ist jedoch nicht zu einhundert Prozent identisch. Weiterhin ist die mathematische Struktur stark verschieden, da das vierdimensionale Prinzip der Relativität von Zeit und Raum durch das einfachere dreidimensionale Prinzip der Relativität der Kraft ersetzt wird. Es gibt Analysen die zeigen, dass dieser Ansatz zu einer äquivalenten Dynamik führt ([Tiandho, 2016], [Szostek, 2018]). So lässt sich beispielsweise das bekannte Bertozzi-Experiment [Bertozzi, 1964] durch eine relativistische potentielle Energie anstatt durch eine relativistische kinetische Energie erklären.

Aufgrund ihrer Einfachheit und Anschaulichkeit erleichtert die Quantintheorie die Analyse und Interpretation zahlreicher physikalischer Phänomene, auch solcher, die bislang als vollkommen unverstanden gelten. Im Nachfolgenden werden einige wichtige aufgezählt:

1. In der Weber-Elektrodynamik wird angenommen, dass die elektrische Kraft relativ ist und von der Differenzgeschwindigkeit zwischen Quelle und Empfänger abhängt. Dieser Umstand macht es möglich nicht nur den Magnetismus, sondern auch die Gravitation direkt auf die elektrische Kraft zurückzuführen. Die Grundidee besteht dabei darin anzunehmen, dass alle Elementarteilchen gebundene Partikel sind, die in ihrem Inneren zwei beinahe gleich große elektrische Ladungsmengen mit gegensätz-

lichem Vorzeichen enthalten (Plasmatröpfchen-Modell). Die elektrischen Ladungen selbst werden als vollkommen masselos betrachtet. Stattdessen wird gezeigt, wie durch eine leichte Unsymmetrie bei den Geschwindigkeitsvarianzen (Plasmatemperatur) eine schwache Kraft entsteht, die in allen Eigenschaften genau der Gravitation entspricht. Dadurch erhält auch die schwere Masse - wie schon der Magnetismus - den Status eines Sekundäreffektes der elektrischen Kraft.

2. Des Weiteren wird durch das Plasmatröpfchen-Modell der Quantinotheorie verständlich, weshalb massebehaftete Teilchen immer ein Antimaterie-Gegenstück besitzen. Gleichzeitig sagt die Quantinotheorie eine abstoßende Kraft zwischen Materie und Antimaterie voraus und bietet damit eine Erklärung für die Expansion des Universums und für die Baryonenasymmetrie.

3. Die Masse-Energie-Beziehung  $E = m c^2$  lässt sich thermodynamisch begründen.

4. Die Gravitationsformel der Quantinotheorie erklärt die Periheldrehung des Merkur.

5. Die Quantinotheorie erklärt, weshalb bei nichtrelativistischen Relativgeschwindigkeiten Gravitation und Elektromagnetismus entkoppelt sind und den Eindruck vermitteln, zwei verschiedene Grundkräfte zu sein.

6. Die Quantinotheorie erklärt, weshalb Standardmaterie eine Trägheit besitzt: Wenn nämlich elektrische Ladungen oder neutrale gebundene Partikel ihre Geschwindigkeit ändern, also beschleunigt werden, müssen sie mit einem Teil des von ihnen selbst erzeugten Quantinofeldes in Wechselwirkung treten. Es kommt daher zwangsläufig zu einer Kraft, die der Beschleunigung genau entgegen gerichtet ist. Das ermöglicht die Herleitung der newtonschen Gesetze und der Formel  $F = m a$ .

7. Es kann gezeigt werden, dass in der Quantinotheorie das Äquivalenzprinzip der Allgemeinen Relativitätstheorie gilt.

8. In der Quantinotheorie ist es weiterhin möglich, **masselose** Teilchen - wie Photonen - als echte Materieteilchen zu interpretieren. Dazu wird vorausgesetzt, dass in ihnen die Ladungsmengen exakt gleich groß sind

und sie sich so nah beieinander aufhalten, dass sich sogar die trägen Massen gegenseitig kompensieren. Aufgrund der gleich großen Ladungsmengen bilden sie ihr eigenes Antiteilchen und reagieren nur dann auf die Gravitation, aber auch auf die elektrische Kraft, wenn die in ihnen enthaltenen Ladungen in Schwingung geraten. Kleinste Kräfte beschleunigen sie sofort auf Maximalgeschwindigkeit relativ zur Kraftquelle, wobei die Photonen selbst wieder wellenförmige und lichtgeschwindigkeitsschnelle Störungen im Quantinofeld erzeugen.

**9.** Des Weiteren erklärt die Quantinotheorie die Formeln  $E = h f$  und  $p = h/\lambda = h/c f$ . Bei einem schwingenden Photon kommt es nämlich periodisch zu einer instantanen Ladungstrennung bis bei maximaler Auslenkung die enthaltenen Ladungen plötzlich ihre Trägheit spüren. Daraus folgt, dass ein mit der Frequenz  $f$  schwingendes Photon  $f$ -mal pro Sekunde eine träge Masse besitzt. Mit zunehmender Frequenz steigt also die mittlere träge Masse. Daher ist beim Photon sowohl die Energie, als auch der Impuls direkt proportional zur Frequenz. Ein Photon besitzt damit eine (träge) Bewegungsmasse  $m = h/c^2 f$ , jedoch keine Ruhemasse.

**10.** Die Deutung von Photonen mit Hilfe des Plasmatröpfchen-Modells erlaubt es, den photoelektrischen Effekt sowie den Compton-Effekt anschaulich zu erklären.

**11.** Das Plasmatröpfchen-Modell ermöglicht eine anschauliche Erklärung der Quantenmechanik. Es wird nämlich möglich das besondere Verhalten von Teilchen bei atomaren Abständen auf eine bislang vollkommen unbeachtet gebliebene klassische Kraft zurückzuführen welche dann entsteht, wenn die elektrischen Ladungsmengen in den Elementarteilchen schwingen. Die durch die Schwingungen entstehenden Kraftfluktuationen führen zu ponderomotorischen Kräften. Diese Kräfte können sogar interferieren und auf die Quelle selbst zurückwirken, indem sie reflektiert werden. Dadurch ist es erstmals möglich, dass quantenmechanische Doppelspaltexperiment vollkommen widerspruchsfrei in anschaulicher und logisch befriedigender Weise zu deuten. Insbesondere wird klar, wie einzelne Elektronen oder Photonen mit sich selbst interferieren. Interpretationen wie die Kopenhagener Deutung können vermieden werden.

**12.** Es wird möglich anschaulich zu erklären, weshalb ein System aus

dicht benachbarten Elektronen und Protonen nur diskrete Energien besitzen kann.

**13.** Das Photonen-Modell der Quantinotheorie erklärt weiterhin, weshalb sich elektromagnetische Wellen immer scheibenförmig quer zu einer Stabantenne ausbreiten und wieso es keine elektrischen Longitudinalwellen gibt.

## 1.3 Struktur dieser Abhandlung

Es gibt verschiedene Möglichkeiten jemanden mit der Quantinotheorie vertraut zu machen. Eine besteht darin, direkt mit der Erklärung des Force-Carrier-Modells zu beginnen. Die mathematische Modellbildung dieses physikalischen Prozesses ist jedoch alles andere als trivial, während die qualitative Erklärung sehr philosophisch wirkt und nicht mehr in die heutige auf kleinste Details konzentrierte Zeit zu passen scheint.

Der Autor hielt es daher für sinnvoll, vor der Beschreibung des eigentlichen Force-Carrier-Modells zunächst in Abschnitt 2.1 das Problem der klassischen Elektrodynamik zu erläutern. Dieses Problem lautet Maxwellgleichungen: insbesondere wenn man diese für die Berechnung der Bahnkurven von Punktladungen verwendet. In Abschnitt 2.2 wird dann die elektromagnetische Erweiterung der Coulombkraft - die Weberkraft - eingeführt und mit der „Maxwellkraft“ verglichen. Dabei wird deutlich, dass es sich beim Magnetismus lediglich um einen Effekt von vielen handelt und dass die Dualität von elektrischer und magnetischer Feldstärke ein Artefakt der Maxwellgleichungen darstellt.

In Abschnitt 2.3 folgen dann einige Beweise die zeigen, dass die Weberkraft die Erhaltungssätze der Physik erfüllt. Anschließend wird in Abschnitt 2.4 gezeigt, dass es sich bei der Gravitation ganz eindeutig um einen thermodynamischen elektrodynamischen Effekt handelt.

Anschließend wird es dann in Abschnitt 2.5 etwas hypothetischer. Konkret wird der Frage nachgegangen, ob es sich bei den quantenmechanischen Effekten um Phänomene handelt, die mit den Schwingungen des Plasmas in den Elementarteilchen zusammenhängen. Dass alle Elementar-

teilchen aus Plasma bestehen, war eine Folge des Abschnitts zuvor. Der Abschnitt 2.5 wird zeigen, dass dem tatsächlich so sein könnte, da durch Plasmaschwingen ponderomotorische Kräfte entstehen.

In Abschnitt 2.6 folgt dann schließlich die eine anschauliche Einführung in die Grundidee und in die Grundkonzepte der eigentlichen Quantinotheorie. Anschließend wird in Abschnitt 2.7 die zugehörige relativistische Feldtheorie erarbeitet und gezeigt, dass im Grenzfall kleiner Relativgeschwindigkeiten die Weberkraft folgt. Zu guter Letzt folgt dann in Abschnitt 2.8 eine Analyse des Effekts der Trägheit und eine Herleitung der newtonschen Gesetze auf Basis der zuvor geschaffenen Feldtheorie.

# Kapitel 2

## Theorie

### 2.1 Die elektromagnetische Kraft in der maxwellschen Elektrodynamik

Die Maxwellgleichungen haben sich mehr als ein Jahrhundert lang bei der Beschreibung elektromagnetischer Wellen sehr bewährt. Ihr Aufstieg zur alleinigen Theorie des Elektromagnetismus beginnt mit einem Artikel von James Clerk Maxwell im Jahre 1865 [Maxwell, 1865]. In diesem Artikel zeigt er, dass sich aus dem kompletten Satz der Maxwellgleichungen unter Einbeziehung des Verschiebungsstroms eine Wellengleichung ableiten lässt, bei der sich elektromagnetische Störungen des Feldes mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Seine Vermutung war, dass es sich bei Licht um ein elektrisches Phänomen handeln würde. Im Jahre 1886 gelang es dann Heinrich Hertz erstmals elektromagnetische Wellen experimentell zu erzeugen und nachzuweisen [Hertz, 1887]. Da die Weber-Elektrodynamik nicht mit dem Gaußschen Gesetz kompatibel ist, geriet sie von da ab zunehmend in Vergessenheit, allerdings nie völlig ([O’Rahilly, 1965], [Assis, 1994])

Es steht außer Frage, dass die Maxwellgleichungen für die Beschreibung elektromagnetischer Wellen gut geeignet sind. Allerdings sind elektromagnetische Wellen schnelle Phänomene, die sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Die Maxwellgleichungen funktionieren jedoch weit weniger gut, wenn man die elektromagnetischen Kräfte zwischen sehr langsamen,

gleichförmig bewegten Punktladungen berechnen möchte. Im Nachfolgenden wird auf diese Problematik näher eingegangen. Eine hervorragende und sehr empfehlenswerte Arbeit zu diesem Thema ist im Übrigen [Anonymous, 2018], welche dieses Thema noch weit umfassender, aber aus einem anderen Sichtwinkel untersucht.

### 2.1.1 Die Kraft zwischen zwei langsam gleichförmig bewegten Punktladungen

Wir wollen nun die elektromagnetische Kraft einer sich gleichförmig bewegenden Punktladung auf eine andere gleichförmig bewegte Punktladung berechnen. Eine Näherungsformel für diese Kraft ist das Coulombgesetz. Allerdings vernachlässigt das Coulombgesetz die magnetische Kraft. Um die vollständige Kraft zu erhalten benötigt man der Standardtheorie folgend eine spezielle Lösung der Maxwellgleichungen. Für Punktladungen gelangt man zu den [Liénard-Wiechert-Potentialen](#) ([Lehner, 2004], Seite 618).

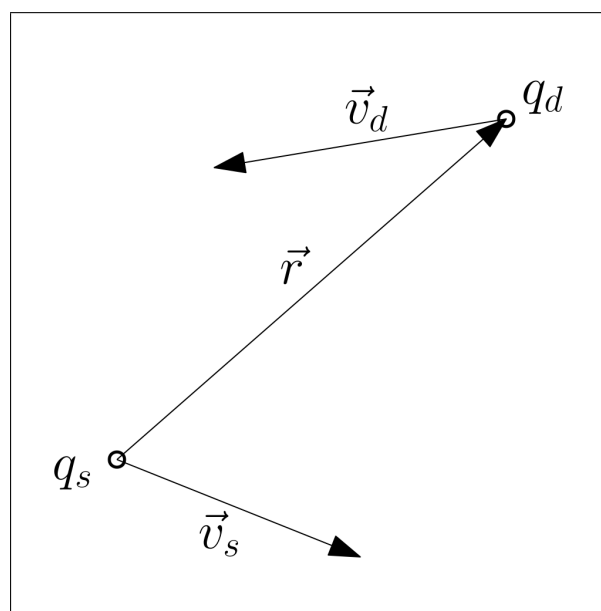


Abbildung 2.1: Quellladung und Zielladung



Für das Potential  $\varphi$  gilt hier die Beziehung

$$\varphi = \frac{c q_s}{4 \pi \varepsilon_0 \sqrt{(c^2 t - \vec{v}_s \vec{r})^2 + (c^2 - v_s^2) (r^2 - c^2 t^2)}}, \quad (2.1)$$

falls sich die Punktladung  $q_s$  zum Zeitpunkt  $t = 0$  am Koordinatenursprung befindet und sich von dort mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_s$  gleichförmig entfernt. Das Vektorpotential  $\vec{A}$  lautet unter diesen Umständen

$$\vec{A} = \frac{\vec{v}_s}{c^2} \varphi. \quad (2.2)$$

Das elektrische und magnetische Feld erhält man ganz allgemein durch die Gleichungen ([Lehner, 2004], Seite 451)

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \quad (2.3)$$

und

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}. \quad (2.4)$$

Für den speziellen Fall der gleichförmig bewegten Punktladung folgt aus den Formeln (2.1) und (2.2) demzufolge das elektrische Feld

$$\vec{E} = \frac{c q_s (c^2 - v_s^2) (\vec{r} - \vec{v}_s t)}{4 \pi \varepsilon_0 \sqrt{(r^2 - c^2 t^2) (c^2 - v_s^2) + (c^2 t - \vec{r} \vec{v}_s)^2}^3}. \quad (2.5)$$

und die magnetische Flussdichte

$$\vec{B} = \frac{\vec{v}_s}{c^2} \times \vec{E}. \quad (2.6)$$

Das Ziel der weiteren Berechnung besteht darin, die Kraft der elektrischen Punktladung auf eine andere elektrische Punktladung aus den Feldern zu einem bestimmten Zeitpunkt zu berechnen. Wir setzen dazu ohne Einschränkung der Allgemeinheit in Gleichung (2.5) den Zeitpunkt der Betrachtung zu  $t = 0$  und erhalten

$$\vec{E} = \frac{c q_s (c^2 - v_s^2) \vec{r}}{4 \pi \varepsilon_0 \sqrt{r^2 (c^2 - v_s^2) + (\vec{r} \vec{v}_s)^2}^3} \quad (2.7)$$

Die Formel (2.6) bleibt davon unbeeinflusst.

Tatsächlich messbar sind nicht die Felder  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$ , sondern nur deren Kraftwirkungen auf Probeladungen. Um die Kraft  $\vec{F}$  der Ladung  $q_s$  auf eine andere Punktladung  $q_d$  zu berechnen, benötigt man zusätzlich noch deren Geschwindigkeit  $\vec{v}_d$  und die Formel der Lorentzkraft  $\vec{F} = q_d \vec{E} + q_d \vec{v}_d \times \vec{B}$ . Die Maxwellgleichungen liefern damit letztendlich die Formel

$$\vec{F}_M(\vec{r}, \vec{v}_s, \vec{v}_d) = \zeta_M(\vec{v}_s, \vec{r}) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r^3} \left( \vec{r} + \frac{1}{c^2} \vec{r} \times \vec{v}_s \times \vec{v}_d \right) \quad (2.8)$$

für die Kraft einer gleichförmig bewegten idealen Punktladung  $q_s$  auf eine andere gleichförmig bewegte ideale Punktladung  $q_d$ . Dabei ist der einheitenlose, skalare Vorfaktor  $\zeta_M$  definiert durch

$$\zeta_M(\vec{v}_s, \vec{r}) := \frac{c (c^2 - v_s^2)}{\sqrt{(c^2 - v_s^2) + \left(\frac{\vec{r}}{r} \vec{v}_s\right)^2}} \approx 1 + \frac{v_s^2}{2 c^2} - \frac{3}{2} \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \frac{\vec{v}_s}{c} \right)^2. \quad (2.9)$$

Wir wollen nun die Formel (2.8) etwas näher untersuchen und analysieren, welchen Einfluss die Geschwindigkeiten  $\vec{v}_s$  und  $\vec{v}_d$  haben und wie die Kraft von der Richtung der Geschwindigkeiten abhängt.

### Die Quellladung ruht, die Zielladung bewegt sich

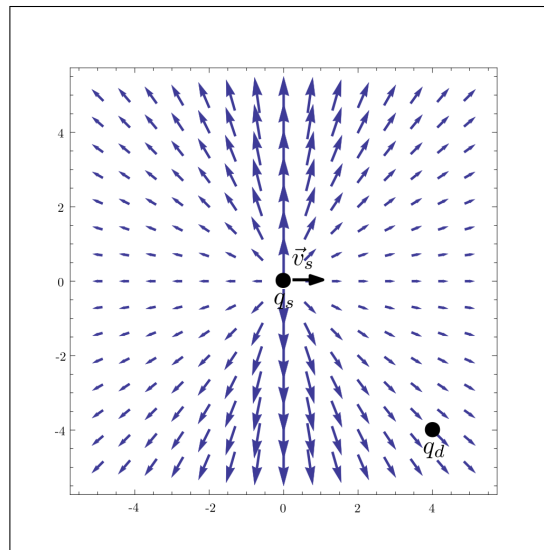
Als erstes setzen wir  $\vec{v}_s = 0$ , d.h. wir betrachten einen Fall, bei dem die Quellladung  $q_s$  ruht und sich die Zielladung mit einer beliebigen Geschwindigkeit  $\vec{v}_d$  bewegt. Gleichung (2.8) vereinfacht sich damit zu

$$\vec{F}_M(\vec{r}, \vec{0}, \vec{v}_d) = \zeta_M(\vec{0}, \vec{r}) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r^3} \vec{r} = \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (2.10)$$

was unschwer als das Coulombgesetz zu erkennen ist. Falls die Quellladung  $q_s$  das gleiche Vorzeichen besitzt, wie die Zielladung  $q_d$ , so wirkt die resultierende Kraft genau in Richtung des Abstandvektors  $\vec{r}$  andernfalls in die Gegenrichtung (Siehe Skizze 2.1).

Bemerkenswert ist, dass die Maxwellkraft  $\vec{F}_M$  für eine ruhende Quellladung überhaupt nicht von der Geschwindigkeit  $\vec{v}_d$  der Zielladung abhängt! Hier tritt die Lorentzinvarianz der elektrischen Ladung in der Maxwell'schen Elektrodynamik besonders deutlich zu Tage.

### Die Quellladung bewegt sich, die Zielladung ruht



**Abbildung 2.2:** Die Pfeile zeigen die Richtung und die ungefähre Stärke der Kraft die eine sehr schnell bewegte Ladung am Koordinatenursprung auf eine an der jeweiligen Stelle ruhenden Probeladung ausüben würde.

Für den Fall, dass sich die Quellladung  $q_s$  bewegt, aber die Zielladung  $q_d$  ruht, folgt

$$\vec{F}_M(\vec{r}, \vec{v}_s, \vec{0}) = \zeta_M(\vec{v}_s, \vec{r}) \frac{q_s q_d}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \vec{r}, \quad (2.11)$$

was diesmal nicht der Coulombkraft entspricht, da  $\zeta_M(\vec{v}_s, \vec{r})$  im Allgemeinen nicht Eins ergibt. Aber auch hier gilt wieder, dass die Kraft  $\vec{F}_M$  immer parallel zum Abstandsvektor  $\vec{r}$  ausgerichtet ist, da der dimensionslose, skalare Vorfaktor  $\zeta_M$  nicht die Richtung sondern nur die Stärke der Kraft beeinflussen kann.

Analysiert man den Vorfaktor  $\zeta_M(\vec{v}_s, \vec{r})$  so stellt man fest, dass der Zahlenwert vom Winkel zwischen Abstandsvektor  $\vec{r}$  und Geschwindigkeit  $\vec{v}_s$

abhängt. Für  $\vec{v}_s \perp \vec{r}$  ist

$$\zeta_M^\perp = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_s^2}{c^2}}} = \gamma(v_s) \quad (> 1), \quad (2.12)$$

wobei  $\gamma$  der Lorentzfaktor ist. Für  $\vec{v}_s \parallel \vec{r}$  gilt hingegen

$$\zeta_M^\parallel = 1 - \frac{v_s^2}{c^2} = \gamma(v_s)^{-2} \quad (< 1). \quad (2.13)$$

Man kennt eine derartige Feldverformung im Übrigen auch von der Masse. Der Effekt wurde dort früher Longitudinal- und Transversalmasse genannt.

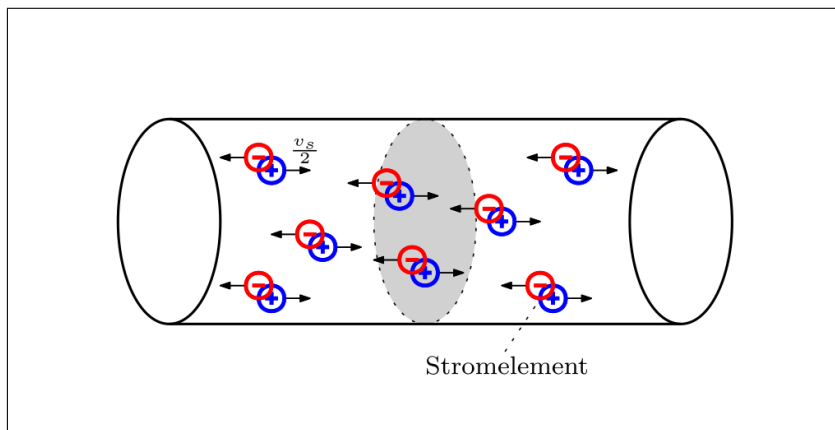
Damit ist nun klar, dass es in der maxwellschen Elektrodynamik einen Unterschied darstellt, ob sich die Quelle oder der Empfänger der Kraft bewegt. Solange die Quelle ruht, nimmt eine bewegte Punktladung immer nur die normale Coulombkraft wahr. Im umgekehrten Fall ist es jedoch komplizierter, denn die Stärke der Kraft die eine bewegte Punktladung auf eine ruhende Probeladung ausübt, hängt ganz davon ab, ob sich die Punktladung seitlich an einer Probeladung vorbeibewegt oder ob sie sich auf direkter Linie nähert oder entfernt. Eine seitlich vorbeifliegende Ladung erzeugt eine Kraft, die gegenüber der Coulombkraft verstärkt ist. Eine Ladung die sich hingegen nähert oder entfernt ist in ihrer Wirkung abgeschwächt.

Schon wegen des Auftretens der Lorentzfaktoren ist klar, dass es sich hierbei um einen relativistischen Effekt handelt. Irritierend ist jedoch die **Unsymmetrie**. Es gilt also nicht die Regel Kraft gleich Gegenkraft. Damit ist die Impulserhaltung verletzt. Die Situation wird noch unübersichtlicher, wenn alle Geschwindigkeiten ungleich Null sind, da in diesem Fall zusätzlich zum  $\zeta_M$ -Faktor noch der Kreuzproduktterm in Gleichung (2.8) zur Wirkung kommt. Es sei dem Leser überlassen, sich zu überlegen in welche speziellen Richtungen die Kraft abgelenkt wird. Es wird an dieser Stelle lediglich darauf hingewiesen, dass die Kraft im Allgemeinen nicht mehr auf die Quelle zeigt und dass die elektromagnetische Kraft in der maxwellschen Elektrodynamik **keine Zentralkraft** darstellt. Daraus folgt sofort, dass die Drehimpulserhaltung verletzt ist.

### 2.1.2 Die Kraft eines Stromelementes auf eine langsam bewegte elektrische Punktladung

Wir wollen nun mit Hilfe der Formel (2.8) die Kraft berechnen, die elektrische Ströme auf einzelne bewegte Punktladungen ausüben. Im Gegensatz zu den Kräften, die einzelne Punktladungen auf andere Punktladungen bewirken, sind Kräfte von Gleichströmen messtechnisch gut erfassbar. Wie sich herausstellen wird, steht die merkwürdige Formel (2.8) - sofern es um Ströme geht - in Einklang mit dem Experiment.

Für die Berechnung benötigen wir zunächst einen Zwischenschritt. Dieser besteht darin, sich eine positive elektrische Ladung  $q_s$  vorzustellen, die sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_s/2$  bewegt, während sich eine zweite gleichgroße negative Ladung  $-q_s$  am gleichen Ort mit der Geschwindigkeit  $-\vec{v}_s/2$  bewegt. Wir wollen diese Struktur im Weiteren als **Stromelement** bezeichnen.



**Abbildung 2.3:** Elektrischer Strom ist die Anzahl an Ladungsträgern, die pro Zeiteinheit die graue Fläche durchdringen.

Es ist klar, dass sich die beiden entgegengerichtet bewegenden Ladungen schon nach kurzer Zeit nicht mehr am gleichen Ort befinden. Stellt man sich jedoch viele Stromelemente in einer Linie angeordnet vor, so wird klar, dass es zu jedem Zeitpunkt immer zwei entgegengesetzt gleich große Ladungen an einem Ort gibt, da die Nachbarn immer wieder die abgeflossenen Ladungsträger ersetzen. Eine solche Linie stellt einen Gleichstrom dar, denn der elektrische Strom ist definiert als die Anzahl an Ladungsträgern die pro Zeiteinheit durch eine Fläche quer zur Bewegungsrichtung dringen.

Abbildung 2.3 verdeutlicht diesen Zusammenhang in Form einer Skizze. Die positiven Ladungsträger dringen hier von links kommend durch die graue Fläche, während die negativen von rechts kommen. Der resultierende Strom ist im Übrigen exakt gleich groß zu dem Strom den man hätte, wenn sich die positiven Ladungsträger gar nicht bewegen würden und sich die negativen Ladungsträger mit der doppelten Geschwindigkeit nach links bewegten. Dieser Umstand wird später noch eine wichtige Rolle spielen.

Wir wollen nun die Kraft  $\vec{F}_{MC}$  berechnen, die ein einzelnes Stromelement am Koordinatenursprung auf eine bewegte Probeladung  $q_d$  am Ort  $\vec{r}$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_d$  ausübt. Wegen Formel (2.8) ist

$$\begin{aligned} \vec{F}_{MC} = & \zeta_M \left( -\frac{\vec{v}_s}{2}, \vec{r} \right) \frac{(-q_s) q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r^3} \left( \vec{r} - \frac{1}{2 c^2} \vec{r} \times \vec{v}_s \times \vec{v}_d \right) + \\ & \zeta_M \left( +\frac{\vec{v}_s}{2}, \vec{r} \right) \frac{(+q_s) q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r^3} \left( \vec{r} + \frac{1}{2 c^2} \vec{r} \times \vec{v}_s \times \vec{v}_d \right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Da  $\zeta_M(-\vec{v}_s/2, \vec{r})$  wegen Definition (2.9) gleich  $\zeta_M(\vec{v}_s/2, \vec{r})$  ist, lässt sich Formel (2.14) weiter zu

$$\vec{F}_{MC} = \zeta_M \left( \frac{\vec{v}_s}{2}, \vec{r} \right) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r^3} \frac{1}{c^2} \vec{r} \times \vec{v}_s \times \vec{v}_d \quad (2.15)$$

vereinfachen.

Wir formen den Ausdruck (2.15) noch weiter um und schreiben

$$\vec{F}_{MC} = \left[ v_s \zeta_M \left( \frac{\vec{v}_s}{2}, \vec{r} \right) \right] \cdot \left[ \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r^3} \frac{1}{c^2} \vec{r} \times \frac{\vec{v}_s}{v_s} \times \vec{v}_d \right]. \quad (2.16)$$

Der zweite Term des Produktes in Formel (2.16) hängt nun nicht mehr vom Betrag  $v_s$  der Geschwindigkeit  $\vec{v}_s$  ab. Für den ersten Term kann man eine Taylorreihenentwicklung bezüglich  $v_s$  durchführen. Dabei erkennt man, dass

$$v_s \zeta_M \left( \frac{\vec{v}_s}{2}, \vec{r} \right) = v_s + \mathcal{O}(v_s^2) \quad (2.17)$$

gilt. Damit erhalten wir dann die Näherung zweiter Ordnung

$$\vec{F}_{MC} \approx \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0 c^2 r^3} \vec{r} \times \vec{v}_s \times \vec{v}_d, \quad (2.18)$$

die vollkommen ausreichend ist, da sich bei elektrischen Strömen die Ladungsträger nicht nur sehr viel langsamer als mit Lichtgeschwindigkeit, sondern sogar langsam im Vergleich zu üblichen Alltagsgeschwindigkeiten bewegen. Man kann nun noch die elektrische Feldkonstante  $\epsilon_0$  durch  $1/(\mu_0 c^2)$  ersetzen und etwas umformen. Schließlich gelangt man zu

$$\vec{F}_{MC} = q_d \vec{v}_d \times \vec{B} \quad (2.19)$$

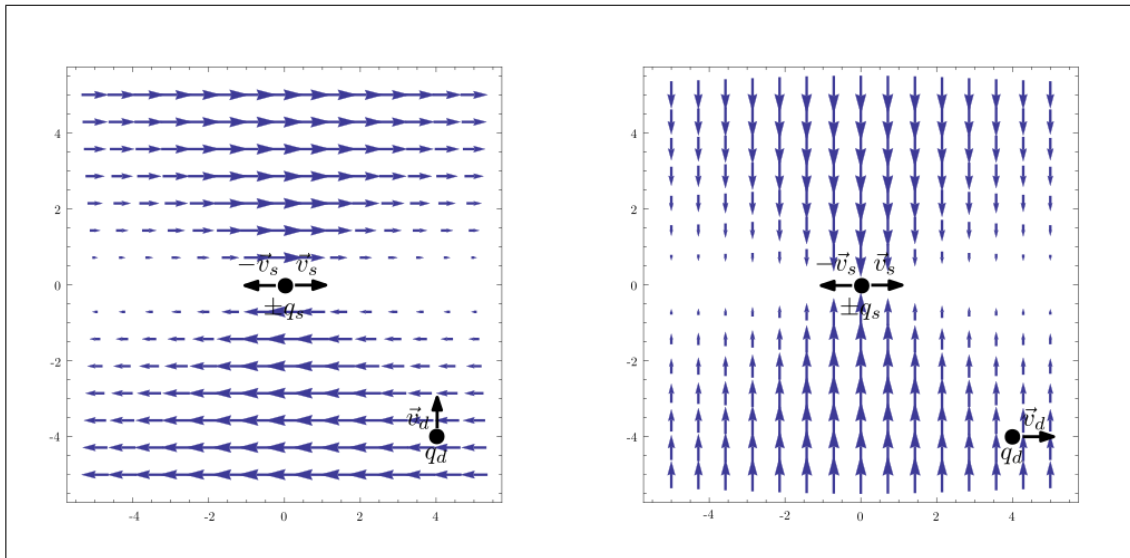
mit

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} (q_s \vec{v}_s) \times \frac{\vec{r}}{r^3}. \quad (2.20)$$

Wie sofort zu erkennen ist, handelt es sich bei Gleichung (2.19) um das Lorentzkraftgesetz und bei (2.20) um das Biot-Savart-Gesetz.

Was heißt das? Nun, zum Einen bedeutet das, dass die Formel (2.8) für beliebige Stromschleifen zu den richtigen experimentellen Vorhersagen führt. Das war aber auch nicht anders zu erwarten, denn Gleichung (2.8) wurde ja letztlich aus den Maxwellgleichungen abgeleitet. An dieser Stelle viel wichtiger ist es jedoch festzustellen, dass sich bereits zwei einzelne elektrische Punktladungen wie ein kleines Stück Draht verhalten, dass man aus einer Leiterschleife herausgeschnitten hat. Aus diesem Grund ist es in der maxwellschen Elektrodynamik letztlich immer möglich, über beliebige Leiterschleifen zu integrieren. Der Kreuzproduktterm stellt automatisch sicher, dass das Ergebnis auch nach der Integration passt. Die Integration selbst aber hat für die Erklärung der magnetischen Kraft keine Bedeutung, denn sie überlagert lediglich die einzelnen Teilmagnetfelder zu einem Gesamtmagnetfeld. Abbildung 2.4 zeigt die unlogisch erscheinende Kraft eines Stromelementes auf zwei unterschiedlich bewegte Probeladungen.

Was weiterhin auffällt ist, dass der interessante, relativistisch wirkende Term (2.9) nichts zur Erklärung der magnetischen Kraft beiträgt, da er in Ausdruck (2.17) schon durch die Näherung zweiter Ordnung herausgefallen ist. Wie später klar werden wird, ist der Kreuzproduktterm eine Art „bug fix“ um die magnetische Kraft bei Strömen doch noch richtig zu beschreiben. In späteren Abschnitten wird gezeigt werden, wie sich die magnetische Kraft viel besser durch eine einfache symmetrische Zentralkraft, nämlich die Weberkraft, erklären lässt. Doch bevor wir dazu kommen, soll ein wichtiges Paradoxon der Maxwellschen Magnetostatik



**Abbildung 2.4:** Die Pfeile zeigen die Richtung und die ungefähre Stärke der Kraft die eine Probeladung durch ein Stromelement am Koordinatenursprung erfahren würde, wenn sie sich an der jeweiligen Stelle befände. Auf der linken Seite bewegt sich die Probeladung nach oben, auf der rechten Seite nach rechts. Es ist deutlich zu erkennen, dass das Stromelement auch dort eine Lorentzkraft erzeugt, wo es garnicht ist.

erläutert werden, welches Hendrik Antoon Lorentz zur Entwicklung der Lorentztransformation zwang.

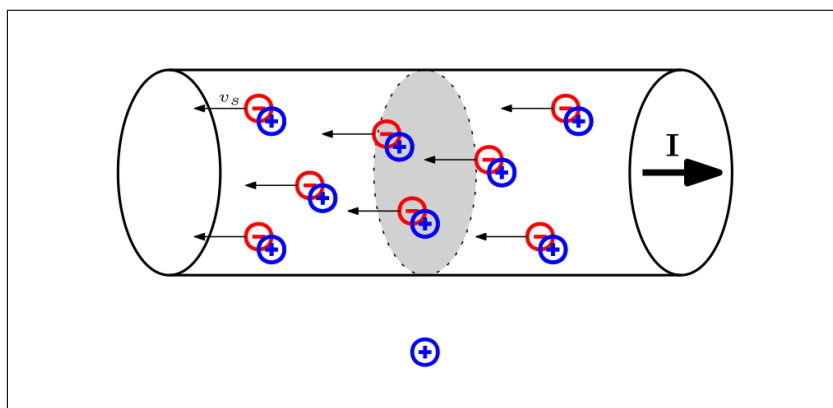
### 2.1.3 Das Lorentzkraftparadoxon

Im Zusammenhang mit Abbildung 2.3 wurde bereits erwähnt, dass der elektrische Strom nicht von der Geschwindigkeit der Stromelemente an sich, sondern nur von der Differenzgeschwindigkeit der positiven und negativen Ladung in einem Stromelement abhängt. Abbildung 2.5 verdeutlicht diesen Umstand noch deutlicher.

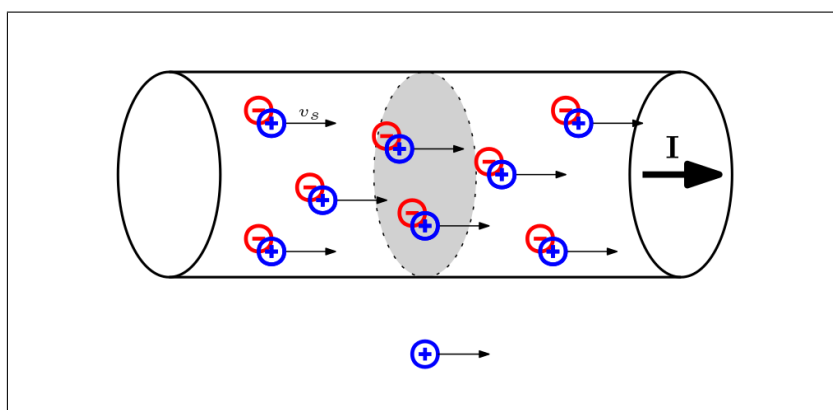
In einem ruhenden stromdurchflossenen Metalldraht ruhen die Atomrümpfe, während sich die Elektronen mit einer Driftgeschwindigkeit  $v_s$  bewegen. Dies entspricht genau dem Fall, der in Abbildung 2.5 gezeigt ist. Die Anzahl der negativen Ladungsträger die pro Zeiteinheit die graue Fläche durchdringen entspricht dem Strom im Draht.

Abbildung 2.6 zeigt den Draht und die Probeladung aus Sicht eines Beobachters, der sich mit der Geschwindigkeit  $v_s$  nach links bewegt. Es





**Abbildung 2.5:** Das Magnetfeld eines Stroms wirkt nicht auf ruhende Probeladungen.

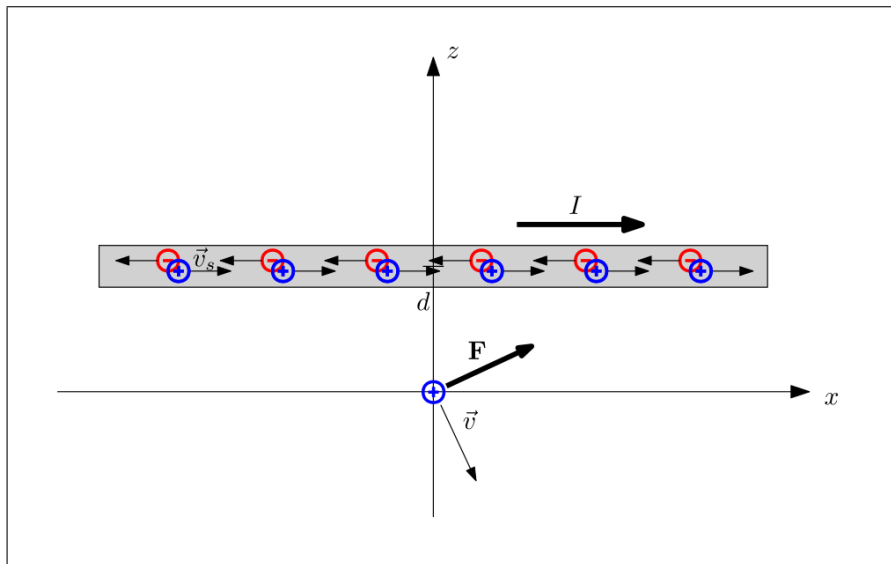


**Abbildung 2.6:** Die gleiche Situation wie zuvor aus einem Bezugssystem betrachtet, welches sich mit den Elektronen mitbewegt.

ist nun wichtig zu verstehen, dass sich die bewegte Ladungsmenge pro Zeiteinheit nicht verändert. Das bedeutet, dass sich formal der gleiche Strom ergibt. Zwar besteht dieser Strom nun aus positiven Ladungsträgern, dafür bewegen sich diese jedoch in die Gegenrichtung.

Dem Biot-Savart-Gesetz zufolge erzeugt ein unendlich langer stromdurchflossener Draht ein Magnetfeld, dessen Stärke direkt proportional zum Strom ist. Das bedeutet, dass in beiden Fällen das gleiche magnetische Feld entstehen müsste. Da Magnetfelder keinen Einfluss auf ruhende Ladungen haben, wirkt im ersten Fall keine Kraft auf die sich unterhalb des Drahtes befindliche Probeladung. Im zweiten Fall gilt das nicht, da sich die Probeladung bewegt. Dies scheint ein Widerspruch zu sein, denn ob ein Objekt beschleunigt wird oder nicht, kann nicht davon abhängen, aus welchem Inertialsystem heraus ein unbeteiligter Beobachter den Vorgang betrachtet.

Die maxwellsche Elektrodynamik löst diesen Widerspruch, indem sie statt der Galileitransformation die **Lorentztransformation**, d.h. die Gleichungen (3.1) und (3.2), zu Grunde legt. In der speziellen Relativitätstheorie nimmt eine **parallel** zum Draht bewegte Ladung eine andere Stromstärke wahr, als eine ruhende. Gleichzeitig ist für die bewegte Ladung der Draht nicht länger elektrisch neutral. Die Änderung der magnetischen Kraft wird durch die hinzugekommene elektrische Kraft genau kompensiert. Auf diese Transformation von Strom in Ladung wird beispielsweise in [Lehner, 2004] auf Seite 656 oder in [Orear, 1979] auf Seite 359 eingegangen.



**Abbildung 2.7:** Konfiguration: Unendlich langer, stromdurchflossener Draht und eine nicht parallel dazu bewegte Probeladung.

Die Lorentztransformation kann allerdings nicht die Kraft erklären, die eine Probeladung  $q$  erfährt, die sich **nicht parallel** zum Draht bewegt. Das soll im Nachfolgenden mathematisch anhand des Modells des unendlich langen, geraden, stromdurchflossenen Leiters nachgewiesen werden. Die Abbildung 2.7 zeigt die Konfiguration im Laborsystem, d.h. der stromdurchflossene Draht ruht und die punktförmige Probeladung  $q$  bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit  $\vec{v} = (e_x, e_y, e_z) v$ . Für die Zahlen  $e_x$ ,  $e_y$  und  $e_z$  soll gelten  $e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 = 1$ .

Im Laborsystem befinden sich die positiven Ladungen im Draht zum Zeitpunkt  $t$  jeweils am Ort  $\vec{r}_+(t) = (x + v_s t, 0, d)$ . Wir wollen diese Bewegungsgleichung in das Ruhesystem der Probeladung transformieren.

Wir verwenden dazu die erste Gleichung der Lorentztransformation (3.1) und erhalten

$$\vec{r}'_+ = \vec{r}_+(t) + (\gamma(v) - 1) \vec{r}_+(t) \cdot \vec{v} \frac{\vec{v}}{v^2} - \gamma(v) \vec{v} t \quad (2.21)$$

Diese Gleichung hängt aber noch von  $t$  und nicht  $t'$  ab. Wir benötigen daher noch die zweite Gleichung (3.2) der Lorentztransformation. Des weiteren setzen wir  $t' = 0$ , da wir uns für die Situation interessieren, die zu dem Zeitpunkt vorliegt, an dem sich die Probeladung genau am Koordinatenursprung befindet. Es folgt

$$t' = \gamma(v) \left( t - \frac{1}{c^2} \vec{r}_+(t) \cdot \vec{v} \right) = 0, \quad (2.22)$$

d.h.

$$t = \frac{v (d e_z + x e_x)}{c^2 - v v_s e_x} \quad (2.23)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (2.23) in die Formel (2.21) und anschließender Taylorreihenapproximation erster Ordnung bezüglich  $v_s$  und  $v$  gelangt man zu

$$\vec{r}'_+ \approx \begin{pmatrix} x + \frac{v v_s}{c^2} (d e_z + x e_x) \\ 0 \\ d \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Die Orte der negativen Ladungen im Draht erhält man entsprechend durch Ersetzung von  $v_s$  mit  $-v_s$ , d.h.

$$\vec{r}'_- \approx \begin{pmatrix} x - \frac{v v_s}{c^2} (d e_z + x e_x) \\ 0 \\ d \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Wir nehmen nun einmal an, dass die Ladungen im Draht eine Kraft entsprechend dem Coulombgesetz auf die Probeladung in ihrem Ruhesystem ausüben würden. Die Gesamtkraft des Drahts würde sich dann durch das Integral

$$\vec{F} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q \lambda}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{(-\vec{r}'_+)}{\|\vec{r}'_+\|^3} + \frac{q (-\lambda)}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{(-\vec{r}'_-)}{\|\vec{r}'_-\|^3} dx \quad (2.26)$$

berechnen lassen. Dabei steht  $\lambda$  für die Ladungsdichte der positiven Ladungsträger des Drahtes im Laborsystem. Die Ladungsdichte der negativen Ladungen im Draht beträgt dementsprechend  $-\lambda$ , da der Draht im Laborsystem elektrisch neutral ist und die Lorentzkontraktion (Siehe Abschnitt 3.1.2) in den transformierten Koordinaten (2.24) und (2.25) bereits enthalten ist.

Für kleine  $v_s$  lautet die Lösung des Integrals

$$\vec{F} \approx \frac{q v v_s \lambda}{c^2 \pi d \varepsilon_0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ e_x \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Zum Abschluss nutzen wir noch aus, dass für den Strom im Draht die Beziehung  $I = \lambda v_s + (-\lambda)(-v_s) = 2 \lambda v_s$  gilt und ersetzen  $\varepsilon_0$  mit  $1/(c^2 \mu_0)$ . Damit folgt dann

$$\vec{F} = \frac{q \mu_0 I}{2 \pi d} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ e_x \end{pmatrix} v. \quad (2.28)$$

Dies entspricht **nicht** der magnetischen Kraft, die der Draht in einem Experiment auf die Probeladung ausüben würde! Die korrekte Formel lautet stattdessen

$$\vec{F} = \frac{q \mu_0 I}{2 \pi d} \begin{pmatrix} -e_z \\ 0 \\ e_x \end{pmatrix} v. \quad (2.29)$$

Man erkennt aber, dass zumindest für  $e_z = 0$  eine Übereinstimmung vorliegt. Die hier durchgeführte Berechnung entspricht also vom Ergebnis her dem was auch in [Lehner, 2004] oder in [Orear, 1979] gezeigt wird.

Das bedeutet, dass die Lorentztransformation die magnetische Kraft nicht vollständig erklären kann. Stattdessen benötigt man für die korrekte Vorhersage der experimentellen Ergebnisse den vierdimensionalen Feldstärketensor. Des weiteren muss man sich damit abfinden, dass die magnetische Kraft für nichtparallele Bewegungen **einfach so da ist** und man ihre Existenz nicht durch die Relativität erklären kann. Wie

noch gezeigt werden wird, lässt sich im Gegensatz dazu in der Weber-Elektrodynamik und der Quantinotheorie das magnetische Feld komplett auf die Differenzgeschwindigkeiten zwischen allen Punktladungen zurückführen. Das stellt eine erhebliche Vereinfachung und einen deutlichen Erkenntnisgewinn dar. Des weiteren legt allein schon das die Vermutung nahe, dass die Quantinotheorie die Realität besser beschreibt, als das System aus Lorentztransformation und Maxwellgleichungen.

## 2.2 Die elektromagnetische Kraft in der Weber-Elektrodynamik

### 2.2.1 Die Kraft zwischen zwei langsam gleichförmig bewegten Punktladungen

Wie schon in der [Einleitung](#) geschrieben wurde, geht die Weber-Elektrodynamik und auch die Quantinotheorie davon aus, dass nicht Raum und Zeit sondern einfach nur die elektrische Kraft relativ ist und von der Differenzgeschwindigkeit zwischen Quellladung und Zielladung abhängt. Die Quantinotheorie [begründet](#) das sogar anschaulich und zeigt, warum dass so sein muss.

Als Einstiegspunkt in die Weber-Elektrodynamik bzw. die Quantinotheorie eignet sich besonders gut die potentielle Energie zwischen zwei elektrischen Punktladungen  $q_s$  und  $q_d$ . Diese lautet

$$V_W = \left( 1 + \kappa_2 \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \kappa_4 \frac{\dot{r}^4}{c^4} \right) \frac{q_s q_d}{4 \pi \epsilon_0} \frac{1}{r}. \quad (2.30)$$

Die Werte der Parameter lauten

$$\kappa_2 = -\frac{1}{2} \quad \text{und} \quad \kappa_4 \approx \frac{7}{192}. \quad (2.31)$$

Bei  $r$  handelt es sich um den Betrag des Abstandsvektors  $\vec{r} = \vec{r}_d - \vec{r}_s$  und bei  $\dot{r} = \vec{r}/r \cdot (\vec{v}_d - \vec{v}_s)$  demzufolge um die Radialgeschwindigkeit (Siehe [Abbildung 2.1](#)).

Es wird angemerkt, dass der Parameter  $\kappa_4$  in der Elektrodynamik keine Rolle spielt, da der Term  $\dot{r}^4/c^4$  bei nichtrelativistischen Geschwindigkeiten extrem klein ist. Wie [später gezeigt](#) werden wird, spielt er jedoch eine bedeutende Rolle bei der Erklärung der Gravitation, bei welcher es sich aus Sicht der Quantinotheorie nur um einen schwachen elektrischen Effekt vierter Ordnung handeln kann. Der Parameter  $\kappa_2$  hingegen bewirkt alle magnetischen Effekte, wie schon Wilhelm Weber vor mehr als 150 Jahren richtig erkannte.

Von der potentiellen Energie gelangt man zur Kraft durch Anwendung der Formel (der Beweis findet sich in Abschnitt [3.4](#))

$$\vec{F} = -\dot{V} \frac{\vec{r}}{r \dot{r}}, \quad (2.32)$$

d.h.

$$\vec{F}_W = \left( 1 + \kappa_2 \frac{\dot{r}^2}{c^2} - 2 \kappa_2 \frac{r \ddot{r}}{c^2} + \kappa_4 \frac{\dot{r}^4}{c^4} - 4 \kappa_4 \frac{r \dot{r}^2 \ddot{r}}{c^4} \right) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}. \quad (2.33)$$

In der klassischen Weber-Elektrodynamik gibt es noch keine Terme vierter Ordnung, da es zu Wilhelm Webers Zeiten absolut keine Möglichkeit gab, derart kleine Effekte messtechnisch zu erfassen. Webers Originalformel aus dem Jahre 1846 lautet daher mit  $\kappa_4 = 0$  und  $\kappa_2 = -1/2$

$$\vec{F}_W = \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{2 c^2} + \frac{r \ddot{r}}{c^2} \right) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}. \quad (2.34)$$

Unter Verwendung von  $\vec{v} := \dot{\vec{r}} = \vec{v}_d - \vec{v}_s$  und der Beziehungen

$$\dot{r} = \frac{d}{dt} \sqrt{\vec{r} \cdot \vec{r}} = \frac{\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}}{r} = \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r} \quad (2.35)$$

und

$$\ddot{r} = \frac{d^2}{dt^2} \sqrt{\vec{r} \cdot \vec{r}} = \frac{\vec{r} \cdot \ddot{\vec{r}}}{r} - \frac{(\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}})^2}{r^3} + \frac{\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}}}{r} = \frac{\vec{r} \cdot \vec{a}}{r} - \frac{(\vec{r} \cdot \vec{v})^2}{r^3} + \frac{v^2}{r} \quad (2.36)$$

folgt daraus unter Vernachlässigung der Differenzbeschleunigung  $\vec{a} := \ddot{\vec{r}}$

$$\vec{F}_W(\vec{r}, \vec{v}) \approx \zeta_W(\vec{v}, \vec{r}) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (2.37)$$

mit

$$\zeta_W(\vec{v}, \vec{r}) = 1 + \frac{v^2}{c^2} - \frac{3}{2} \left( \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r c} \right)^2. \quad (2.38)$$

Dies ist eine alternative Darstellung der klassischen Weberkraft und die ursprüngliche Form, wie sie in den Anfängen der Quantinotheorie verwendet wurde (Vergleiche mit Formel 2.9).

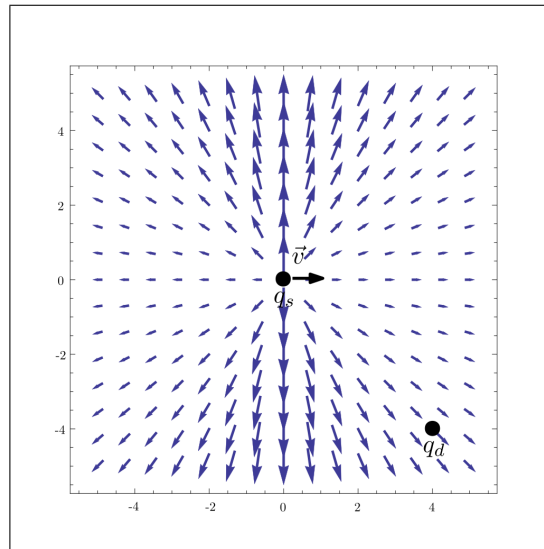
Vergleicht man die Weberkraft (2.37) mit der Maxwellkraft (2.8), so fällt auf, dass die Kraftformel der elektrischen Kraft diesmal **symmetrisch** ist, denn es gilt

$$\vec{F}_W(\vec{r}_d - \vec{r}_s, \vec{v}_d - \vec{v}_s) = -\vec{F}_W(\vec{r}_s - \vec{r}_d, \vec{v}_s - \vec{v}_d). \quad (2.39)$$

In der Quantinotheorie erfährt also eine Punktladung eine Kraft von einer anderen Punktladung die umgekehrt gleich groß ist wie die Kraft, die diese selbst auf die andere Punktladung ausübt. Es gilt demzufolge: **Kraft = Gegenkraft**. Dies ist die wesentliche Bedingung für die Erfüllung des [Impulserhaltungssatzes](#).

In der maxwellschen Elektrodynamik ist die Kraft hingegen unsymmetrisch, da in der Kraftformel (2.8) der Vorfaktor  $\zeta_M$  nur von der Absolutgeschwindigkeit  $\vec{v}_s$  der Quelle abhängt. Somit ist hier zunächst die Impulserhaltung verletzt, sofern man nicht argumentiert, dass das elektromagnetische Feld den fehlenden Impuls trägt (Siehe auch [\[Timm\]](#), Abschnitt 4.2). Das aber ist bei magnetostatischen Bedingungen nicht sehr einleuchtend.

Die Kraftformel der maxwellschen Elektrodynamik (2.8) hat aber noch eine weitere unangenehme Eigenschaft. Und diese besteht darin, dass die Kraft, die durch sie beschrieben wird, keine Zentralkraft darstellt. Am offensichtlichsten wird dieses Problem bei der Kraft des Stromelements (2.18), die nicht unbedingt auf die Ursache der Kraft zeigen muss und sogar orthogonal stehen kann. Etwas derartiges tritt bei der Kraftformel (2.37) der Quantinotheorie nicht auf, da der Vorfaktor  $\zeta_W$  skalar und der Kreuzproduktterm der Maxwellkraft nicht vorhanden ist. Das bedeutet, dass es sich bei der Gleichung (2.37) um eine Formel handelt, die immer eine **Zentralkraft** beschreibt. Somit ist bereits klar, dass auch die [Drehimpulserhaltung](#) gelten muss.



**Abbildung 2.8:** Die blauen Pfeile verdeutlichen die Richtung und die ungefähre Stärke der Kraft zwischen zwei Ladungen, wenn eine Differenzgeschwindigkeit von  $\vec{v}$  besteht. Die Form der Kraft ist diesmal in jedem Inertialsystem gleich, da die Differenzgeschwindigkeit nicht von der Wahl des Bezugssystems abhängt.

Das Feld der Kraft entspricht dem, dass in [Abbildung 2.2](#) und auch noch mal in [Abbildung 2.8](#) gezeigt ist. Der Unterschied ist jedoch der, dass das Feld hier auch seine Form beibehält, wenn sich der Beobachter gegenüber den Ladungen gleichförmig bewegt, die Situation also aus einem anderen Inertialsystem betrachtet.

Die wichtigste Eigenschaft der Formel [\(2.37\)](#) besteht aber darin, dass es mit ihr möglich ist, die magnetische Kraft herzuleiten. Das ist insofern nicht selbstverständlich, da es sich - wie erwähnt - bei der Kraft [\(2.37\)](#) um eine Zentralkraft handelt und die magnetische Kraft beispielsweise auch parallel zu einem stromdurchflossenen Leiter ausgerichtet sein kann. Dass es trotzdem möglich ist, wird im [Abschnitt 2.2.2](#) bewiesen. Ein ähnlicher Beweis, der sogar für asymmetrische Ströme Gültigkeit besitzt, findet sich im Übrigen schon in einer deutlich älteren Arbeit [[Assis, 1990](#)].

Es sei erwähnt, dass es möglich ist, Gedankenexperimente zu konstruieren, bei denen die Maxwellsche Theorie zu Widersprüchen führt. Warum das so ist wird sehr schön in [[Anonymous, 2018](#)] aufgezeigt. Der Autor dieser sehr lesenswerten Arbeit vertritt genau wie der Autor dieser Arbeit die Meinung, dass der Fehler der Maxwellgleichungen darin besteht, dass die elektrischen Feldstärken in den unterschiedlichen Maxwellgleichungen unterschiedliche physikalische Bedeutungen besitzen.



In der ersten Maxwellgleichung (Gaußsches Gesetz), muss nämlich die Messladung unbedingt ruhen. In den anderen Maxwellgleichungen hingegen nicht. In [Anonymous, 2018] wird gezeigt, wie die Maxwellgleichungen zu korrigieren wären und welche Änderungen sich ergeben. Als Fazit folgt, dass vieles gleich bliebe, insbesondere was die wichtigen und experimentell bestätigten Aussagen zu den elektromagnetischen Wellen betrifft. Auf der anderen Seite verschwinden aber auch die Widersprüche der Elektro- und Magnetostatik und die korrigierten Maxwellgleichungen liefern dann im Grenzfall langsamer Geschwindigkeiten die galilei-invariante Weber-Elektrodynamik.

### 2.2.2 Die Kraft eines Stromelementes auf eine langsam bewegte elektrische Punktladung

Wie schon zuvor in Abschnitt 2.1.2, lässt sich auch in der Quantinotheorie ein Stromelement aus zwei entgegengesetzt geladenen und gegensätzlich bewegten Punktladungen an der gleichen Stelle konstruieren. Wir stellen uns also eine Ladung  $q_s$  vor, die sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_s/2$  bewegt, während sich eine zweite gleichgroße negative Ladung  $-q_s$  am gleichen Ort mit der Geschwindigkeit  $-\vec{v}_s/2$  bewegt. Die Kraft  $F_{RC}$  dieser beiden Ladungen auf eine Probeladung  $q_d$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_d$  lautet wegen Gleichung (2.37)

$$\begin{aligned} \vec{F}_{RC} = & \zeta_W \left( \frac{\vec{v}_s}{2} - \vec{v}_d, \vec{r} \right) \frac{(+q_s) q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r^3} \vec{r} + \\ & \zeta_W \left( -\frac{\vec{v}_s}{2} - \vec{v}_d, \vec{r} \right) \frac{(-q_s) q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r^3} \vec{r}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Dies lässt sich zu

$$\vec{F}_{RC} = \left[ \zeta_W \left( \frac{\vec{v}_s}{2} - \vec{v}_d, \vec{r} \right) - \zeta_W \left( \frac{\vec{v}_s}{2} + \vec{v}_d, \vec{r} \right) \right] \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r^3} \vec{r} \quad (2.41)$$

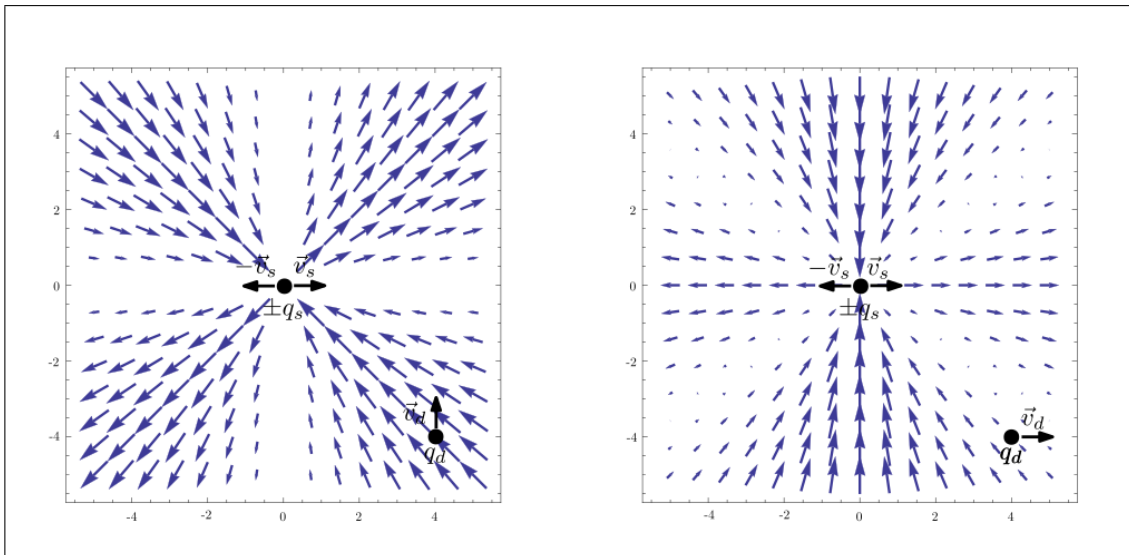
zusammenfassen, wobei die Beziehung  $\zeta_W(\vec{w}, \vec{r}) = \zeta_W(-\vec{w}, \vec{r})$  benutzt wurde. Als nächstes verwenden wir die Definition (2.38) und erhalten

$$\left[ \zeta_W \left( \frac{\vec{v}_s}{2} - \vec{v}_d, \vec{r} \right) - \zeta_W \left( \frac{\vec{v}_s}{2} + \vec{v}_d, \vec{r} \right) \right] = \frac{3 (\vec{r} \vec{v}_s) (\vec{r} \vec{v}_d) - 2 r^2 \vec{v}_s \vec{v}_d}{r^2 c^2}, \quad (2.42)$$

was in Gleichung (2.41) eingesetzt zusammen mit der Beziehung  $\varepsilon_0 c^2 = 1/\mu_0$  zu

$$\vec{F}_{RC}(\vec{r}, \vec{v}_s, \vec{v}_d, q_s, q_d) = \left( 3 \left( \frac{\vec{r}}{r} \vec{v}_s \right) \left( \frac{\vec{r}}{r} \vec{v}_d \right) - 2 \vec{v}_s \vec{v}_d \right) \frac{\mu_0 q_s q_d}{4 \pi} \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (2.43)$$

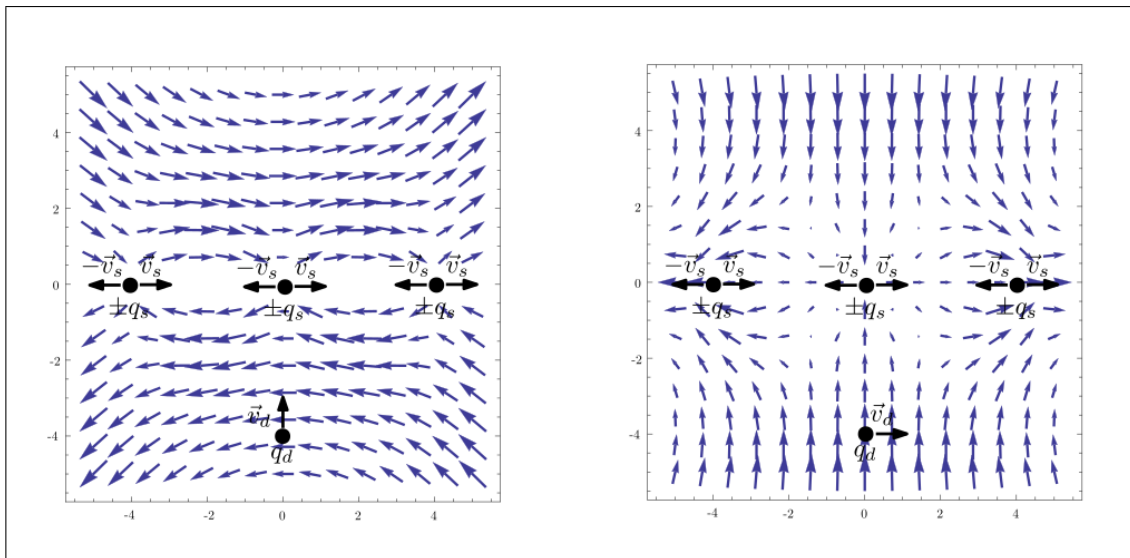
führt. Die Abbildung 2.9 zeigt, dass sich die Kraft des Stromelementes in der Quantinotheorie fundamental von der Kraft des Stromelementes in der klassischen Elektrodynamik (siehe Abbildung 2.4) unterscheidet.



**Abbildung 2.9:** Die blauen Pfeile zeigen die Richtung und die ungefähre Stärke der Kraft die eine Probeladung durch ein Stromelement am Koordinatenursprung erfahren würde, wenn sie sich an der jeweiligen Stelle befände. Auf der linken Seite bewegt sich die Probeladung nach oben, auf der rechten Seite nach rechts. Man erkennt, dass es sich um eine Zentralkraft handelt. Die magnetische Kraft, welche durch einen ganzen Stromfaden entstünde, ist noch nicht vorhanden.

### 2.2.3 Das Feld eines langen geraden Leiters in der Quantinotheorie

Ein Leser mit einem gut entwickelten geometrischen Vorstellungsvermögen erkennt es vermutlich bereits beim Betrachten der Abbildung 2.9, dass sich durch die Aneinanderreihung vieler Stromelemente auf der x-Achse die Einzelfelder so überlagern, dass am Ende die magnetische Kraft entsteht. In der Tat ergeben bereits drei Stromelemente - wie Abbildung 2.10 zeigt - eine recht gute Approximation der magnetischen Kraft.



**Abbildung 2.10:** Die Überlagerung der Felder von nur drei Stromelementen ergibt bereits eine gute Approximation der magnetischen Kraft.

Man kann das nicht nur plausibel machen, sondern auch mathematisch beweisen. Der einfachste Modellfall ist der sogenannte unendlich lange, gerade Leiter. Praktisch handelt es sich dabei um das Feld, dass von einem hinreichend langen, stromdurchflossenen geraden Draht erzeugt wird. Man erhält es, indem man über alle Stromelemente integriert:

$$\vec{F}_{RCT}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}_{RC}(\vec{r} - \vec{s}, \vec{v}_s, \vec{v}_d, \lambda, q_d) d\vec{s}. \quad (2.44)$$

Dabei ist  $\lambda$  die Anzahl an Stromelementen pro Längeneinheit. Es ist anschaulich klar, dass eine Verdopplung der Anzahl dieser Stromelemente zu einer Verdopplung des Stroms führt. Der Strom  $I$  ist demzufolge

proportional zu  $\lambda$ . Weiterhin ist er proportional zur Geschwindigkeit  $u$ , also der Differenzgeschwindigkeit der Ladungen im Stromelement. Verdoppelt sich diese Geschwindigkeit, so verdoppelt sich auch die Menge an Ladung, die pro Zeiteinheit durch eine Querschnittsfläche quer zur Bewegungsrichtung der Ladungsträger tritt. Der Strom ist somit durch

$$\vec{I} = \lambda \vec{v}_s \quad (2.45)$$

definierbar.

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit ist es möglich den Strom nur die x-Achse entlang fließen zu lassen. Damit folgt  $\vec{v}_s = (v_{sx}, 0, 0)$  und  $\vec{s} = (s_x, 0, 0)$ . Des Weiteren ist es sinnvoll, die Probeladung  $q_d$  auf die z-Achse zu legen. Damit ist  $\vec{r} = (0, 0, r_z)$ . Setzt man das in die Formel (2.43) ein, so folgt

$$\begin{aligned} \vec{F}_{RC}(\vec{r} - \vec{s}, \vec{v}_s, \vec{v}_d, \lambda, q_d) = \\ \frac{\lambda q_d \mu_0}{4 \pi} \frac{(2 r_z^2 v_{dx} - s_x^2 v_{dx} + 3 r_z s_x v_{dz}) v_{sx}}{\sqrt{s_x^2 + r_z^2}^5} \begin{pmatrix} s_x \\ 0 \\ -r_z \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Das lässt sich bequem in das Integral einsetzen und man erhält

$$\begin{aligned} \vec{F}_{RCT}(\vec{r}) = \\ \frac{\lambda q_d \mu_0}{4 \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(2 r_z^2 v_{dx} - s_x^2 v_{dx} + 3 r_z s_x v_{dz}) v_{sx}}{\sqrt{s_x^2 + r_z^2}^5} \begin{pmatrix} s_x \\ 0 \\ -r_z \end{pmatrix} ds_x. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Die Ausführung der Integration ergibt

$$\vec{F}_{RCT}(\vec{r}) = \frac{q_d \mu_0 I}{2 \pi r_z} \begin{pmatrix} v_{dz} \\ 0 \\ -v_{dx} \end{pmatrix}, \quad (2.48)$$

wobei für den Strom  $I$  die Formel (2.45) verwendet wurde. Das gleiche Ergebnis würde man erhalten, wenn man konventionell mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes und unter Verwendung der Lorentzkraftformel rechnen würde.

### 2.2.4 Das Feld beliebiger Leiterschleifen in der Quantinotheorie

Es ist nicht nur möglich zu zeigen, dass das Feld eines unendlich langen Drahtes mit den experimentell zu erwartenden Ergebnissen übereinstimmt, sondern es kann auch bewiesen werden, dass jede beliebige geschlossene Leiterschleife das bekannte Magnetfeld erzeugt. Zu diesem Zweck wird an dieser Stelle untersucht, welche Kraft ein Strom  $I$  in einer kleinen rechteckigen Leiterschleife, wie sie in Abbildung 2.11 dargestellt ist, auf eine Probeladung  $q_d$  bewirkt.

Der gesamte Strom in ihr besteht aus vier Teilströmen. Das bedeutet, dass diesmal viermal zu integrieren ist. Die gesamte Kraft berechnet sich daher durch

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_{RCT}(\vec{r}) = & \int_{-L}^{+L} \vec{F}_{RC}(\vec{r} - (x \vec{e}_x + L \vec{e}_y), v_s \vec{e}_x, \vec{v}_d, \lambda, q_d) dx + \\
 & \int_{-L}^{+L} \vec{F}_{RC}(\vec{r} - (L \vec{e}_x - y \vec{e}_y), -v_s \vec{e}_y, \vec{v}_d, \lambda, q_d) dy + \\
 & \int_{-L}^{+L} \vec{F}_{RC}(\vec{r} - (-x \vec{e}_x - L \vec{e}_y), -v_s \vec{e}_x, \vec{v}_d, \lambda, q_d) dx + \\
 & \int_{-L}^{+L} \vec{F}_{RC}(\vec{r} - (-L \vec{e}_x + y \vec{e}_y), v_s \vec{e}_y, \vec{v}_d, \lambda, q_d) dy.
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

Dieses Integral lässt sich für ein  $L$ , welches nicht sehr klein ist, nur sehr aufwendig lösen. Die Berechnung kann jedoch stark vereinfacht werden, indem man den Ausdruck  $\int_{-L}^{+L} f(x, L) dx$  bezüglich  $L$  an der Stelle 0 in eine Taylorreihe entwickelt und diese nach dem Glied zweiter Ordnung abbricht. Es folgt die Beziehung

$$\int_{-L}^{+L} f(x, L) dx \approx 2L f(0, 0) + 2L^2 \left. \frac{\partial}{\partial L} f(0, L) \right|_{L=0}. \tag{2.50}$$

Mit Hilfe der Gleichung (2.50) lässt sich das Integral (2.49) erheblich vereinfachen und es folgt unter Verwendung der Beziehungen

$$\vec{F}_{RC}(\vec{r}, v_s \vec{e}_x, \vec{v}_d, \lambda, q_d) = -\vec{F}_{RC}(\vec{r}, -v_s \vec{e}_x, \vec{v}_d, \lambda, q_d) \quad (2.51)$$

und

$$\vec{F}_{RC}(\vec{r}, v_s \vec{e}_y, \vec{v}_d, \lambda, q_d) = -\vec{F}_{RC}(\vec{r}, -v_s \vec{e}_y, \vec{v}_d, \lambda, q_d) \quad (2.52)$$

die Gleichung

$$\begin{aligned} \vec{F}_{RCT}(\vec{r}) = & 2 L^2 \frac{\partial}{\partial L} \vec{F}_{RC}(\vec{r} - L \vec{e}_y, v_s \vec{e}_x, \vec{v}_d, \lambda, q_d) \Big|_{L=0} + \\ & 2 L^2 \frac{\partial}{\partial L} \vec{F}_{RC}(\vec{r} - L \vec{e}_x, -v_s \vec{e}_y, \vec{v}_d, \lambda, q_d) \Big|_{L=0} + \\ & 2 L^2 \frac{\partial}{\partial L} \vec{F}_{RC}(\vec{r} + L \vec{e}_y, -v_s \vec{e}_x, \vec{v}_d, \lambda, q_d) \Big|_{L=0} + \\ & 2 L^2 \frac{\partial}{\partial L} \vec{F}_{RC}(\vec{r} + L \vec{e}_x, v_s \vec{e}_y, \vec{v}_d, \lambda, q_d) \Big|_{L=0}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

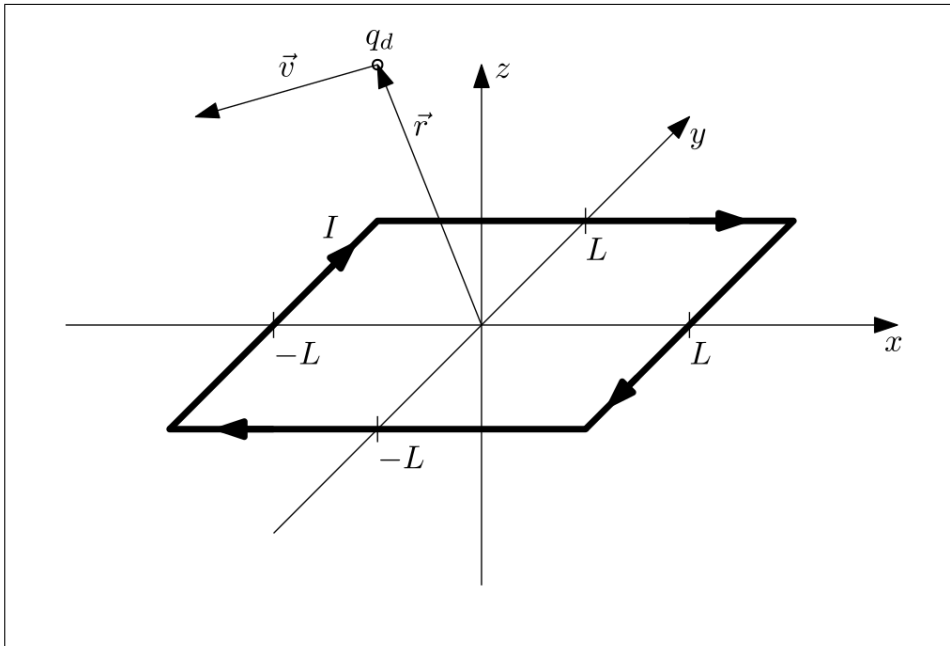


Abbildung 2.11: Leiterschleife

In die Gleichung (2.53) wird nun die Formel für das Stromelement (2.43) eingesetzt. Die Berechnung ergibt

$$\vec{F}_{RCT}(\vec{r}) = \frac{L^2 \lambda q_d \mu_0 v_s}{\pi} \left( \vec{v}_d \times \frac{\vec{e}_z r^2 - 3 \vec{r} (\vec{e}_z \vec{r})}{r^5} \right). \quad (2.54)$$

Der Ausdruck  $\lambda v_s$  entspricht auch hier wieder dem Strom  $I$  in der Leiterschleife. Definiert man nun noch, wie allgemein üblich, das magnetische Dipolmoment als Produkt aus Strom und Flächenelement  $\vec{\mu} = I (2L)^2 (-\vec{e}_z)$ , dann folgt

$$\vec{F}_{RCT}(\vec{r}) = q_d \left( \vec{v}_d \times \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\vec{r}(\vec{\mu}\vec{r}) - \vec{\mu}r^2}{r^5} \right). \quad (2.55)$$

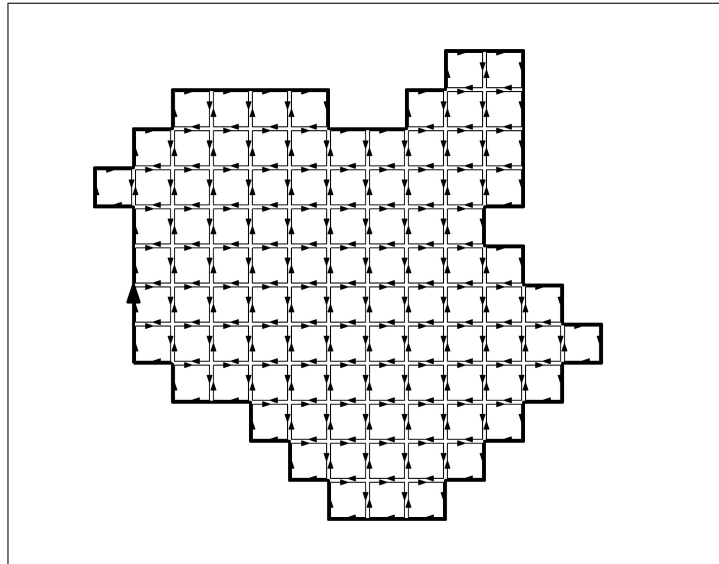
Der Term

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\vec{r}(\vec{\mu}\vec{r}) - \vec{\mu}r^2}{r^5} \quad (2.56)$$

ist dabei bekanntermaßen die magnetische Flussdichte des [magnetischen Dipols](#), d.h. es gilt

$$\vec{F}_{RCT}(\vec{r}) = q_d \left( \vec{v}_d \times \vec{B} \right). \quad (2.57)$$

Das ist wiederum klar als Lorentzkraft erkennbar. Das Ergebnis entspricht also exakt dem, welches man auch in der maxwellschen Elektrodynamik erhalten würde.



**Abbildung 2.12:** Beliebige Leiterschleifen lassen sich durch unendlich viele unendlich kleine Leiterschleifen zusammensetzen, da sich alle Ströme bis auf die in der äußeren Umrandung kompensieren.

Da sich aus vielen solcher Leiterschleifen (Abbildung 2.12) bekanntlich jede beliebig geformte Leiterschleife zusammensetzen lässt, bedeutet das,

dass die Quantinotheorie an dieser Stelle mit den Vorhersagen der maxwellschen Elektro- und Magnetostatik übereinstimmt. Insbesondere gelten daher auch die beiden Maxwellgleichungen dieses Spezialfalls. Die erste Gleichung

$$\nabla \vec{B} = 0 \quad (2.58)$$

besagt, dass die magnetische Induktion  $\vec{B}$  keine Quellen besitzt, d.h. ihre Feldlinien sind immer in sich geschlossen und es gibt nirgendwo Orte im Raum, wo sie beginnen oder enden. Mit anderen Worten, so etwas wie magnetische Monopole gibt es nicht. Stattdessen entsteht das Magnetfeld erst durch die Anwesenheit eines geschlossenen Strompfades. Die zweite Maxwellgleichung

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (2.59)$$

beschreibt genau das, indem sie die magnetische Induktion  $\vec{B}$  mit der Stromdichte  $\vec{j}$  verbindet.

### 2.2.5 Zusammenfassung des Abschnitts

Bevor es weitergeht, soll kurz zusammengefasst werden, was bisher gezeigt wurde. Dies waren mehrere Dinge. Zum einen wurde dargelegt, dass in der klassischen maxwellschen Elektrodynamik ernste logische Probleme versteckt sind. Diese werden erst klar offensichtlich, wenn man die Maxwellgleichungen für Punktladungen löst und aus dem  $E$ - und  $B$ -Feld die Kraft zwischen zwei langsam gleichförmig bewegten Punktladungen berechnet. Eine genaue Analyse zeigt dann, dass die derartig berechnete Kraft physikalisch wenig Sinn ergibt. Des Weiteren wird deutlich, dass die magnetische Kraft durch die maxwellsche Elektrodynamik nicht erklärt, sondern lediglich postuliert wird, da sie bereits bei idealen Punktladungen auftritt. Ein tieferer Grund für das Entstehen der magnetischen Kraft wird weder von der maxwellschen Elektrodynamik noch von der speziellen Relativitätstheorie geliefert.

Die Quantinotheorie geht hingegen davon aus, dass die relativistische Verformung des elektrischen Feldes die eigentliche Ursache des Magnetismus darstellt. Auch in der maxwellschen Elektrodynamik sind bereits



die Anlagen zu einer echten Erklärung des Magnetismus implementiert. Allerdings kommt der wichtige Term, der die relativistische Verformung der elektrischen Kraft beschreibt, erst dann zum Tragen, wenn man die Formel symmetrisiert und den Korrekturterm, der die fehlende Relativität kompensieren soll, entfernt. Der Preis, der für diese Anpassung gezahlt werden muss, ist, dass die Gesamtladung nun nicht mehr relativistisch invariant ist. Dass das nicht unbedingt von Nachteil ist, wird in den nachfolgenden Abschnitten noch sehr deutlich werden. Doch zuvor soll zunächst bewiesen werden, dass für die Weberkraft (2.34) alle für eine Kraft erforderlichen Erhaltungssätze gelten.

## 2.3 Beweis der Erhaltungssätze

### 2.3.1 Impulserhaltung im Teilchensystem

In Quantinotheorie ist die elektrische Kraft (2.34) welche eine Ladung  $q_i$  auf eine Ladung  $q_j$  ausübt umgekehrt gleich groß der Kraft, welche die Ladung  $q_j$  auf die Ladung  $q_i$  ausübt. Es gilt daher

$$\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}. \quad (2.60)$$

Für ein abgeschlossenes System aus insgesamt  $n$  Punktladungen gilt für die zeitliche Änderung des Impulses  $\vec{p}_i$  der  $i$ -ten Punktladung die Beziehung

$$\dot{\vec{p}}_i = \sum_{j=1}^n \vec{F}_{ji}, \quad (2.61)$$

sofern man definiert, dass  $\vec{F}_{ii} := 0$  ist. Die Änderung des Gesamtimpulses des Systems ist dann die Summe aller Einzelimpulsänderungen. Hier gilt

$$\dot{\vec{p}} = \sum_{i=1}^n \dot{\vec{p}}_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{F}_{ji}. \quad (2.62)$$

Wegen Eigenschaft (2.60) gilt aber auch

$$\dot{\vec{p}} = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{F}_{ij} = - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ij} = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{F}_{ji}. \quad (2.63)$$

Aus den Gleichungen (2.62) und (2.63) folgt demzufolge

$$\dot{\vec{p}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{F}_{ji} = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{F}_{ji}. \quad (2.64)$$

Diese Gleichung kann aber nur erfüllt sein, wenn die Summen Null sind. Demzufolge gilt für die Änderung des Gesamtimpulses

$$\dot{\vec{p}} = 0. \quad (2.65)$$

Der Gesamtimpuls des Systems ändert sich also nicht im Verlauf der Zeit und ist somit eine Erhaltungsgröße.

### 2.3.2 Drehimpulserhaltung im Teilchensystem

Der Gesamtdrehimpuls eines Systems aus  $n$  Punktladungen ist definiert durch

$$\vec{L} := \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{p}_i. \quad (2.66)$$

Die Ableitung nach der Zeit ergibt

$$\dot{\vec{L}} = \sum_{i=1}^n \dot{\vec{r}}_i \times \vec{p}_i + \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \dot{\vec{p}}_i. \quad (2.67)$$

Da der Impuls  $\vec{p}_i$  immer parallel zur Geschwindigkeit  $\dot{\vec{r}}_i$  ist, folgt  $\dot{\vec{r}}_i \times \vec{p}_i = 0$ . Damit wird Gleichung (2.67) zu

$$\dot{\vec{L}} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \dot{\vec{p}}_i. \quad (2.68)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (2.61) erhält man

$$\dot{\vec{L}} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \sum_{j=1}^n \vec{F}_{ji} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_{ji}. \quad (2.69)$$

Dieses lässt sich weiter umschreiben zu

$$\begin{aligned} \dot{\vec{L}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_{ji} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_{ji} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_{ji} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{r}_j \times \vec{F}_{ij}. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Wegen  $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$  folgt daraus

$$\dot{\vec{L}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_{ji} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \vec{r}_j \times \vec{F}_{ji}, \quad (2.71)$$

d.h. es gilt

$$\dot{\vec{L}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \times \vec{F}_{ji}. \quad (2.72)$$

Da aber der Vektor  $\vec{r}_i - \vec{r}_j$  parallel zu  $\vec{F}_{ji}$  ist verschwindet das Kreuzprodukt und es folgt

$$\dot{\vec{L}} = 0. \quad (2.73)$$

Der Gesamtdrehimpuls eines abgeschlossenen Systems ist demzufolge eine Erhaltungsgröße.

### 2.3.3 Energieerhaltung

Die Kraft, welche durch Formel (2.33) gegeben ist, hängt nicht nur vom Abstandsvektor der Punktladungen  $\vec{r}$  zueinander, sondern auch von der Radialgeschwindigkeit  $\dot{r}$ , als auch von der Radialbeschleunigung  $\ddot{r}$  ab.

Des Weiteren ist die Kraft zwar eine Zentralkraft, jedoch nicht radial-symmetrisch und damit auch nicht wirbelfrei. Aus diesen Gründen repräsentiert die konservative Kraft (2.33) keine konservative Kraft im herkömmlichen Sinne, denn es ist nicht möglich, ein Potential zu finden, mit dem sich die Kraft durch Gradientenbildung bestimmen ließe.

Trotzdem ist für diese Kraft die Energieerhaltung erfüllt. Die potentielle Energie ist durch die Formel (2.30) gegeben. Sie lautet

$$V = \left( 1 + \kappa_2 \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \kappa_4 \frac{\dot{r}^4}{c^4} \right) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{1}{r}. \quad (2.74)$$

Um zu zeigen, dass es sich hierbei tatsächlich um die potentielle Energie der Kraft (2.34) handelt, wird zunächst die potentielle Energie  $V$  nach der Zeit  $t$  abgeleitet. Das Ergebnis ist

$$\dot{V} = - \left( 1 + \kappa_2 \frac{\dot{r}^2}{c^2} - 2 \kappa_2 \frac{r \ddot{r}}{c^2} + \kappa_4 \frac{\dot{r}^4}{c^4} - 4 \kappa_4 \frac{r \dot{r}^2 \ddot{r}}{c^4} \right) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{\dot{r}}{r^2}. \quad (2.75)$$

Im nächsten Schritt wird das Skalarprodukt der Kraft (2.33) mit der Radialgeschwindigkeit  $\dot{\vec{r}}$  gebildet. Es folgt

$$\vec{F} = \left( 1 + \kappa_2 \frac{\dot{r}^2}{c^2} - 2 \kappa_2 \frac{r \ddot{r}}{c^2} + \kappa_4 \frac{\dot{r}^4}{c^4} - 4 \kappa_4 \frac{r \dot{r}^2 \ddot{r}}{c^4} \right) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}}{r^3}. \quad (2.76)$$

Dieses lässt sich aufgrund der Beziehung  $\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} = r \dot{r}$  (Siehe Abschnitt 3.4) weiter zu

$$\vec{F} = \left( 1 + \kappa_2 \frac{\dot{r}^2}{c^2} - 2 \kappa_2 \frac{r \ddot{r}}{c^2} + \kappa_4 \frac{\dot{r}^4}{c^4} - 4 \kappa_4 \frac{r \dot{r}^2 \ddot{r}}{c^4} \right) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{\dot{r}}{r^2} \quad (2.77)$$

umformen.

Ein Vergleich der Gleichungen (2.75) und (2.77) zeigt, dass

$$\dot{V} = -\vec{F} \cdot \dot{\vec{r}} \quad (2.78)$$

gilt. Damit ist die Energieerhaltung im Prinzip bereits bewiesen, denn durch Einsetzen der Grundgleichung der Mechanik  $\vec{F} = m_d \ddot{\vec{r}}$  folgt

$$\dot{V} = -m_d \ddot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} = -\dot{T} \quad (2.79)$$

mit der kinetischen Energie

$$T = \frac{1}{2} m_d \dot{\vec{r}} \dot{\vec{r}} = \frac{1}{2} m_d \dot{r}^2. \quad (2.80)$$

Aus Gleichung (2.79) folgt dann weiter

$$\dot{V} + \dot{T} = 0. \quad (2.81)$$

Da die Gesamtenergie  $\mathcal{E}$  definiert ist als die Summe aus potentieller Energie  $V$  und kinetischer Energie  $T$  gilt

$$\dot{\mathcal{E}} = \dot{V} + \dot{T} = 0. \quad (2.82)$$

Das bedeutet, dass die zeitliche Änderung der Gesamtenergie Null ist. Sie ist demzufolge für die Weberkraft (2.33) eine Erhaltungsgröße.

### 2.3.4 Energieerhaltung im Teilchensystem

Aus den Gründen der Vollständigkeit wird hier noch ein Beweis der Energieerhaltung für ein  $n$ -Teilchensystem geliefert, welcher für konservative Kräfte, aber insbesondere auch für die Weberkraft (2.33) sowie für jede andere Kraftformel die das dritte newtonsche Axiom erfüllt gilt.

Gegeben seien  $n$  Teilchen die untereinander wechselwirken. Äußere Kräfte seien nicht vorhanden. Die  $n$  Bewegungsgleichungen lauten für  $k = 1, \dots, n$

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{ik} = m_k \ddot{\vec{r}}_k. \quad (2.83)$$

Die Kraft des  $i$ -ten Teilchens auf sich selbst  $\vec{F}_{ii}$  wurde hierbei zu Null definiert, um bei der Summation keine Ausnahmen behandeln zu müssen. Die Multiplikation mit jeweils  $\dot{\vec{r}}_k$  ergibt

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{ik} \dot{\vec{r}}_k = m_k \ddot{\vec{r}}_k \dot{\vec{r}}_k. \quad (2.84)$$

Die Addition aller  $n$  Bewegungsgleichungen ergibt

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ik} \dot{\vec{r}}_k = \sum_{k=1}^n m_k \ddot{\vec{r}}_k \dot{\vec{r}}_k. \quad (2.85)$$

Durch formale Manipulation der Summationsindizes folgt

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ik} \dot{\vec{r}}_k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ik} \dot{\vec{r}}_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ki} \dot{\vec{r}}_i. \quad (2.86)$$

Wegen des dritten newtonschen Axioms gilt  $\vec{F}_{ki} = -\vec{F}_{ik}$  und wir gelangen zu

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ik} \dot{\vec{r}}_k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ik} \cdot (\dot{\vec{r}}_k - \dot{\vec{r}}_i). \quad (2.87)$$

Es sei nun  $V$  die Stammfunktion des Terms  $-\vec{F} \cdot \dot{\vec{r}}$ , d.h. es gelte

$$\dot{V} = -\vec{F} \cdot \dot{\vec{r}}. \quad (2.88)$$

(Anmerkung: Die Funktion  $V$  muss nicht notwendigerweise elementar sein. Sie muss lediglich existieren. Siehe: Fundamentalsatz der Analysis).

Damit lässt sich Formel (2.87) zu

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ik} \dot{\vec{r}}_k = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \dot{V}_{ik} \quad (2.89)$$

umformen, denn  $\dot{V}_{ik} = -\vec{F}_{ik} \cdot (\dot{\vec{r}}_k - \dot{\vec{r}}_i)$ . Dies setzen wir in Gleichung (2.85) ein und erhalten

$$-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \dot{V}_{ik} = \sum_{k=1}^n m_k \ddot{\vec{r}}_k \dot{\vec{r}}_k. \quad (2.90)$$

Der Term  $m_k \ddot{\vec{r}}_k \dot{\vec{r}}_k$  entspricht der zeitlichen Ableitung der kinetischen Energie  $T_k = \frac{1}{2} m_k \dot{\vec{r}}_k^2$  des k-ten Teilchens. Damit folgt aus Gleichung (2.90)

$$-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \dot{V}_{ik} = \sum_{k=1}^n \dot{T}_k. \quad (2.91)$$

Daraus lässt sich ablesen, dass die zeitliche Ableitung der Gesamtenergie ([Siegmond Brandt, 2005], Seite 79 und 80)

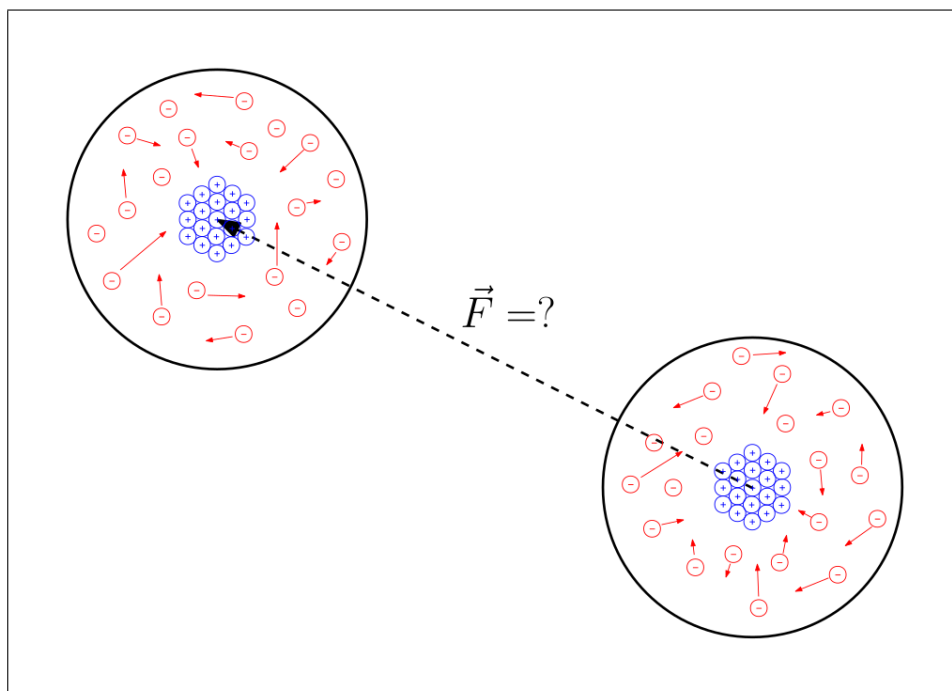
$$\mathcal{E} := \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} m_k \dot{\vec{r}}_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n V_{ik} \quad (2.92)$$

in einem n-Teilchensystem Null sein muss. Somit ist sie zeitlich unveränderlich und demzufolge eine Erhaltungsgröße.

## 2.4 Die Schwerkraft als subatomarer thermodynamischer Effekt der Weberkraft

### 2.4.1 Das Plasmatröpfchen-Modell

In Abschnitt 2.2.1 wurde gezeigt, dass der Magnetismus in sehr anschaulicher und überzeugender Weise durch die Überlagerung der Einzelkräfte vieler bewegter elektrischer Einzelladungen erklärt werden kann (Siehe Abbildungen 2.9 und 2.10). In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass das Gleiche für die Gravitation gilt und dass sich daraus die Formel der Weber-Gravitation ergibt ([Tiandho, 2016], [Assis, 1992], [Wesley, 1990]).



**Abbildung 2.13:** Gibt es eine anziehende Kraft zwischen zwei solchen elektrisch neutralen Plasmatröpfchen?

Zu diesem Zweck wird ein Objekt postuliert, bei dem sich positive und negative Punktladungen innerhalb eines sehr kleinen Raumvolumens aufhalten. Beide Ladungsmengen sollen sich dabei in der Art eines idealen Gases in permanenter Bewegung befinden. Die Geschwindigkeit sei da-

her [Maxwell-Boltzmann verteilt](#). Wir wollen dieses Plasmatröpfchen im Weiteren als „Punktmasse“ bezeichnen. Die Temperaturen der negativen Ladungsmenge  $\Theta_n$  und der positiven Ladungsmenge  $\Theta_p$  sollen nicht zwangsläufig identisch sein. Gefordert wird nur, dass das Plasmatröpfchen als Ganzes gesehen nach außen hin elektrisch neutral ist, also keine Kraft auf eine externe ruhende Punktladung in einem beliebigen Abstand  $r > 0$  ausübt. In diesem Abschnitt soll geklärt werden, ob eine Kraft zwischen zwei solcher Plasmatröpfchen auftritt. [Abbildung 2.13](#) verdeutlicht die Modellvorstellung anhand einer Skizze, wobei im dargestellten Fall die Temperatur der positiven Ladungsmenge sehr viel kleiner ist, als die der negativen. Die Plasmatröpfchen sollen der Einfachheit halber keinen Eigendrehimpuls (Spin) besitzen.

Im ersten Schritt wird die Kraft zwischen zwei Ladungsmengen der Gesamtladung  $q_s$  bzw.  $q_d$  im Abstand  $r$  berechnet. Da die Beträge der Geschwindigkeiten der Punktladungen in den Ladungsmengen Maxwell-Boltzmann verteilt sein sollen, sind die Geschwindigkeitskomponenten der Geschwindigkeiten  $\vec{u}$  gaußverteilt. Die Geschwindigkeitsverteilung einer Ladungsmenge hat daher die Form

$$p_u(\vec{u}, \nu) = g(\vec{u}, \nu) = g(u_x, \nu) \cdot g(u_y, \nu) \cdot g(u_z, \nu) \quad (2.93)$$

wobei es sich bei  $g(u, \nu)$  um die Gaußfunktion

$$g(u, \nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\nu}} \exp\left(-\frac{u^2}{2\nu}\right) \quad (2.94)$$

handelt. Der Parameter

$$\nu = k_B \frac{\Theta}{m_e} \quad (2.95)$$

ist dabei die Geschwindigkeitsvarianz,  $k_B$  die Boltzmann-Konstante und  $m_e$  die **träge** Masse einer einzelnen Punktladung im Plasmatröpfchen (Siehe [[Harry Pfeifer, 1997](#)], Seite 110 ff.).

Wir wollen nun die Potentielle Energie  $U$  der Ladungsmenge  $q_d$  im Feld der Ladungsmenge  $q_s$  berechnen. Die Differenzgeschwindigkeit zwischen den beiden Ladungsmengen sei  $\vec{v}$ . Das Weber-Potential ([2.30](#)) einer Punktladung  $q_d$  im Feld einer anderen Punktladung  $q_s$  lautet in Vektor-



schreibweise

$$V_W(\vec{r}, \vec{v}) = \left( 1 + \kappa_2 \left( \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r c} \right)^2 + \kappa_4 \left( \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r c} \right)^4 \right) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r}. \quad (2.96)$$

Für zwei Ladungsmengen gilt damit

$$V_C = \iint_{-\infty}^{+\infty} V_W(\vec{r}, \vec{u}_s + \vec{u}_d - \vec{v}) p_u(\vec{u}_s, \nu_s) p_u(\vec{u}_d, \nu_d) d\vec{u}_s d\vec{u}_d. \quad (2.97)$$

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann angenommen werden, dass sowohl die Ladungsmenge  $q_d$ , als auch die Ladungsmenge  $q_s$  auf der x-Achse liegen und den Abstand  $r$  zueinander haben. Das Integral lautet dann

$$V_C = \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r} \iint_{-\infty}^{+\infty} \left( 1 + \kappa_2 \frac{(u_{sx} + u_{dx} - v_x)^2}{c^2} + \kappa_4 \frac{(u_{sx} + u_{dx} - v_x)^4}{c^4} \right) p_u(\vec{u}_s, \nu_s) p_u(\vec{u}_d, \nu_d) d\vec{u}_s d\vec{u}_d. \quad (2.98)$$

Da der Term unter der Wurzel nicht von  $u_{sy}$ ,  $u_{sz}$ ,  $u_{dy}$  und  $u_{dz}$  abhängt und die Integration einer Gaußfunktion von  $-\infty$  bis  $+\infty$  immer Eins ergibt folgt weiter

$$V_C = \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r} \iint_{-\infty}^{+\infty} \left( 1 + \kappa_2 \frac{(u_{sx} + u_{dx} - v_x)^2}{c^2} + \kappa_4 \frac{(u_{sx} + u_{dx} - v_x)^4}{c^4} \right) g(u_{sx}, \nu_s) g(u_{dx}, \nu_d) du_{sx} du_{dx}. \quad (2.99)$$

Die Lösung dieses Integrals lautet wegen  $v_x = \dot{r}$  (die Zielladung liegt auf der x-Achse)

$$V_C = \xi(\nu_s + \nu_d, \dot{r}) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0 r} \quad (2.100)$$

mit

$$\xi(\nu, \dot{r}) := 1 + \frac{\kappa_2}{c^2} (\dot{r}^2 + \nu) + \frac{\kappa_4}{c^4} (\dot{r}^4 + 6 \dot{r}^2 \nu + 3 \nu^2). \quad (2.101)$$

Ein Vergleich des Ergebnisses (2.100) mit dem Weber-Potential (2.30) zeigt, dass weitere Terme hinzugekommen sind, die von den Varianzen  $\nu_s$  und  $\nu_d$  bzw. wegen Gleichung (2.95) von den Temperaturen  $\Theta_s$  und  $\Theta_d$  der Ladungsmengen abhängen.

Eine „Punktmasse“ besteht im Plasmatröpfchen-Modell aus jeweils zwei Ladungsmengen. Die gesamte potentielle Energie  $V_T$  eines Plasmatröpfchens im Feld eines anderen ist daher eine Summe aus vier Termen:

$$\begin{aligned} V_T = & \frac{q_{sp} q_{dp}}{4 \pi \varepsilon_0 r} \xi(\nu_{sp} + \nu_{dp}, \dot{r}) + \frac{q_{sp} q_{dn}}{4 \pi \varepsilon_0 r} \xi(\nu_{sp} + \nu_{dn}, \dot{r}) + \\ & \frac{q_{sn} q_{dp}}{4 \pi \varepsilon_0 r} \xi(\nu_{sn} + \nu_{dp}, \dot{r}) + \frac{q_{sn} q_{dn}}{4 \pi \varepsilon_0 r} \xi(\nu_{sn} + \nu_{dn}, \dot{r}). \end{aligned} \quad (2.102)$$

Damit eine solche „Punktmasse“ elektrisch neutral ist, muss die potentielle Energie und damit auch die Kraft auf eine externe elektrische Ladung  $q$  verschwinden. Wir setzen daher  $q_{dn} = 0$ ,  $q_{dp} = q$  und  $\nu_{dp} = 0$ . Dadurch gelangen wir zu

$$V_T = \frac{q}{4 \pi \varepsilon_0 r} (q_{sp} \xi(\nu_{sp}, \dot{r}) + q_{sn} \xi(\nu_{sn}, \dot{r})). \quad (2.103)$$

Dieses Potential muss, wenn die Punktmasse elektrisch neutral sein soll, Null sein. Für den Fall, dass Punktmasse und Messladung ruhen folgt

$$q_{sp} \xi(\nu_{sp}, 0) + q_{sn} \xi(\nu_{sn}, 0) = 0. \quad (2.104)$$

Wir definieren nun

$$Q_s := |q_{sp}| + |q_{sn}| = q_{sp} - q_{sn} \quad (2.105)$$

als die Gesamtladungsmenge im felderzeugenden Plasmatröpfchen. Durch Einsetzen dieser Definition in Gleichung (2.104) folgt

$$\begin{aligned} q_{sn} = & -\frac{\xi(\nu_{sp}, 0)}{\xi(\nu_{sp}, 0) + \xi(\nu_{sn}, 0)} Q_s \\ = & -\frac{c^4 + c^2 \kappa_2 \nu_{sp} + 3 \kappa_4 \nu_{sp}^2}{2 c^4 + c^2 \kappa_2 (\nu_{sn} + \nu_{sp}) + 3 \kappa_4 (\nu_{sn}^2 + \nu_{sp}^2)} Q_s \end{aligned} \quad (2.106)$$

und

$$\begin{aligned} q_{sp} = & +\frac{\xi(\nu_{sn}, 0)}{\xi(\nu_{sp}, 0) + \xi(\nu_{sn}, 0)} Q_s \\ = & +\frac{c^4 + c^2 \kappa_2 \nu_{sn} + 3 \kappa_4 \nu_{sn}^2}{2 c^4 + c^2 \kappa_2 (\nu_{sn} + \nu_{sp}) + 3 \kappa_4 (\nu_{sn}^2 + \nu_{sp}^2)} Q_s. \end{aligned} \quad (2.107)$$

Der gleichen Logik folgend gilt

$$\begin{aligned}
 q_{dn} &= -\frac{\xi(\nu_{dp}, 0)}{\xi(\nu_{dp}, 0) + \xi(\nu_{dn}, 0)} Q_d \\
 &= -\frac{c^4 + c^2 \kappa_2 \nu_{dp} + 3 \kappa_4 \nu_{dp}^2}{2 c^4 + c^2 \kappa_2 (\nu_{dn} + \nu_{dp}) + 3 \kappa_4 (\nu_{dn}^2 + \nu_{dp}^2)} Q_d
 \end{aligned} \tag{2.108}$$

und

$$\begin{aligned}
 q_{dp} &= +\frac{\xi(\nu_{dn}, 0)}{\xi(\nu_{dp}, 0) + \xi(\nu_{dn}, 0)} Q_d \\
 &= +\frac{c^4 + c^2 \kappa_2 \nu_{dn} + 3 \kappa_4 \nu_{dn}^2}{2 c^4 + c^2 \kappa_2 (\nu_{dn} + \nu_{dp}) + 3 \kappa_4 (\nu_{dn}^2 + \nu_{dp}^2)} Q_d
 \end{aligned} \tag{2.109}$$

mit

$$Q_d := |q_{dp}| + |q_{dn}| = q_{dp} - q_{dn}. \tag{2.110}$$

Dies setzen wir nun in die potentielle Energie (2.102) ein. Wir wollen dabei annehmen, dass die Geschwindigkeitsvarianzen  $\nu_{dn}$ ,  $\nu_{dp}$ ,  $\nu_{sn}$  und  $\nu_{sp}$  klein im Vergleich zum Quadrat der Lichtgeschwindigkeit sind. Wir ersetzen daher anschließend alle Vorkommen von  $\nu_{**}$  mit jeweils  $s \nu_{**}$  und entwickeln den Ausdruck nach  $s$  am Punkt 0 in eine Taylorreihe, die wir nach dem Glied zweiter Ordnung abbrechen. Zum Abschluss setzen wir  $s$  wieder zu Eins. Das Ergebnis lautet dann

$$\begin{aligned}
 V_T \approx & - \left[ \frac{c^4 (\kappa_2^2 - 6 \kappa_4) + 6 c^2 \kappa_2 \kappa_4 \dot{r}^2 + 30 \kappa_4^2 \dot{r}^4}{c^4 + c^2 \kappa_2 \dot{r}^2 + \kappa_4 \dot{r}^4} \right] \cdot \\
 & \left[ \frac{Q_s (\nu_{sn} - \nu_{sp})}{4 c^2 \sqrt{\varepsilon_0 \pi}} \right] \left[ \frac{Q_d (\nu_{dn} - \nu_{dp})}{4 c^2 \sqrt{\varepsilon_0 \pi}} \right] \frac{1}{r}.
 \end{aligned} \tag{2.111}$$

Zu guter Letzt approximieren wir diese Gleichung auch noch bezüglich der Radialgeschwindigkeit  $\dot{r}$  durch eine abgebrochene Taylorreihe zweiter Ordnung. Dadurch gelangen wir zu

$$\begin{aligned}
 V_T \approx & - \left[ (\kappa_2^2 - 6 \kappa_4) - \kappa_2 (\kappa_2^2 - 12 \kappa_4) \frac{\dot{r}^2}{c^2} \right] \cdot \\
 & \left[ \frac{Q_s (\nu_{sn} - \nu_{sp})}{4 c^2 \sqrt{\varepsilon_0 \pi}} \right] \left[ \frac{Q_d (\nu_{dn} - \nu_{dp})}{4 c^2 \sqrt{\varepsilon_0 \pi}} \right] \frac{1}{r}.
 \end{aligned} \tag{2.112}$$

Wir definieren nun die Parameter

$$M_s := \sqrt{\frac{\kappa_2^2 - 6 \kappa_4}{16 G \varepsilon_0 \pi}} \frac{Q_s (\nu_{sn} - \nu_{sp})}{c^2} \quad (2.113)$$

und

$$M_d := \sqrt{\frac{\kappa_2^2 - 6 \kappa_4}{16 G \varepsilon_0 \pi}} \frac{Q_d (\nu_{dn} - \nu_{dp})}{c^2} \quad (2.114)$$

mit  $G$  als die Gravitationskonstante. Damit lässt sich die potentielle Energie (2.112) für  $\kappa_2^2 - 6 \kappa_4 > 0$  umschreiben zu

$$V_T \approx - \left[ 1 - \frac{\kappa_2 (\kappa_2^2 - 12 \kappa_4)}{(\kappa_2^2 - 6 \kappa_4)} \frac{\dot{r}^2}{c^2} \right] \frac{G M_s M_d}{r}. \quad (2.115)$$

Dies entspricht einem Weber-Potential

$$V_T = - \left( 1 - \kappa_G \frac{\dot{r}^2}{c^2} \right) \frac{G M_s M_d}{r} \quad (2.116)$$

mit

$$\kappa_G := \frac{\kappa_2 (\kappa_2^2 - 12 \kappa_4)}{(\kappa_2^2 - 6 \kappa_4)}. \quad (2.117)$$

Durch Einsetzen der elektrischen Parameter (2.31) gelangt man zu

$$\kappa_G = 3. \quad (2.118)$$

Aus der potentiellen Energie (2.116) lässt sich durch Anwendung der Formel (3.26) die zugehörige Kraft ableiten. Diese lautet

$$\vec{F}_T = - \left( 1 - \kappa_G \frac{\dot{r}^2}{c^2} + 2 \kappa_G \frac{r \ddot{r}}{c^2} \right) G M_s M_d \frac{\vec{r}}{r^3}. \quad (2.119)$$

Durch Verwendung der Beziehungen (2.35) und (2.36) gelangt man schließlich zur Vektorform

$$\vec{F}_T = - G M_s M_d \left( 1 + 2 \kappa_G \frac{v^2}{c^2} - 3 \kappa_G \left( \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r c} \right)^2 + 2 \kappa_G \frac{\vec{r} \cdot \vec{a}}{c^2} \right) \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (2.120)$$

mit  $\vec{v} := \dot{\vec{r}}$  und  $\vec{a} := \ddot{\vec{r}}$ .

Es ist bemerkenswert, dass die Formel (2.120) für  $\vec{v} = 0$  und  $\vec{a} = 0$  bzw. für  $c \rightarrow \infty$  genau der Kraft entspricht, die in der newtonschen Mechanik eine Masse  $M_s$  auf eine andere Masse  $M_d$  ausübt. Das legt die Vermutung nahe, dass es sich bei der Gravitation, genau wie beim Magnetismus, um einen elektrischen Mehrteilcheneffekt handelt. Die Ursache der Kraft ist diesmal jedoch kein Ungleichgewicht im Geschwindigkeitsmittelwert zweier Ladungsmengen, sondern ein Ungleichgewicht in der Geschwindigkeitsvarianz, also der Temperatur. In den nachfolgenden Abschnitten wird untersucht, ob diese Hypothese zu weiteren Effekten passt, welche im Zusammenhang mit der Gravitation bekannt sind.

## 2.4.2 Materie und Antimaterie

Es fällt auf, dass die schweren Massen in Definition (2.113) und (2.114) sowohl positiv ( $\nu_n > \nu_p$ ), negativ ( $\nu_n < \nu_p$ ) als auch Null sein können ( $\nu_p = \nu_n$ ). Nimmt man einmal an, dass die Varianzen der negativen Ladungsmengen in beiden Plasmatröpfchen größer sind als die der positiven (wie in Abbildung 2.13), so folgen positive Werte für die beiden Massen  $M_s$  und  $M_d$ , da die Gesamtladungsmengen  $Q_s$  und  $Q_d$  nach Definition nicht negativ sein können. Die Kraft (2.120) ist in diesem Fall also anziehend ( $\vec{v} = 0$ ,  $\vec{a} = 0$ ).

Falls aber umgekehrt, die Varianzen der positiven Ladungsmengen größer sind, so sind die Massen negativ. Das erscheint im ersten Moment sinnlos, nach kurzem Nachdenken ist jedoch klar, dass es sich dabei um Antimaterie handeln muss. Auch zwischen zwei Antimassen ist die Kraft (2.120) anziehend.

Interessant ist jedoch, dass sich eine Masse und eine Antimasse gegenseitig abstoßen! In diesem Aspekt unterscheiden sich also elektrische Kraft und Gravitation, denn die elektrische Kraft wirkt auf gleichartige Objekte abstoßend und auf gegensätzliche anziehend. Bei der Gravitation ist das genau umgekehrt. Dies könnte eine Erklärung für die [Baryonenasymmetrie](#) darstellen, also erklären, weshalb in unserer näheren Umgebung nur Materie vorhanden ist und keine Antimaterie vorkommt. Antimaterie wäre nämlich entweder längst annihilert oder aufgrund der Antigravita-

tion weggedrückt worden. Bei welcher Materieart letztlich welche elektrische Ladungsmenge über die größere Geschwindigkeitvarianz verfügt, bleibt allerdings noch zu klären.

### 2.4.3 Photonen und Paarvernichtung

Die Plasmatröpfchen-Hypothese liefert eine interessante Interpretationsmöglichkeit für masselose Teilchen wie Photonen. Um dass zu zeigen, betrachten wir ein Teilchen mit schwerer Masse ( $\nu_{+n} > \nu_{+p}$ )

$$M_+ = \sqrt{\frac{\kappa_2^2 - 6 \kappa_4}{16 G \varepsilon_0 \pi}} \frac{(q_{+p} - q_{+n})(\nu_{+n} - \nu_{+p})}{c^2} \quad (2.121)$$

und das zugehörige Antiteilchen

$$M_- = \sqrt{\frac{\kappa_2^2 - 6 \kappa_4}{16 G \varepsilon_0 \pi}} \frac{(q_{-p} - q_{-n})(\nu_{-n} - \nu_{-p})}{c^2}. \quad (2.122)$$

Wegen

$$q_{-p} = -q_{+n}, \quad q_{-n} = -q_{+p}, \quad \nu_{-n} = \nu_{+p} \quad \text{und} \quad \nu_{-p} = \nu_{+n} \quad (2.123)$$

gilt für das Antiteilchen

$$M_- = -\sqrt{\frac{\kappa_2^2 - 6 \kappa_4}{16 G \varepsilon_0 \pi}} \frac{(q_{+p} - q_{+n})(\nu_{+n} - \nu_{+p})}{c^2}. \quad (2.124)$$

Ein Vergleich der Massen (2.121) und (2.124) zeigt, dass sich die schweren Massen eines Materieteilchens und des zugehörigen Antiteilchens auslöschten:

$$M_+ + M_- = 0. \quad (2.125)$$

Allerdings verschwindet die Materie nicht einfach, sondern es entstehen bei der Verschmelzung zwei neue Teilchen. Im Plasmatröpfchenmodell kann man sich diesen Vorgang als Austausch zweier Ladungswolken zwischen den Reaktionspartnern vorstellen. Das erste Teilchen besteht

anschließend aus der positiven Ladungswolke des ursprünglichen Materieteilchens und der negativen Ladungswolke des früheren Antimaterieteilchens. Die schwere Masse  $M_{0,1}$  dieses Teilchens ist Null, denn es gilt

$$\begin{aligned}
 M_{0,a} &= \sqrt{\frac{\kappa_2^2 - 6 \kappa_4}{16 G \varepsilon_0 \pi} \frac{(q_{+p} - q_{-n})(\nu_{-n} - \nu_{+p})}{c^2}} \\
 &= \sqrt{\frac{\kappa_2^2 - 6 \kappa_4}{16 G \varepsilon_0 \pi} \frac{2 q_{+p} (\nu_{+p} - \nu_{+p})}{c^2}} = 0.
 \end{aligned} \tag{2.126}$$

Für das andere Teilchen gilt ganz äquivalent

$$\begin{aligned}
 M_{0,b} &= \sqrt{\frac{\kappa_2^2 - 6 \kappa_4}{16 G \varepsilon_0 \pi} \frac{(q_{-p} - q_{+n})(\nu_{+n} - \nu_{-p})}{c^2}} \\
 &= -\sqrt{\frac{\kappa_2^2 - 6 \kappa_4}{16 G \varepsilon_0 \pi} \frac{2 q_{+n} (\nu_{+n} - \nu_{+n})}{c^2}} = 0.
 \end{aligned} \tag{2.127}$$

Das bedeutet, dass jedes einzelne der beiden neuen Plasmatröpfchen eine schwere Masse von Null besitzt. Trotzdem ist dort nach wie vor Materie vorhanden! Auch die träge Gesamtmasse bleibt im Prinzip erhalten! Im Gegensatz zu vorher sind in den beiden neuen Teilchen die Ladungsmengen nun aber jeweils exakt gleich groß, genau wie deren Temperatur. Die Plasmen können daher abkühlen ohne dabei ihre elektrische Neutralität zu verlieren und weiter zerfallen. Dies war zuvor bei der Materie und der Antimaterie nicht der Fall. Es ist radikal aber trotzdem naheliegend zu vermuten, dass es sich bei den beiden Teilchen nach der Annihilation um Photonen handelt.

Neu an diesem Bild ist, dass Photonen hier nicht länger reine Energiequanten, sondern elektrisch neutrale Partikel ohne schwere Masse darstellen. Sie bilden ihr eigenes Antiteilchen und verfügen über eine träge Masse, solange die Ladungswolken über Varianz verfügen. Die innere Energie der beiden Ausgangsteilchen verwandelt sich bei der Reaktion teilweise in Bewegungsenergie, sodass sich beide Photonen mit jeweils Lichtgeschwindigkeit vom Reaktionspunkt entfernen. Dieser Geschwindigkeitsgrenzwert ergibt sich hierbei daraus, dass in der Quantinotheorie die elektrische Kraft bei einer Relativgeschwindigkeit von  $c$  ihre Wirkung

verliert und daher keine Materie von einem ruhenden Punkt aus gesehen auf Überlichtgeschwindigkeit beschleunigt werden kann.

Es ist weiterhin wahrscheinlich, dass diese „schweren“ Photonen im Verlauf immer weiter in „leichte“ Photonen zerfallen und am Ende nur noch Photonen übrig bleiben, die aus einer einzigen negativen und positiven Punktladung bestehen. Diese „unsichtbaren“ Partikel könnten dann den Raum füllen und bei durchlaufenden EM-Wellen zu den bekannten Teilcheneigenschaften führen. Wie auch immer die Details letztlich sein mögen, es ergeben sich hier völlig neue Wege zur Interpretation zahlreicher Effekte.

#### 2.4.4 Beziehung zwischen Masse und Energie

Der Erwartungswert der gesamten kinetischen Energie aller Punktladungen in einem Plasmatröpfchen beträgt

$$\begin{aligned} \langle T \rangle = & n_p \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} m_e \|\vec{u}\|^2 p_u(\vec{u}, \nu_p) d\vec{u} + \\ & n_n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} m_e \|\vec{u}\|^2 p_u(\vec{u}, \nu_n) d\vec{u}. \end{aligned} \tag{2.128}$$

Dabei ist  $n_n$  die Anzahl der negativen und  $n_p$  die Anzahl der positiven Punktladungen im Plasmatröpfchen.  $p_u$  ist die Geschwindigkeitsverteilung (2.93). Bei  $m_e$  handelt es sich um die träge Masse, die eine Punktladung haben muss, da sie beim Beschleunigen mit dem eigenen Feld [in Wechselwirkung tritt](#). Es wird angemerkt, dass die träge Masse per se nichts mit der schweren Masse zu tun hat. Bei Standardmaterie (neutrale Materie der [ersten Generation](#)) ist die Gravitationskonstante nur gerade so gewählt worden, dass die schwere Masse der trägen Masse gleich ist. Es wird weiterhin angemerkt, dass für exotische Materie die Gravitationskonstante bisher komplett unbekannt ist [[Aldo Antognini, 2018](#)].

Die Integrale der Gleichung (2.128) lassen sich leicht lösen. Man erhält



$$\langle T \rangle = \frac{3}{2} m_e n_p \nu_p + \frac{3}{2} m_e n_n \nu_n. \quad (2.129)$$

Wir nehmen an dieser Stelle an, dass die absoluten Geschwindigkeitsvarianzen im Plasmatröpfchen sehr groß sind und daher gilt  $|\nu_n - \nu_p| \ll \nu_n + \nu_p$ . Daraus folgt  $\nu_n \approx \nu_p := \nu$  und die innere kinetische Energie des Plasmatröpfchens wird zu

$$\langle T \rangle = \frac{3}{2} m_e \nu (n_p + n_n). \quad (2.130)$$

Die gesamte träge Masse  $m$  ist gleich der Summe der einzelnen trägen Massen aller Punktladungen, d.h.  $m = m_e (n_p + n_n)$ . Damit folgt dann

$$\langle T \rangle = \frac{3}{2} m \nu. \quad (2.131)$$

Bei einem neutralen Plasma gibt es zusätzlich zur kinetischen Energie auch noch eine negative potentielle Energie  $\langle V \rangle$ , welche das Plasma in sich selbst zusammenhält ([Motschmann, 2015], ab Seite 17). Diese Bindungsenergie ist jedoch im Vergleich zur kinetischen Energie klein. Des Weiteren besitzen Fermionen einen Eigendrehimpuls und damit Rotationsenergie  $T_{rot}$ , welche sich keinesfalls vernachlässigen lässt und von der Größenordnung her etwa  $\langle T \rangle$  entspricht.

Nimmt man nun an, dass

$$\nu \approx \frac{1}{3} c^2 \quad (2.132)$$

gilt, so folgt daraus die Masse-Energie-Beziehung

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \langle T \rangle + T_{rot} \approx 2 \langle T \rangle \approx m c^2. \quad (2.133)$$

Dass die Geschwindigkeitsvarianz so große Werte besitzt, ist nicht weiter verwunderlich, da die Punktladungen auf sehr engem Raum eingesperrt sind und die elektrischen Kräfte wegen der geringen Abstände große Werte aufweisen. Andererseits nimmt die elektrische Kraft mit zunehmender Radialgeschwindigkeit ab und wird sogar Null, falls diese  $c$  erreicht. Beide Effekte arbeiten gegeneinander. Interessant ist, dass die Standardabweichung der Geschwindigkeiten  $\bar{v} = \sqrt{3\nu} = c$  der Ladungen im Plasma ungefähr der Lichtgeschwindigkeit entspricht. Elementarteilchen sind offensichtlich sehr extreme Objekte.

### 2.4.5 Keine Wechselwirkung zwischen Gravitation und elektrischer Kraft

Die Plasmatröpfchen-Hypothese geht davon aus, dass ein Elementarteilchen mit schwerer Masse aus Plasma besteht, wobei die eigentlichen Punktladungen im Plasma keine schwere Masse sondern nur elektrische Ladung besitzen. Die elektrische Kraft eines solchen ruhenden Plasmatröpfchens auf eine externe ruhende Probeladung ist null. Es stellt sich jedoch die Frage, ob es eine elektrische Wechselwirkung gibt, wenn sich das Plasmatröpfchen relativ zur Probeladung bewegt. Nach derzeitigem Erkenntnisstand existiert eine solche Wechselwirkung entweder gar nicht oder sie ist sehr klein. Die nachfolgende Rechnung zeigt, dass sich beide Kraftarten entkoppeln lassen, und das sich dabei genau der Parameter ergibt, der von anderen Autoren für die Weber-Gravitation zur Erklärung der relativistischen Gravitationseffekte präferiert wird [Tiandho, 2016].

Um diese Fragestellung zu untersuchen, setzen wir die Gleichungen (2.106) und (2.107) in das Potential (2.103) ein. Daraus folgt

$$V_T = \frac{q Q_s}{4 \pi \varepsilon_0 r} \frac{\xi(\nu_{sn}, 0) \xi(\nu_{sp}, \dot{r}) - \xi(\nu_{sp}, 0) \xi(\nu_{sn}, \dot{r})}{\xi(\nu_{sp}, 0) + \xi(\nu_{sn}, 0)}. \quad (2.134)$$

Im nächsten Schritt ersetzen wir  $\nu_{sn}$  durch  $s \nu_{sn}$  und  $\nu_{sp}$  durch  $s \nu_{sp}$ . Anschließend wird der resultierende Ausdruck bezüglich  $s$  in eine Taylorreihe entwickelt und diese nach dem Glied zweiter Ordnung abgebrochen. Nach Setzen von  $s = 1$  ergibt sich mit  $2\nu := \nu_{sn} + \nu_{sp}$  (Siehe Abschnitt 2.4.4)

$$V_T \approx \frac{q Q_s \dot{r}^2 (\nu_{sn} - \nu_{sp})}{8 \pi \varepsilon_0 r c^8} \left( (\kappa_2^2 - 6 \kappa_4) (c^4 - \kappa_4 \dot{r}^2 \nu) - c^2 \kappa_2 (\kappa_2^2 \nu - \kappa_4 (\dot{r}^2 + 12 \nu)) \right). \quad (2.135)$$

Diese Gleichung wird weiter genähert, indem auch noch bezüglich der Geschwindigkeit  $\dot{r}$  in eine Taylorreihe entwickelt und nach dem zweiten Glied abgebrochen wird. Es folgt

$$V_T \approx \frac{q Q_s \dot{r}^2 (\nu_{sn} - \nu_{sp})}{8 \pi \varepsilon_0 r c^6} (c^2 \kappa_2^2 - 6 c^2 \kappa_4 - \kappa_2^3 \nu + 12 \kappa_2 \kappa_4 \nu). \quad (2.136)$$

Der nächste Schritt besteht darin, die Masse (2.113) nach  $Q_s$  aufzulösen und in die Gleichung (2.136) einzusetzen. Man erhält dadurch

$$V_T \approx \frac{c^2 (\kappa_2^2 - 6 \kappa_4) - \kappa_2 (\kappa_2^2 - 12 \kappa_4) \nu}{2 c^4 \sqrt{\kappa_2^2 - 6 \kappa_4}} \sqrt{\frac{G}{\varepsilon_0 \pi}} \dot{r}^2 \frac{M_s q}{r}. \quad (2.137)$$

Es ist sofort zu erkennen, dass das Potential für  $\dot{r} = 0$  Null wird. Zwischen ruhenden Massen und ruhenden elektrischen Ladungen gibt es demzufolge keine Kraft. Aber auch für  $\dot{r} \neq 0$  verschwindet die Kraft, wenn die Bedingung

$$c^2 (\kappa_2^2 - 6 \kappa_4) - \kappa_2 (\kappa_2^2 - 12 \kappa_4) \nu = 0 \quad (2.138)$$

erfüllt ist. Durch Einsetzen der elektrischen Parameter (2.31) und der Abschätzung (2.132) stellt man fest, dass diese Bedingung genau erfüllt ist! Die Gravitation und die elektrische Kraft sind demzufolge **für nicht-relativistische Relativgeschwindigkeiten** entkoppelt.

## 2.4.6 Apsidendrehung des Merkur

Die aus dem Plasmatröpfchenmodell folgende Gravitationsformel (2.120) ist im Übrigen auch kompatibel zum Effekt der Periheldrehung des Merkurs, welcher üblicherweise mit Hilfe der Allgemeinen Relativitätstheorie erklärt wird. Diese Behauptung wird im Folgenden bewiesen.

Grundsätzlich beschreibt die Formel (2.120) die Kraft  $\vec{F}$  einer Masse  $M_s$  am Koordinatenursprung auf eine Masse  $M = M_d$  am Ort  $\vec{r}$ . Wie sofort zu erkennen ist, entfallen für  $c \rightarrow \infty$  die im Vergleich zum klassischen Gravitationsgesetz auftretenden Zusatzterme. Für ein endliches  $c$  ergeben sich hingegen sehr kleine Unterschiede. Diese führen jedoch nicht dazu, dass die Erhaltungssätze verletzt wären, denn auch in der vollen Form gelten Impuls-, Drehimpuls- sowie Energieerhaltung (Siehe Abschnitt 2.3).

Für das klassische Gravitationsgesetz gibt es neben den üblichen Erhaltungsgrößen noch eine vierte, die als **Laplace-Runge-Lenz-Vektor**

$$\vec{A} := m \vec{v} \times \vec{L} - G m M M_s \frac{\vec{r}}{r} \quad (2.139)$$

bezeichnet wird. Das kleine  $m$  kennzeichnet hierbei die träge Masse der Zielmasse  $M$ . Für Planeten, welche sich auf Keplerellipsen um einen Stern bewegen, zeigt dieser Vektor genau von der Position des Sternes zum Perihel, also der sonnennächsten Stelle der Bahn des Planeten. Der Laplace-Runge-Lenz-Vektor hat daher die Bedeutung eines Ellipsenausrichtungsvektors.

Um zu zeigen, dass es sich beim Laplace-Runge-Lenz-Vektor tatsächlich um eine Erhaltungsgröße handelt, wird nach der Zeit  $t$  abgeleitet. Es folgt

$$\dot{\vec{A}} = m \dot{\vec{v}} \times \vec{L} + m \vec{v} \times \dot{\vec{L}} - G m M M_s \left( \frac{\vec{v}}{r} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r^3} \vec{r} \right). \quad (2.140)$$

Wegen der Drehimpulserhaltung gilt  $\dot{\vec{L}} = 0$ . Des Weiteren ist  $\vec{F} = m \dot{\vec{v}}$ , d.h.

$$\dot{\vec{A}} = \vec{F} \times \vec{L} - G m M M_s \left( \frac{\vec{v}}{r} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r^3} \vec{r} \right). \quad (2.141)$$

Wir ersetzen den Drehimpuls durch seine Definition  $\vec{L} := m \vec{r} \times \vec{v}$  und  $\vec{F}$  durch Gleichung (2.120) und erhalten

$$\begin{aligned} \dot{\vec{A}} = & -G m M M_s \left( 1 + 2 \kappa_G \frac{v^2}{c^2} - 3 \kappa_G \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \frac{\vec{v}}{c} \right)^2 + \right. \\ & \left. 2 \kappa_G \frac{\vec{r} \cdot \vec{a}}{c^2} \right) \frac{\vec{r}}{r^3} \times (\vec{r} \times \vec{v}) - G m M M_s \left( \frac{\vec{v}}{r} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r^3} \vec{r} \right). \end{aligned} \quad (2.142)$$

Wie man nachprüfen kann, ist

$$-\frac{\vec{r}}{r^3} \times (\vec{r} \times \vec{v}) = \frac{\vec{v}}{r} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r^3} \vec{r}. \quad (2.143)$$

Setzt man das in die Gleichung (2.142) ein, so folgt

$$\begin{aligned} \dot{\vec{A}} = & G m M M_s \left( 1 + 2 \kappa_G \frac{v^2}{c^2} - 3 \kappa_G \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \frac{\vec{v}}{c} \right)^2 + \right. \\ & \left. 2 \kappa_G \frac{\vec{r} \cdot \vec{a}}{c^2} \right) \left( \frac{\vec{v}}{r} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r^3} \vec{r} \right) - G m M M_s \left( \frac{\vec{v}}{r} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r^3} \vec{r} \right), \end{aligned} \quad (2.144)$$

d.h.

$$\begin{aligned} \dot{\vec{A}} = G m M M_s \left( 2 \kappa_G \frac{v^2}{c^2} - 3 \kappa_3 \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \frac{\vec{v}}{c} \right)^2 + 2 \kappa_G \frac{\vec{r} \cdot \vec{a}}{c^2} \right) \cdot \\ \left( \frac{\vec{v}}{r} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r^3} \vec{r} \right). \end{aligned} \quad (2.145)$$

Für  $c \rightarrow \infty$  ist offensichtlich  $\dot{\vec{A}} = 0$ . Das bedeutet, dass sich der Laplace-Runge-Lenz-Vektor beim klassischen Gravitationsgesetz nicht mit der Zeit verändert und somit eine Erhaltungsgröße darstellt. Dadurch ist gleichzeitig die Ausrichtung der Keplerepipse, auf der sich ein Planet um seinen Zentralstern bewegt, unveränderlich. Tatsächlich treten in unserem Sonnensystem aber leichte [Apsidendrehungen](#) auf. Hauptsächlich lassen sich diese auf die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Planeten zurückführen. Nur beim Merkur, dem sonnennächsten Planeten, sind die Abweichungen so groß, dass sie sich nicht allein auf diese Ursache zurückführen lassen ([\[Schmutzer, 1989\]](#), Seite 1113).

Beim Gravitationsgesetz (2.120) ist der Laplace-Runge-Lenz-Vektor keine Erhaltungsgröße. Da aber auch hier die Drehimpulserhaltung gilt, folgt zum einen, dass die Bewegung eines Planeten in einer festen Bahnebene stattfindet und zum anderen, dass das zweite Keplersche Gesetz gilt. Durch die Erfüllung des Energieerhaltungssatzes ist wiederum sichergestellt, dass die Bahnkurve eines Planeten geschlossen bleibt und sich dieser nicht auf einer Spiralbahn dem Zentralstern nähert oder sich von diesem entfernt. Da die Abweichungen vom klassischen Gravitationsgesetz in Formel (2.120) sehr klein sind, bewegen sich die Planeten hier ebenfalls auf Keplerellipsen. Allerdings ist aufgrund der Nichterhaltung des Laplace-Runge-Lenz-Vektors eine Periheldrehung zu erwarten. Um diese abzuschätzen, ist es erforderlich die Bahnkurve eines Planeten für  $c \rightarrow \infty$  zu kennen. Zu diesem Zweck multiplizieren wir den Laplace-Runge-Lenz-Vektor  $\vec{A}$  mit der zu findenden Bahnkurve  $\vec{r}$  und erhalten

$$\vec{A} \cdot \vec{r} = m \left( \vec{v} \times \vec{L} \right) \cdot \vec{r} - G m M M_s r. \quad (2.146)$$

Der erste Term ist ein Spatprodukt, daher können die Faktoren zyklisch vertauscht werden und es gilt

$$m \left( \vec{v} \times \vec{L} \right) \cdot \vec{r} = m \left( \vec{r} \times \vec{v} \right) \cdot \vec{L} = \vec{L} \cdot \vec{L} = L^2. \quad (2.147)$$

Damit und mit  $\vec{A} \cdot \vec{r} = A r \cos(\varphi)$  vereinfacht sich Gleichung (2.146) zu

$$A r \cos(\varphi) = L^2 - G m M M_s r. \quad (2.148)$$

Auflösen nach  $r$  ergibt mit

$$\epsilon_k := \frac{A}{G m M M_s} \quad (2.149)$$

die Gleichung

$$r = \frac{L^2}{G m M M_s} \frac{1}{1 + \epsilon_k \cos(\varphi)}. \quad (2.150)$$

Der Parameter  $\epsilon_k$  steht dabei für die numerische Exzentrizität der Bahnellipse. Man findet diesen Wert üblicherweise in Tabellen angeben.

Die Formel (2.150) definiert aber nicht nur die Form der Bahnkurve, sondern bietet auch eine gute Gelegenheit, den Betrag des Drehimpulses  $L$  aus der großen Halbachse  $a_h$  zu berechnen, die man für gewöhnlich ebenfalls als numerischen Parameter aus Tabellen entnehmen kann. Die große Halbachse  $a_h$  ist die Summe aus dem sonnenfernsten und dem sonnennächsten Abstand geteilt durch Zwei, d.h.

$$a_h = \frac{1}{2} \frac{L^2}{G m M M_s} \frac{1}{1 + \epsilon_k \cos(0)} + \frac{1}{2} \frac{L^2}{G m M M_s} \frac{1}{1 + \epsilon_k \cos(\pi)}. \quad (2.151)$$

Durch Umformen erhält man

$$L^2 = a_h (1 - \epsilon_k^2) G m M M_s. \quad (2.152)$$

Diesen Wert kann man wiederum in die Formel (2.150) einsetzen. Dabei gelangt man zu

$$r = \frac{a_h (1 - \epsilon_k^2)}{1 + \epsilon_k \cos(\varphi)}, \quad (2.153)$$

was nur noch leicht erhältliche geometrische Parameter enthält.

Für die Auswertung der Formel (2.145) wird die Bahnkurve  $\vec{r}$  und die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  benötigt. Die Bahnkurve kann wegen Gleichung (2.153) sofort hingeschrieben werden. Sie lautet

$$\vec{r} = \frac{a_h (1 - \epsilon_k^2)}{1 + \epsilon_k \cos(\varphi)} \vec{e}_r. \quad (2.154)$$

Die Einheitsvektoren in Polarkoordinaten sind dabei definiert durch  $\vec{e}_r = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))$  und  $\vec{e}_\varphi = (-\sin(\varphi), \cos(\varphi))$ . Für die Geschwindigkeit folgt nach Anwendung der Kettenregel und unter Verwendung der Beziehung  $\dot{\vec{e}}_r = \vec{e}_\varphi \dot{\varphi}$

$$\vec{v} = \left( \frac{a_h (1 - \epsilon_k^2) \epsilon_k \sin(\varphi)}{(1 + \epsilon_k \cos(\varphi))^2} \vec{e}_r + \frac{a_h (1 - \epsilon_k^2)}{1 + \epsilon_k \cos(\varphi)} \vec{e}_\varphi \right) \dot{\varphi}. \quad (2.155)$$

Aus dem für ebene Bahnen gültigen Zusammenhang  $L = m r^2 \dot{\varphi}$  sowie der Formel (2.152) folgt

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{r^2} \sqrt{a_h (1 - \epsilon_k^2) G M_s \frac{M}{m}}. \quad (2.156)$$

Durch Einsetzen der Formel (2.153) gelangt man zu

$$\dot{\varphi} = \left( \frac{1 + \epsilon_k \cos(\varphi)}{a_h (1 - \epsilon_k^2)} \right)^2 \sqrt{a_h (1 - \epsilon_k^2) G M_s \frac{M}{m}}. \quad (2.157)$$

Das ergibt eingesetzt in Gleichung (2.155) nach etwas elementarem Umformen

$$\vec{v} = \sqrt{\frac{G M M_s}{a_h m (1 - \epsilon_k^2)}} (\epsilon_k \sin(\varphi) \vec{e}_r + (1 + \epsilon_k \cos(\varphi)) \vec{e}_\varphi). \quad (2.158)$$

Schließlich gelangt man wegen  $\sin(\varphi) \vec{e}_r + \cos(\varphi) \vec{e}_\varphi = \vec{e}_y$  zu

$$\vec{v} = \sqrt{\frac{G M M_s}{a_h m (1 - \epsilon_k^2)}} (\vec{e}_\varphi + \epsilon_k \vec{e}_y). \quad (2.159)$$

Zu guter Letzt benötigen wir noch die Bahnbeschleunigung  $\vec{a} = \dot{\vec{v}}$ . Diese lässt sich aus Formel (2.159) ableiten, indem man nach der Zeit ableitet.

Man erhält

$$\vec{a} = -\sqrt{\frac{G M M_s}{a_h m (1 - \epsilon_k^2)}} \vec{e}_r \dot{\varphi}. \quad (2.160)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (2.157) folgt nach Zusammenfassen der Terme

$$\vec{a} = -\frac{G M M_s}{m} \left( \frac{1 + \epsilon_k \cos(\varphi)}{a_h (1 - \epsilon_k^2)} \right)^2 \vec{e}_r. \quad (2.161)$$

Nachdem nun die Bahnkurve, die Bahngeschwindigkeit sowie die Bahnbeschleunigung bekannt sind, ist es möglich, den Runge-Lenz-Vektor für das klassische Gravitationsgesetz durch Einsetzen in die Formel (2.139) zu berechnen. Das Ergebnis lautet

$$\vec{A} = G m M M_s \epsilon_k \vec{e}_x. \quad (2.162)$$

Des Weiteren kann jetzt auch die Abweichung (2.145) berechnet und diese Abweichung über einen kompletten Planetenumlauf mit der Umlaufzeit  $\tau$  aufintegriert werden:

$$\Delta \vec{A}_\tau = \int_0^\tau \dot{\vec{A}}(t) dt. \quad (2.163)$$

Dieses Integral lässt sich so allerdings nicht direkt verwenden, da wir die Bahnkurve und die Bahngeschwindigkeit nur als Funktion des Winkels  $\varphi$  kennen. Falls es uns jedoch gelingt, eine Funktion  $\vec{f}(\varphi)$  zu finden, für welche die Gleichung

$$\dot{\vec{A}}(t) = \vec{f}(\varphi(t)) \dot{\varphi}(t) \quad (2.164)$$

gilt, so wäre es möglich, das Integral (2.163) mit Hilfe der Substitutionsregel

$$\Delta \vec{A}_\tau = \int_0^\tau \dot{\vec{A}}(t) dt = \int_0^\tau \vec{f}(\varphi(t)) \dot{\varphi}(t) dt = \int_0^{2\pi} \vec{f}(\varphi) d\varphi \quad (2.165)$$

umzuformen.



Tatsächlich lässt sich eine solche Funktion  $\vec{f}$  finden. Dazu teilt man zunächst die Gleichung (2.145) durch die Gleichung (2.156). Man erhält

$$\frac{\dot{\vec{A}}}{\dot{\varphi}} = \vec{f} = \sqrt{\frac{G m^3 M M_s}{a_h (1 - \epsilon_k^2)}} \left( 2 \kappa_G \frac{v^2}{c^2} - 3 \kappa_G \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \frac{\vec{v}}{c} \right)^2 + \right. \\ \left. 2 \kappa_G \frac{\vec{r} \cdot \vec{a}}{c^2} \right) \left( r \vec{v} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r} \vec{r} \right). \quad (2.166)$$

Anschließend setzt man die Gleichungen (2.154), (2.159) und (2.161) ein und gelangt zu

$$\vec{f} = \frac{G^2 M^2 M_s^2}{2 a_h c^2 (1 - \epsilon_k^2)} \left( \epsilon_k^2 \kappa_G + 4 \epsilon_k \kappa_G \cos(\varphi) + \right. \\ \left. 3 \epsilon_k^2 \kappa_G \cos(2\varphi) \right) \vec{e}_\varphi. \quad (2.167)$$

Damit lässt sich nun das Integral (2.165) lösen. Das Ergebnis lautet

$$\Delta \vec{A}_\tau = 2 \kappa_G \frac{\pi \epsilon_k G^2 M^2 M_s^2}{a_h c^2 (1 - \epsilon_k^2)} \vec{e}_y. \quad (2.168)$$

Der Betrag der Winkeländerung des Perihels  $\varphi_p$  in einem Umlaufzyklus lässt sich durch

$$\varphi_p = \sin \left( \frac{\Delta A_\tau}{A} \right) \approx \frac{\Delta A_\tau}{A} \quad (2.169)$$

berechnen. Die Näherung ist dabei deshalb möglich, da  $\Delta A_\tau \ll A$  ist. Durch Einsetzen des Betrags des Laplace-Runge-Lenz-Vektors  $A = \epsilon_k G m M M_s$  in Gleichung (2.169) folgt

$$\varphi_p = 2 \kappa_G \frac{\pi G M M_s}{a_h m c^2 (1 - \epsilon_k^2)}. \quad (2.170)$$

Die Richtung der Winkeländerung folgt aus der Richtung von  $\Delta \vec{A}_\tau$  und der Richtung des Laplace-Runge-Lenz-Vektors (2.162). Die erste Größe zeigt in y-Richtung, die zweite in x-Richtung. Das bedeutet, dass sich der Laplace-Runge-Lenz-Vektor entgegen dem Uhrzeigersinn dreht. Der Planet dreht sich ebenfalls entgegen dem Uhrzeigersinn, was sich an der Formel der Geschwindigkeit (2.159) ablesen lässt. Daraus folgt,

dass im Falle des Merkur  $2\kappa_G > 0$  zu gelten hat, da beim Merkur, wie bei praktisch allen anderen Planeten auch, die Periheldrehung in Richtung der Planetenbewegung stattfindet und sich nur ein gewisser Anteil davon, nämlich 530 Bogensekunden pro Jahrhundert, durch die klassische Gravitationswirkung der äußeren Planeten erklären lässt [Will, 1993] (Die Gravitationswirkung der Sonne wird weiter draußen durch die äußeren Planeten geschwächt, sodass ihr Einfluss stärker als mit  $1/r^2$  abnimmt).

Mit dem Wert für  $\kappa_G$  aus Gleichung (2.118) und  $M = m$  folgt

$$\varphi_p = \frac{6\pi G M_s}{a_h c^2 (1 - \epsilon_k^2)}. \quad (2.171)$$

Das entspricht genau dem Wert, den man aus der Allgemeinen Relativitätstheorie kennt.

## 2.5 Ponderomotorische Kräfte

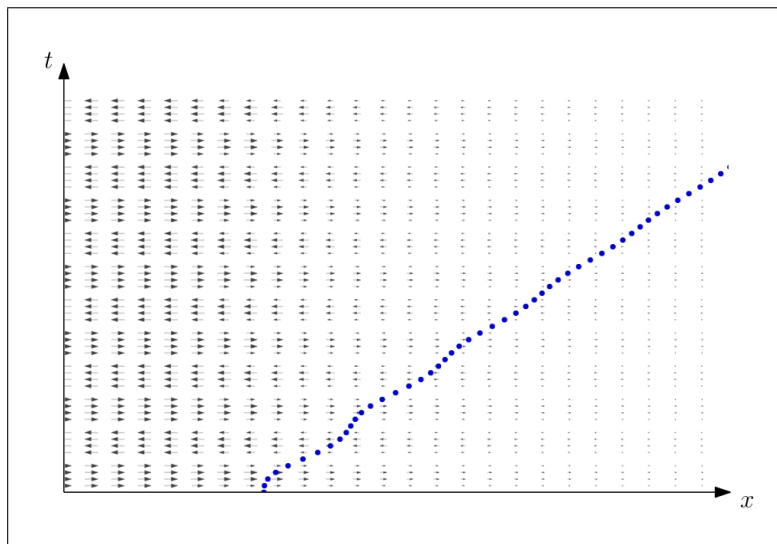
Wir machen nun einen sehr großen Sprung und beginnen mit einem völlig anderen Thema. Aber auch hier ist es das Plasmatröpfchenmodell der Gravitation, welches den entscheidenden Ausgangspunkt bereitstellt, da dieses es möglich macht, massebehaftete und masselose Elementarteilchen als Objekte zu interpretieren, die in sich selbst schwingungsfähig sind. Weiterhin ist sofort klar, dass, wenn die Plasmatröpfchenhypothese stimmen sollte, Elementarteilchen von oszillierenden Kraftfeldern umgeben sind. Dies erlaubt es in der Quantenmechanik völlig neue Wege zu gehen. Doch zuvor werden einige Grundlagen benötigt, die im Weiteren zunächst erläutert werden.

### 2.5.1 Einführung

Bei der ponderomotorischen Kraft handelt es sich um einen bemerkenswerten Effekt, der bisher kaum Beachtung in der Physik gefunden hat. Beispielsweise wird er in [Schmutzer, 1989], einem durchaus umfangreichen Standardwerk der Theoretischen Physik, nicht einmal erwähnt.

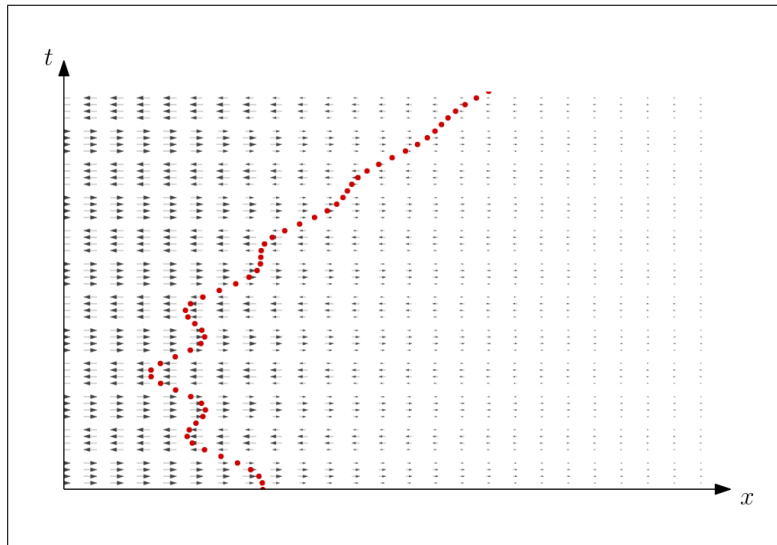
Auch in Lehrbüchern der Experimentalphysik, wie dem [Harry Pfeifer, 1997], findet sich kein Hinweis darauf. Trotz dieser geringen Präsenz in der Literatur, gehören die ponderomotorischen Kräfte zu den interessantesten Effekten der Physik. In diesem Abschnitt wird dargestellt, wie diese Kräfte bezogen auf das [Plasmatröpfchenmodell der Gravitation](#) zu Phänomenen führen, die sich praktisch nicht von Vorhersagen der Quantenmechanik unterscheiden lassen.

Bevor die mathematischen Grundlagen der ponderomotorischen Kraft behandelt werden, soll kurz anschaulich erläutert werden, worum es sich bei der ponderomotorischen Kraft handelt. In den Abbildungen 2.14 und 2.15 ist das Ergebnis zweier Simulationen dargestellt, bei denen untersucht wurde, wie sich die Position  $x$  einer positiven und negativen Punktladung in einem **nur** in  $x$ -Richtung inhomogenen Wechselfeld mit der Zeit  $t$  verändert. Die zu jedem Zeitpunkt vorliegende elektrische Feldstärke ist im Hintergrund durch Pfeile angedeutet. Integriert man in  $t$ -Richtung, so stellt man fest, dass der zeitliche Mittelwert der Feldstärke an jeder Stelle Null ist.



**Abbildung 2.14:** Weltlinie einer positiven Punktladung in einem nur in  $x$ -Richtung inhomogenen Wechselfeld.

Ungeachtet dessen befinden sich am Ende der Simulation beide Punktladungen unabhängig vom Vorzeichen der Ladung weiter rechts von dem Ort, an dem sie waren, als die Simulation gestartet wurde. Zusammenfassend lässt sich offenbar sagen, dass elektrisch geladene Teilchen **unabhängig vom Vorzeichen der Ladung**, immer in die Richtung gezogen



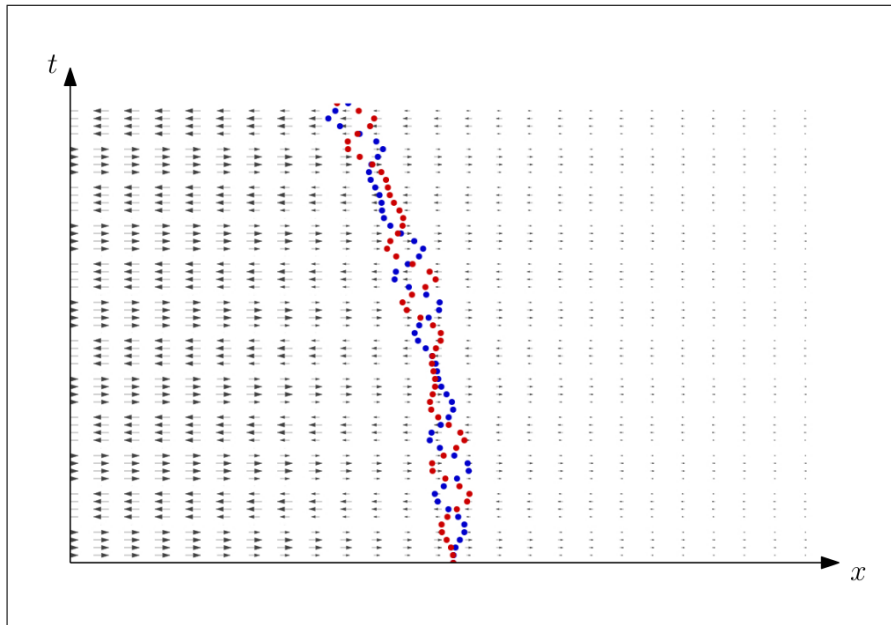
**Abbildung 2.15:** Weltlinie einer negativen Punktladung in einem nur in  $x$ -Richtung inhomogenen Wechselfeld.

werden, in welcher die Amplitude des Feldes **schwächer** wird. Diesen Effekt nennt man ponderomotorische Kraft.

Der Grund für dieses Verhalten ist schnell erklärt: Angenommen, die Kraft zu einem bestimmten Zeitpunkt ist anziehend. Das Teilchen bewegt sich dann dorthin, wo die Feldstärke vom Betrag her noch größer wird. Wenn sich dann kurz darauf die Feldstärke umpolt, befindet sich das Teilchen an einem Ort, an dem die nun abstoßende Kraft größer ist als an dem Ort, von dem es gestartet ist. Aus diesem Grund bewegt sich das Teilchen bis zum nächsten Umpolen etwas weiter in den Bereich hinein, indem die Feldstärke vom Betrag her klein ist. Bei jedem Umpolen wiederholt sich dieser Vorgang wieder und wieder. Letztendlich entsteht also eine vom Vorzeichen der Ladung unabhängige Driftgeschwindigkeit in Richtung der schwächer werdenden Amplitude.

Die ponderomotorische Kraft wirkt jedoch nicht nur auf elektrisch geladene Teilchen, sondern auch auf gebundene Teilchen, also Partikel die elektrisch neutral sein können. Elementarteilchen im Sinne des Plasmatröpfchenmodells der Gravitation sind genau solche elektrisch neutralen, gebundenen Teilchen. Die Abbildungen [2.16](#) und [2.17](#) verdeutlichen den Mechanismus.

Es zeigt sich, dass sich ein gebundenes Teilchen in beide Richtungen bewegen kann. Die Richtung hängt dabei von der Art und Stärke der Kopp-



**Abbildung 2.16:** Weltlinie der Bestandteile eines gebundenen Teilchens mit starker Kopplung im Wechselfeld.

lung im gebundenen Teilchen ab. Bei einer harmonischen Kopplung mit schwacher Kopplungskonstante wirkt der Bereich der hohen Feldstärke abstoßend. Bei einer starken Kopplung wird das gebundene Teilchen hingegen in den Bereich der hohen Feldstärke gezogen. Die Grenze zwischen starker und schwacher wird dabei durch die Eigenfrequenz des gebundenen Teilchens und der Frequenz des Feldes festgelegt.

## 2.5.2 Geladenes Punktteilchen im Wechselfeld

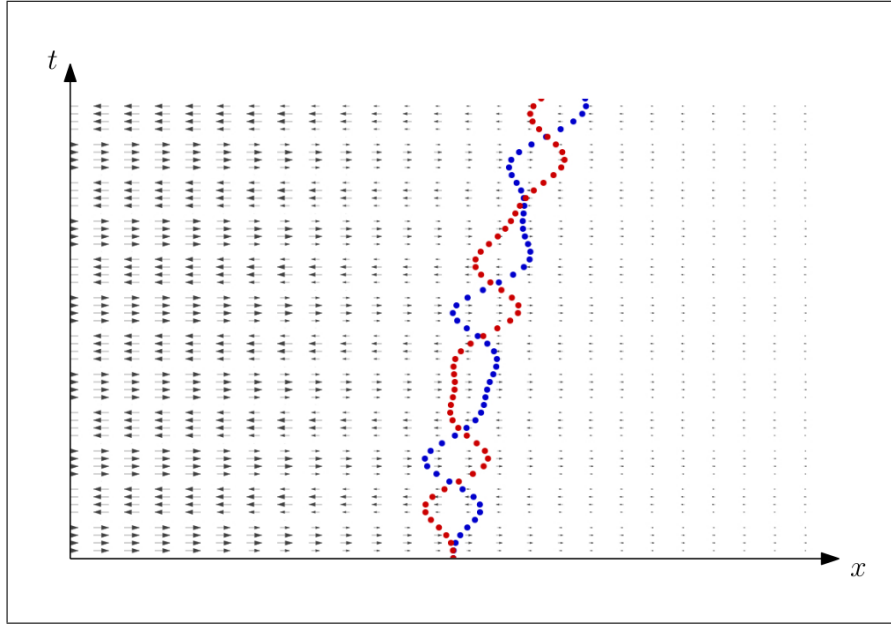
Der im Abschnitt zuvor anschaulich beschriebene Mechanismus soll nun mathematisch untersucht werden. Wir modellieren das oszillierende, räumlich inhomogene elektrische Feld  $\vec{E}$  durch

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_r(\vec{r}) \cos(\omega t). \quad (2.172)$$

Die Bewegungsgleichung lautet

$$\frac{m}{q} \ddot{\vec{r}} = \vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_r(\vec{r}) \cos(\omega t). \quad (2.173)$$

Wie die Animationen [2.14](#) und [2.15](#) verdeutlicht haben, besteht die Bahnkurve der Punktladungen aus einem schnell oszillierenden Anteil  $\vec{r}_o$  und



**Abbildung 2.17:** Weltlinie der Bestandteile eines gebundenen Teilchens mit schwacher Kopplung im Wechselfeld.

einem langsamen Driftanteil  $\vec{r}_d$ . Als Lösungsansatz wird daher  $\vec{r} = \vec{r}_d + \vec{r}_o$  verwendet.

Wenn die Kreisfrequenz  $\omega$  als sehr groß angenommen wird folgt, dass die Schwingungsamplitude  $\vec{r}_o$  sehr klein ist. Daher gilt näherungsweise

$$\vec{E}_r(\vec{r}_d + \vec{r}_o) \approx \vec{E}_r(\vec{r}_d) + \nabla \otimes \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cdot \vec{r}_o, \quad (2.174)$$

wobei

$$\nabla \otimes \vec{E} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r_x} E_x & \frac{\partial}{\partial r_y} E_x & \frac{\partial}{\partial r_z} E_x \\ \frac{\partial}{\partial r_x} E_y & \frac{\partial}{\partial r_y} E_y & \frac{\partial}{\partial r_z} E_y \\ \frac{\partial}{\partial r_x} E_z & \frac{\partial}{\partial r_y} E_z & \frac{\partial}{\partial r_z} E_z \end{pmatrix} \quad (2.175)$$

für die Jacobi-Matrix steht. Wenn wir das in die Bewegungsgleichung (2.173) einsetzen ergibt sich

$$\frac{m}{q} \left( \ddot{\vec{r}}_d + \ddot{\vec{r}}_o \right) \approx \left( \vec{E}_r(\vec{r}_d) + \nabla \otimes \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cdot \vec{r}_o \right) \cos(\omega t). \quad (2.176)$$

Im nächsten Schritt wird ausgenutzt, dass die Beschleunigung  $\ddot{\vec{r}}_d$ , die zur Driftbewegung führt, sehr viel kleiner ist, als die Beschleunigung  $\ddot{\vec{r}}_o$ .

Damit und wegen der kleinen Schwingungsamplitude  $\vec{r}_o$  folgt aus der Bewegungsgleichung (2.176) die Näherung

$$\frac{m}{q} \ddot{\vec{r}}_o \approx \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cos(\omega t). \quad (2.177)$$

Da sich  $\vec{r}_d$  im Vergleich zu  $\vec{r}_o$  nur sehr langsam ändert, ist  $\vec{E}_r(\vec{r}_d)$  im betrachteten Zeitraum im Wesentlichen eine Konstante, was eine Lösung der Differentialgleichung zulässt. Es folgt

$$\vec{r}_o \approx -\frac{q}{m \omega^2} \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cos(\omega t). \quad (2.178)$$

Durch Einsetzen in Gleichung (2.176) bekommen wir

$$\begin{aligned} \frac{m}{q} \left( \ddot{\vec{r}}_d + \frac{q}{m} \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cos(\omega t) \right) \approx \\ \left( \vec{E}_r(\vec{r}_d) - \frac{q}{m \omega^2} \nabla \otimes \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cdot \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cos(\omega t) \right) \cos(\omega t), \end{aligned} \quad (2.179)$$

was sich durch Umformen zu

$$\ddot{\vec{r}}_d \approx -\frac{q^2}{m^2 \omega^2} \nabla \otimes \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cdot \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cos(\omega t)^2 \quad (2.180)$$

vereinfachen lässt. Der Term  $\cos(\omega t)^2$  liefert im zeitlichen Mittel einen Beitrag von

$$\begin{aligned} \overline{\cos(\omega t)^2} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \cos(\omega t)^2 dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4T\omega} \sin(2\omega T) \right) = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (2.181)$$

Damit folgt schließlich die Näherung

$$\ddot{\vec{r}}_d \approx -\frac{q^2}{2m^2 \omega^2} \nabla \otimes \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cdot \vec{E}_r(\vec{r}_d) \quad (2.182)$$

und man kann die ponderomotorische Kraft  $\vec{F}_p$  durch die Gleichung

$$\vec{F}_p = -\frac{q^2}{2m \omega^2} \nabla \otimes \vec{E}_r \cdot \vec{E}_r \quad (2.183)$$

beschreiben.

Für den Fall, dass sich  $\vec{E}_r$  als Gradient  $-\nabla\varphi_r$  eines skalaren Potentials  $\varphi_r$  ausdrücken lässt, gilt (aber nur dann)

$$\nabla \otimes \vec{E}_r \cdot \vec{E}_r = \frac{1}{2} \nabla \left( \vec{E}_r \cdot \vec{E}_r \right) = \frac{1}{2} \nabla E_r^2, \quad (2.184)$$

denn

$$(\nabla \otimes \nabla\varphi_r) \cdot \nabla\varphi_r = \frac{1}{2} \nabla (\nabla\varphi_r \cdot \nabla\varphi_r). \quad (2.185)$$

Damit vereinfacht sich die Formel (2.183) nocheinmal erheblich und man erhält

$$\vec{F}_p = -\frac{q^2}{4m\omega^2} \nabla E_r^2 \quad (\text{für } \nabla \times \vec{E}_r = 0). \quad (2.186)$$

Gleichzeitig wird deutlich, dass sich die ponderomotorische Kraft selbst ebenfalls als Gradientenfeld  $\vec{F}_p = -\nabla\varphi_p$  auffassen lässt. Das ponderomotorische Potential lautet in diesem Fall

$$\varphi_p = \frac{q^2 E_r^2}{4m\omega^2} \quad (\text{für } \nabla \times \vec{E}_r = 0). \quad (2.187)$$

### 2.5.3 Gebundenes Teilchen im Wechselfeld

Diesmal wird ein gebundenes, elektrisch neutrales Teilchen betrachtet, welches aus einer negativen Ladung  $-Q/2$  und einer positiven Ladung  $+Q/2$  besteht. Die Kraft zwischen den beiden Ladungen wird in der nachfolgenden Rechnung nicht durch ein Coulombpotential, sondern durch einen harmonischen Oszillator mit der Koppelkonstanten  $k$  modelliert.

Das oszillierende, räumlich inhomogene elektrische Feld  $\vec{E}$  sei wieder durch

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_r(\vec{r}) \cos(\omega t) \quad (2.188)$$

gegeben. Die Bewegungsgleichungen lauten demzufolge

$$m_n \ddot{\vec{r}}_n = -\frac{Q}{2} \vec{E}_r(\vec{r}_n) \cos(\omega t) + k (\vec{r}_p - \vec{r}_n) \quad (2.189)$$



und

$$m_p \ddot{\vec{r}}_p = \frac{Q}{2} \vec{E}_r(\vec{r}_p) \cos(\omega t) + k (\vec{r}_n - \vec{r}_p). \quad (2.190)$$

Dabei ist  $\vec{r}_n$  die Bahnkurve der negativen Ladung und  $\vec{r}_p$  die Bahnkurve der positiven Ladung.  $m_n$  und  $m_p$  sind die zugehörigen Massen, die nicht zwangsläufig gleich sein müssen, wie beispielsweise bei einem Wasserstoffatom, bei dem das positiv geladene Proton deutlich mehr Masse besitzt, als das für die negative Ladung verantwortliche Elektron.

Auch hier bestehen die Lösungen jeweils wieder aus einem langsamen Driftanteil  $\vec{r}_d$ , der die Bewegung des Systemschwerpunktes beschreibt, und einem schnell oszillierenden Anteil  $\vec{r}_o$ . Es werden daher die Lösungsansätze  $\vec{r}_n = \vec{r}_d + \vec{r}_{on}$  und  $\vec{r}_p = \vec{r}_d + \vec{r}_{op}$  verwendet. Der Driftanteil  $\vec{r}_d$  ist bei einem gebundenen Teilchen natürlich für beide Ladungen identisch und gleich der Bahnkurve des Schwerpunkts.

Unter Verwendung der Näherung (2.174) werden die Bewegungsgleichungen (2.189) und (2.190) zu

$$m_n \left( \ddot{\vec{r}}_d + \ddot{\vec{r}}_{on} \right) \approx - \frac{Q}{2} \left( \vec{E}_r(\vec{r}_d) + \nabla \otimes \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cdot \vec{r}_{on} \right) \cos(\omega t) + k (\vec{r}_{op} - \vec{r}_{on}) \quad (2.191)$$

und

$$m_p \left( \ddot{\vec{r}}_d + \ddot{\vec{r}}_{op} \right) \approx \frac{Q}{2} \left( \vec{E}_r(\vec{r}_d) + \nabla \otimes \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cdot \vec{r}_{op} \right) \cos(\omega t) + k (\vec{r}_{on} - \vec{r}_{op}). \quad (2.192)$$

Mit den Näherungen  $\ddot{\vec{r}}_d \ll \ddot{\vec{r}}_{on}$ ,  $\ddot{\vec{r}}_d \ll \ddot{\vec{r}}_{op}$ ,  $\vec{r}_{on} \approx 0$  und  $\vec{r}_{op} \approx 0$  vereinfacht sich das zu

$$m_n \ddot{\vec{r}}_{on} \approx - \frac{Q}{2} \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cos(\omega t) + k (\vec{r}_{op} - \vec{r}_{on}) \quad (2.193)$$

und

$$m_p \ddot{\vec{r}}_{op} \approx \frac{Q}{2} \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cos(\omega t) + k (\vec{r}_{on} - \vec{r}_{op}). \quad (2.194)$$

Dieses Differentialgleichungssystem lässt sich unter der Annahme lösen, dass  $\vec{E}_r(\vec{r}_d)$  zum Zeitpunkt der Betrachtung im Wesentlichen nur eine

zeitunabhängige Konstante darstellt. Die Lösungen lauten

$$\vec{r}_{on} = \frac{Q \vec{E}_r(\vec{r}_d) (\cos(\omega t) - \cos(\omega_e t))}{2 m_n (\omega^2 - \omega_e^2)} \quad (2.195)$$

und

$$\vec{r}_{op} = -\frac{Q \vec{E}_r(\vec{r}_d) (\cos(\omega t) - \cos(\omega_e t))}{2 m_p (\omega^2 - \omega_e^2)}, \quad (2.196)$$

wobei  $\omega_e$  für die Eigenkreisfrequenz  $\omega_e = \sqrt{\frac{k}{m_{red}}}$  des gebundenen Teilchens und  $m_{red} = \frac{m_n m_p}{m_n + m_p}$  für die **reduzierte Masse** steht.

Der Schwerpunkt  $\vec{r}_d$  beträgt

$$\vec{r}_d = \frac{m_p \vec{r}_p + m_n \vec{r}_n}{m_p + m_n}. \quad (2.197)$$

Zweimaliges Ableiten nach der Zeit ergibt

$$\ddot{\vec{r}}_d = \frac{m_p \ddot{\vec{r}}_p + m_n \ddot{\vec{r}}_n}{m_p + m_n}. \quad (2.198)$$

Das Einsetzen der rechten Seiten der Gleichungen (2.189) und (2.190) liefert daher

$$\ddot{\vec{r}}_d = \frac{Q}{2(m_p + m_n)} \left( \vec{E}_r(\vec{r}_p) - \vec{E}_r(\vec{r}_n) \right) \cos(\omega t). \quad (2.199)$$

Mit der Näherung (2.174) folgt weiter

$$\ddot{\vec{r}}_d = \frac{Q}{2(m_p + m_n)} \nabla \otimes \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cdot (\vec{r}_{op} - \vec{r}_{on}) \cos(\omega t). \quad (2.200)$$

Hier können nun die Lösungen (2.195) und (2.196) eingesetzt werden und man erhält

$$\ddot{\vec{r}}_d = -\frac{Q^2 (\cos(\omega t) - \cos(\omega_e t)) \cos(\omega t)}{4 m_p m_n (\omega^2 - \omega_e^2)} \nabla \otimes \vec{E}_r(\vec{r}_d) \cdot \vec{E}_r(\vec{r}_d). \quad (2.201)$$

Im nächsten Schritt wird zeitlich gemittelt, um die für die Bewegung des Schwerpunktes unerhebliche schnelle Oszillation der beiden Ladungen zu

entfernen. Mit

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (\cos(\omega t) - \cos(\omega_e t)) \cos(\omega t) dt = \frac{1}{2} \quad (2.202)$$

erhält man dann die ponderomotorische Kraft bei einem gebundenen Teilchen. Die Formel lautet im allgemeinen Fall

$$\vec{F}_p = -\frac{Q^2}{8 m_{red} (\omega^2 - \omega_e^2)} \nabla \otimes \vec{E}_r \cdot \vec{E}_r \quad (2.203)$$

mit

$$m_{red} = \frac{m_n m_p}{m_n + m_p} \quad \text{und} \quad \omega_e = \sqrt{\frac{k}{m_{red}}}. \quad (2.204)$$

Für den Fall, dass sich  $\vec{E}_r = -\nabla \varphi_r$  als Gradient eines Potentials  $\varphi_r$  schreiben lässt, gilt wegen der Beziehung (2.184) für die ponderomotorische Kraft die Formel

$$\vec{F}_p = -\frac{Q^2 \nabla E_r^2}{16 m_{red} (\omega^2 - \omega_e^2)} \quad (\text{für } \nabla \times \vec{E}_r = 0). \quad (2.205)$$

Das ponderomotorische Potential lautet demzufolge

$$\varphi_p = \frac{Q^2 E_r^2}{16 m_{red} (\omega^2 - \omega_e^2)} \quad (\text{für } \nabla \times \vec{E}_r = 0). \quad (2.206)$$

Es ist an dieser Stelle wichtig, auf den Term  $\omega^2 - \omega_e^2$  unterhalb des Bruchstrichs im Vorfaktor hinzuweisen. Dieser scheint nämlich zu implizieren, dass für  $\omega^2 = \omega_e^2$  eine unendlich große ponderomotorische Kraft wirkt. Dies ist in der Praxis nicht korrekt, da unter diesen Umständen die Annahmen, die zur Herleitung der Formel (2.205) geführt haben, so nicht möglich sind. Numerische Simulationen zeigen, dass das gebundene Teilchen bei der Eigenfrequenz in Resonanz gerät und heftig zu schwingen beginnt, bis es zu algorithmischen Instabilitäten kommt. Der Schwerpunkt des gebundenen Teilchens verändert seine Lage jedoch nicht. Richtig ist allerdings, dass die ponderomotorische Kraft für Kreisfrequenzen  $\omega$  nahe der Eigenfrequenz  $\omega_e$  besonders stark ist. Die Richtung der Kraft

hängt dabei davon ab, ob  $\omega^2 < \omega_e^2$  oder  $\omega^2 > \omega_e^2$  gilt. Für Eigenfrequenzen oberhalb der Feldfrequenz wirkt die ponderomotorische Kraft derart, dass gebundene Teilchen dorthin gezogen werden, wo die Amplitude maximal wird. Im anderen Fall wirken die Bereiche hoher Amplitude bzw. Intensität abstoßend. Die Animationen 2.16 und 2.17 liefern anschauliche Beispiele für beide Fälle.

### 2.5.4 Teilcheninterferenz am Doppelspalt

In diesem Abschnitt wird ein ganz spezieller Typ eines räumlich inhomogenen, oszillierenden Feldes untersucht, welches genau dann entsteht, wenn eine ebene elektrische Welle auf eine Barriere trifft, die an zwei (oder mehr) Punkten durchlässig ist. Das elektrische Feld, welches sich hinter dieser Barriere herausbildet, entspricht gegeneinander verschobenen Kugelwellen (huygens-fresnelsches Prinzip) und lässt sich mathematisch durch den Ansatz

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{a}_1 \cos\left(\omega \left(t - \frac{r_1}{c}\right)\right) + \vec{a}_2 \cos\left(\omega \left(t - \frac{r_2}{c}\right)\right) \quad (2.207)$$

mit  $\vec{r}_1 = \vec{r} - \vec{s}_1$  und  $\vec{r}_2 = \vec{r} - \vec{s}_2$  modellieren. Dabei sind  $\vec{s}_1$  und  $\vec{s}_2$  die Positionen der Öffnungen in der Barriere.

Innerhalb des elektrischen Feldes sollen sich vereinzelt geladene oder neutrale Teilchen bewegen und gelegentlich die Öffnungen treffen und hindurchtreten. Wir wollen das Problem **nicht als quantenmechanischen Vorgang betrachten**, sondern davon ausgehen, dass es sich bei dem elektrischen Feld um eine klassische EM-Welle und bei den Teilchen um kleine, klassische, punktförmige Partikel handelt.

Die Animationen 2.18 und 2.19 verdeutlichen die Form des Feldes vor und nach der Barriere mit jeweils ein oder zwei kleinen Öffnungen. Wie deutlich zu erkennen ist, bildet sich bei zwei Öffnungen ein Interferenzmuster. Es liegt sofort nahe zu vermuten, dass ein Teilchen im Feld hinter der Barriere bei zwei Öffnungen eine ponderomotorische Kraft wahrnimmt. Bei nur einer Öffnung kann hingegen keine ponderomotorische Kraft entstehen. Damit sollte sich ein Teilchen in diesem Fall auf einer geradlinigen Bahn bewegen. Diese Vermutung wird im Weiteren mathematisch untersucht.

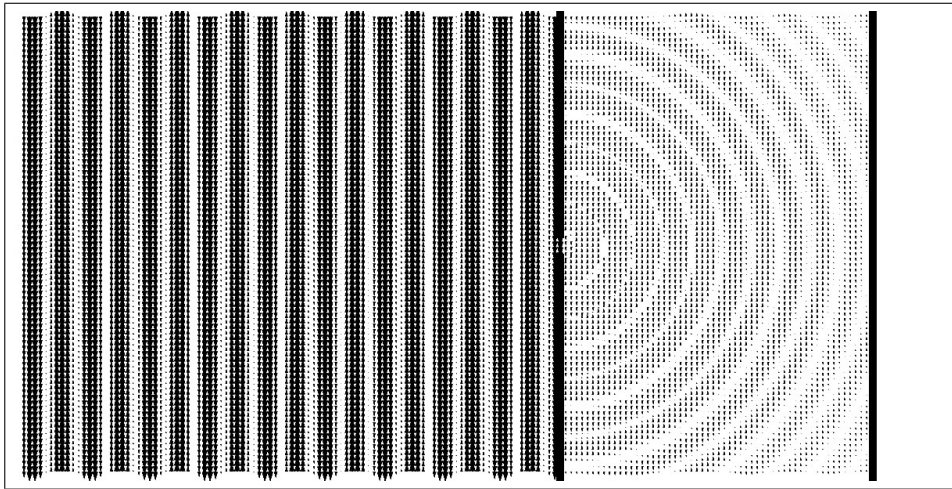


Abbildung 2.18: Elektrisches Feld bei nur einer Öffnung.

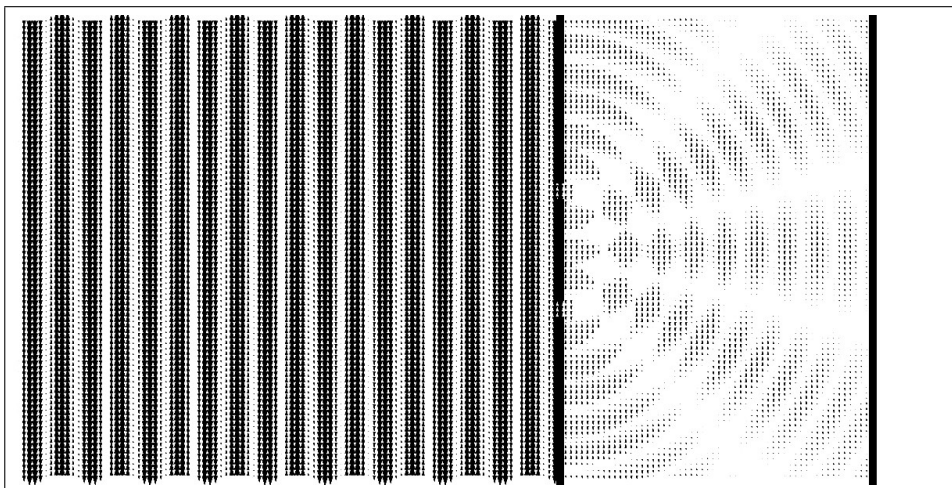


Abbildung 2.19: Elektrisches Feld bei zwei Öffnungen.

Bevor die Formel (2.205) verwendet werden kann, muss das Feld (2.207) in eine Form gebracht werden, die dem Feldansatz (2.188) entspricht. Dies ist mit Hilfe der trigonometrischen Beziehung  $\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$  möglich. Nach etwas Umformen und Ausklammern erhält man

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_c \cos(\omega t) + \vec{E}_s \sin(\omega t), \quad (2.208)$$

mit den zeitunabhängigen Amplituden

$$\vec{E}_c := \vec{a}_1 \cos\left(\omega \frac{r_1}{c}\right) + \vec{a}_2 \cos\left(\omega \frac{r_2}{c}\right) \quad (2.209)$$

und

$$\vec{E}_s := \vec{a}_1 \sin\left(\omega \frac{r_1}{c}\right) + \vec{a}_2 \sin\left(\omega \frac{r_2}{c}\right). \quad (2.210)$$

Wie sich zeigt, gibt es in diesem Fall zwei ponderomotorische Kräfte, die sich überlagern. Die Gesamtkraft lautet wegen Formel (2.203)

$$\vec{F}_p = -a_f \left( \nabla \otimes \vec{E}_c \cdot \vec{E}_c + \nabla \otimes \vec{E}_s \cdot \vec{E}_s \right) \quad (2.211)$$

mit

$$a_f := \frac{q^2}{2m_{red}(\omega^2 - \omega_e^2)}. \quad (2.212)$$

Durch Einsetzen der Amplituden (2.209) und (2.210) erhält man

$$\vec{F}_p = -\frac{a_f}{c} \left( \frac{\vec{a}_1 \cdot \vec{r}_2}{r_2} \vec{a}_2 - \frac{\vec{a}_2 \cdot \vec{r}_1}{r_1} \vec{a}_1 \right) \cdot \sin\left(\frac{\omega(r_1 - r_2)}{c}\right). \quad (2.213)$$

Diese Lösung wird im Weiteren näher analysiert.

### Nur eine Öffnung vorhanden

Bei nur einer Öffnung ist entweder  $\vec{a}_1$  oder  $\vec{a}_2$  Null. Wir wählen  $\vec{a}_1 = 0$  und setzen dies in Formel (2.213) ein. Es folgt  $\vec{F}_p = 0$ , d.h. für nur eine Öffnung tritt keinerlei Kraftwirkung auf. Sollten sich in dem Feld gebundene Teilchen bewegen, so ist deren Bahnkurve immer eine Gerade.

### Es sind zwei Öffnungen vorhanden

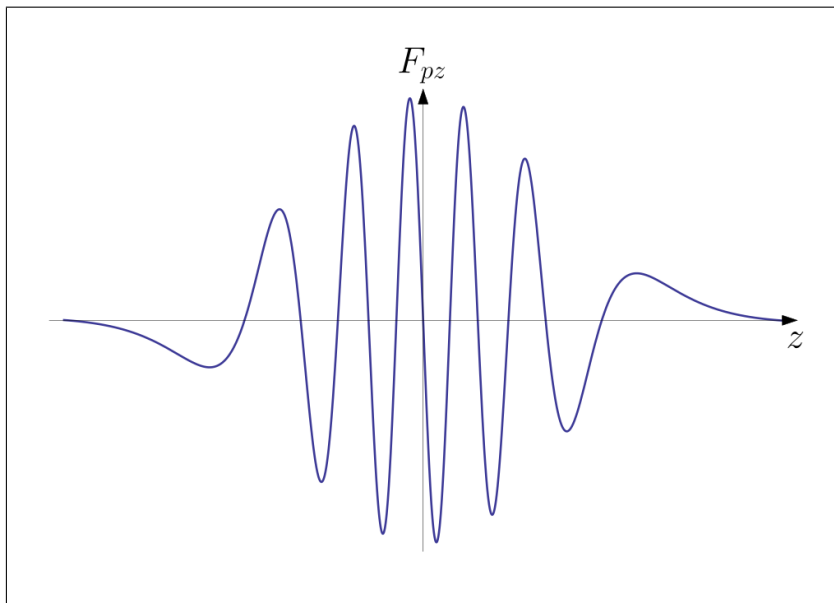
Für zwei Öffnungen gilt  $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a} \neq 0$ . Ohne Einschränkung der Allgemeinheit nehmen wir an, dass sich die Barriere in der y-z-Ebene befindet. Eine der Öffnungen soll sich bei  $\vec{s}_1 = (0, 0, s)$  befinden. Die andere sei bei  $\vec{s}_2 = (0, 0, -s)$ . Wir setzen in die Formel (2.213) ein und erhalten

$$\vec{F}_p = -\frac{a_f}{c} \left[ \vec{a} \cdot \left( \frac{\vec{r} - \vec{s}_2}{\|\vec{r} - \vec{s}_2\|} - \frac{\vec{r} - \vec{s}_1}{\|\vec{r} - \vec{s}_1\|} \right) \right] \cdot \vec{a} \sin\left(\frac{\omega(\|\vec{r} - \vec{s}_1\| - \|\vec{r} - \vec{s}_2\|)}{c}\right). \quad (2.214)$$

Wir betrachten nun eine Linie auf der  $z$ -Achse im Abstand  $d$  hinter der Barriere.  $\vec{r}$  hat für diesen Fall die Form  $\vec{r} = (d, 0, z)$ . Falls wir weiter annehmen, dass das elektrische Feld ausschließlich in  $z$ -Richtung schwingt (Transversalwelle), so ist zusätzlich  $\vec{a} = (0, 0, a_z)$ . Setzt man beides in die Gleichung (2.214) ein, so erhält man eine ponderomotorische Kraft, die ausschließlich in  $z$ -Richtung ausgerichtet ist und die Stärke

$$F_{pz} = -\frac{a_f a_z^2}{c} \left( \frac{s-z}{\sqrt{d^2 + (s-z)^2}} + \frac{s+z}{\sqrt{d^2 + (s+z)^2}} \right) \cdot \sin \left( \frac{\omega (\sqrt{d^2 + (s-z)^2} - \sqrt{d^2 + (s+z)^2})}{c} \right). \quad (2.215)$$

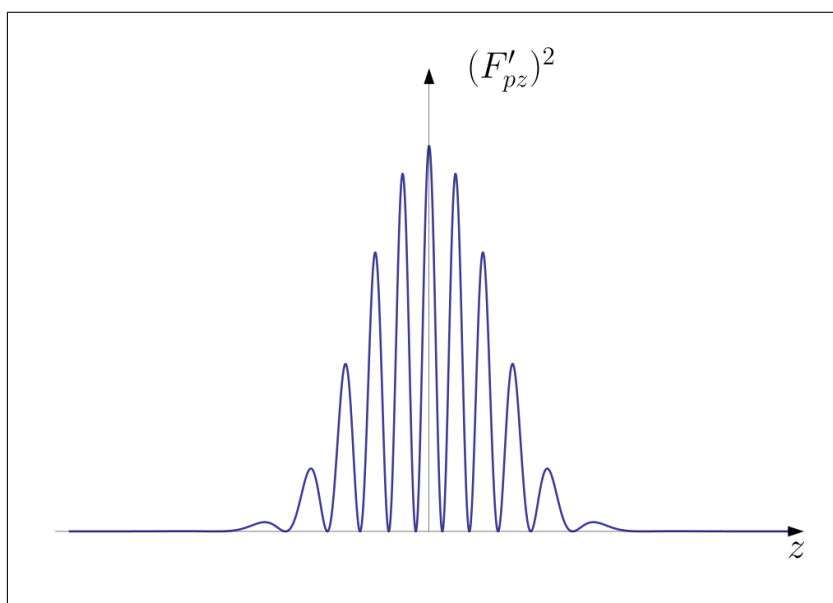
besitzt.



**Abbildung 2.20:** Die ponderomotorische Kraft hinter der Barriere in  $z$ -Richtung.

Die Abbildung 2.20 zeigt den prinzipiellen Verlauf der Kraft auf der  $z$ -Achse für gebundene Teilchen mit einer Eigenfrequenz oberhalb der Feldfrequenz ( $\omega_e > \omega$ ). Es wird klar, dass solche elektrisch neutralen Partikel hinter der Barriere eine Kraft erfahren. Sie streben demzufolge dorthin, wo die Kraft vom Betrag her klein ist. Die lokalen Maxima in 2.21 markieren dabei die Orte, an denen Teilchen, welche das Feld hinter der Barriere durchlaufen haben, bevorzugt ankommen werden. Wie zu sehen ist, entspricht die Kurve einem klassischen Interferenzmuster.





**Abbildung 2.21:** Die Orte, an denen die Teilchen nach und nach bevorzugt eintreffen.

Allerdings erhält man dieses Muster nicht wie bei einer EM-Welle sofort, sondern erst nach einer Weile, wenn genug Teilchen eingetroffen sind, **um ein Histogramm zu bilden**. Das Interferenzmuster stellt hier also, sofern man eine Normierung der Fläche auf Eins durchführt, eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Orte der Teilchen auf einer Detektorfläche hinter der Barriere dar.

Eine weitere Sache ist ebenfalls erwähnenswert, und zwar ist die Form der Wahrscheinlichkeitsverteilung - wie man sich leicht überlegen kann - weitgehend unabhängig von der Feldstärke. Diese Eigenschaft hat auch die „Quantenkraft“, die in der Bohmschen Mechanik aus der Schrödingergleichung abgeleitet wird ([Passon, 2010], Seite 41). Um Missverständnissen vorzubeugen, wird hier aber noch einmal darauf hingewiesen, dass in der gesamten Rechnung zuvor nur konventionelle **klassische Physik** verwendet wurde.

### Polarisationsfilter vor einer der Öffnungen

Es soll nun untersucht werden, wie sich das Anbringen eines Polarisationsfilters vor einer der Öffnungen auswirkt. Es wird wieder angenommen, dass sich die Welle in x-Richtung ausbreitet und in z-Richtung polarisiert ist. In diesem Fall gilt, sofern sich der Polarisationsfilter vor der zweiten



Öffnung befindet,

$$\vec{a}_1 = a_z \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{a}_2 = a_z \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{pmatrix}. \quad (2.216)$$

Die Öffnungen in der Barriere seien wie zuvor bei  $\vec{s}_1 = (0, 0, s)$  und  $\vec{s}_2 = (0, 0, -s)$ . Wir betrachten auch hier wieder eine Linie auf der z-Achse im Abstand  $d$  hinter der Barriere, d.h. für  $\vec{r}$  gilt  $\vec{r} = (d, 0, z)$ .

Durch Einsetzen in Formel (2.213) und Zusammenfassen erhält man

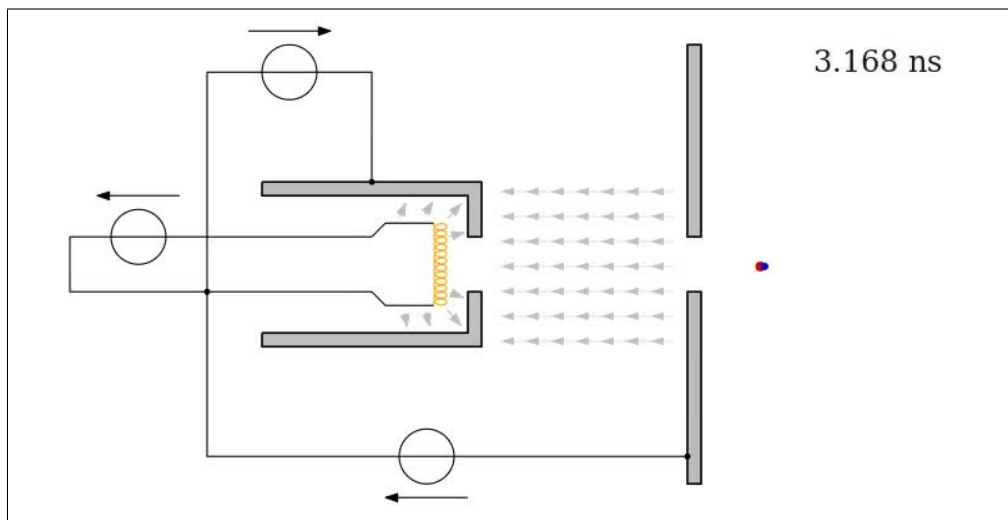
$$F_{pz} = -\frac{a_f a_z^2}{c} \left( \frac{s-z}{\sqrt{d^2 + (s-z)^2}} + \frac{s+z}{\sqrt{d^2 + (s+z)^2}} \right) \cdot \sin \left( \frac{\omega (\sqrt{d^2 + (s-z)^2} - \sqrt{d^2 + (s+z)^2})}{c} \right) \cdot \cos(\alpha), \quad (2.217)$$

was genau der Formel (2.215) multipliziert mit  $\cos(\alpha)$  entspricht. Da der Kosinus für  $\alpha = 90^\circ$  Null wird, verschwindet auch die ponderomotorische Kraft. Bringt man also vor einer der Öffnungen einen Polarisationsfilter an, welcher die EM-Welle hinter einer Öffnung um  $90^\circ$  dreht, so wird man keine Teilcheninterferenz beobachten können. Auch dieses Verhalten ist aus Experimenten sehr gut bekannt (Siehe z.B. [S. P. Walborn und Monken, 2000]).

### 2.5.5 Selbstinterferenz

Im Abschnitt 2.5.4 wurde erläutert, dass feste, punktförmige Partikel hinter einer Blende mit mindestens zwei oder mehr Öffnungen interferieren können, wenn die Blende mit einer ebenen elektrischen Welle angestrahlt wird. In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass eine solche ebene Welle für Interferenzeffekte nicht zwingend erforderlich ist, sondern dass auch dann Interferenz auftritt, wenn die interferierenden Partikel selbst **Kugelwellen abstrahlen**, die **von der Umgebung reflektiert** werden. Auch für diesen Mechanismus werden keine quantenmechanischen Methoden oder Ideen benötigt.

Ausgangspunkt der nachfolgenden Überlegungen ist die Vorstellung, dass Elementarteilchen wie Protonen, Neutronen, Elektronen und sogar Photonen aus elektrischen Ladungen zusammengesetzt sind. Diese Vorstellung mag sehr ungewohnt wirken, folgt aber aus den Überlegungen des Abschnitts 2.4. Eine Grundthese der Quantintheorie ist also die, dass Elementarteilchen kleine beinahe punktförmige Plasmatröpfchen sind.

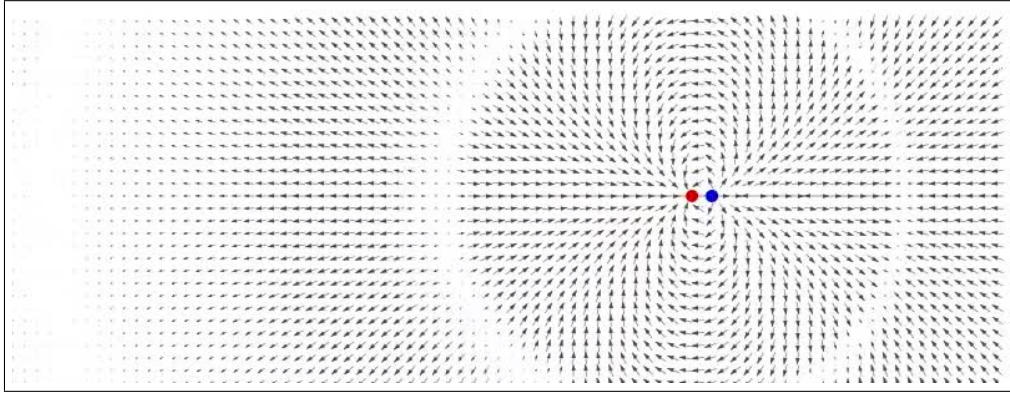


**Abbildung 2.22:** Die Interpretation geladener Elementarteilchen als gebundene Partikel (Plasmatröpfchen) erlaubt es zu verstehen, was in der Quantenmechanik schwingt, nämlich die im Inneren verborgenen elektrischen Ladungen. Beim Beschleunigen in einem Teilchenbeschleuniger wird das Plasma in den Elementarteilchen in Schwingung versetzt. Die Frequenz dieser Schwingung korreliert mit der Beschleunigungsspannung.

Ein solches Plasmatröpfchen ist schwingungsfähig und somit in der Lage, elektrische Wellen abzustrahlen. Die Simulation 2.22 zeigt eine sogenannte Elektronenkanone, wie sie z.B. in einem Elektronenmikroskop verwendet wird. Sie zeigt auch, wie die verborgenen Ladungen im Elektron zu schwingen beginnen. Die Frequenz  $f$  dieser Schwingung korreliert, wie sofort ersichtlich ist, mit der Beschleunigungsspannung  $U$  in der Elektronenkanone, genauer gesagt gilt  $f \sim \sqrt{U}$ . Gleichzeitig folgt aber aus der Newtonschen Mechanik, dass für den Impuls  $p$  des so beschleunigten Elektrons ein Zusammenhang der Form  $p \sim \sqrt{U}$  besteht. Daraus folgt dann  $f \sim p$ .

Ein mit der Frequenz  $f$  schwingendes Plasmatröpfchen erzeugt eine elektrische Kugelwelle, die sich nach allen Seiten mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet. Die Animation 2.23 verdeutlicht die Form dieser Kugelwelle.

Die Pfeile zeigen dabei jeweils in die Richtung der elektrischen Kraft, die ein positiv geladenes Teilchen am jeweiligen Ort erfahren würde. Die Länge der Pfeile ist hingegen proportional zur Stärke der Kraft.



**Abbildung 2.23:** Die Wellenlänge der sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegenden elektrischen Welle ist die de-Broglie-Wellenlänge. Der Weg den der Dipol selbst innerhalb einer Schwingung zurücklegt ist die Compton-Wellenlänge. Die Compton-Wellenlänge ist eine Konstante, da schnellere Teilchen schneller schwingen und sich beide Effekte kompensieren.

Für die Wellenlänge der Kugelwelle gilt  $\lambda = c/f$ . Das bedeutet aber, dass die Wellenlänge umgekehrt proportional zum Impuls des Teilchens sein muss, d.h. dass gilt  $\lambda \sim 1/p$ . Das entspricht der **de-Broglie-Beziehung**. Im Folgenden soll nun die Wechselwirkung der Kugelwelle mit der Umgebung des Teilchens untersucht werden. Das Fazit wird sein, dass der hier skizzierte Mechanismus großes Potential besitzt, die Quantenmechanik in eine anschaulich nachvollziehbare Physik zu transformieren.

Die Feldstärke  $\vec{E}_p$  eines am Ort  $\vec{r}_p$  ruhenden Dipols, der in  $\vec{d}$ -Richtung schwingt, lässt sich am Ort  $\vec{r}$  zum Zeitpunkt  $t$  grob durch die Formel

$$\vec{E}_p(\vec{r}, t) = \vec{E}_d(\vec{r} - \vec{r}_p, \vec{d}) E_a(\vec{r} - \vec{r}_p, 0, t) \quad (2.218)$$

modellieren (Siehe Abschnitt 2.7.7). Dabei sei

$$\vec{E}_d(\vec{r}, \vec{d}) := \frac{3\omega}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{r^2} \left( 2\vec{d} \cdot \vec{r} \frac{\vec{r}}{r^2} - \vec{d} \right) \quad (2.219)$$

die zeitunabhängige aber ortsabhängige Amplitude. Die eigentliche Schwingung ist hingegen in der Funktion  $E_a$  enthalten. Für sie gilt

$$E_a(\vec{r}, \vec{s}, t) := \cos \left( \omega \left( t - \frac{r+s}{c} \right) \right). \quad (2.220)$$

Dabei ist  $\omega$  die Kreisfrequenz und  $\vec{s}$  ein Parameter zur Festlegung des Phasenwinkels, der für die Primärwelle ohne Einschränkung der Allgemeinheit Null gesetzt werden kann. Es wird angemerkt, dass wie immer Buchstaben ohne Vektorpfeil Beträge darstellen, falls der gleiche Buchstabe an anderer Stelle mit Vektorpfeil auftritt. Die Summe  $r + s$  ist also gleich  $\|\vec{r}\| + \|\vec{s}\|$  und nicht etwa  $\|\vec{r} + \vec{s}\|$ .

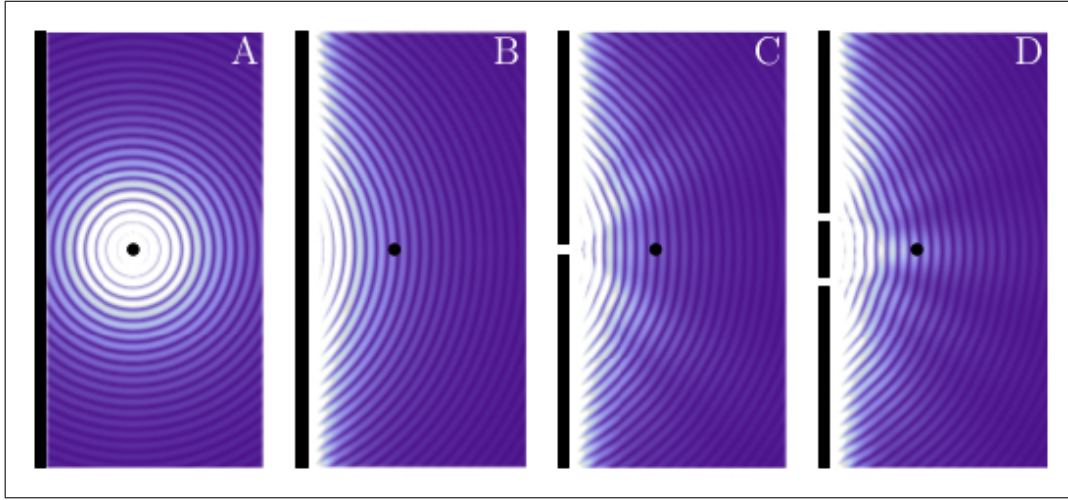
Wir stellen uns nun vor, dass sich ein solches schwingendes Teilchen vor einer glatten Wand aus Atomen befindet. Die Atome in der Wand verhindern die freie Ausbreitung der Welle des Teilchens, da die Ladungen in den Atomen ebenfalls zum Schwingen angeregt werden und so die Welle schwächen und reflektieren. Die von jedem einzelnen Atom ausgesendete sekundäre Kugelwelle ist um etwa  $180^\circ$  phasenverschoben, da das Atom als Reaktion auf das äußere Feld ein kompensierendes Gegenfeld aufbaut. Die Formel für die zurückreflektierte Sekundärwelle lautet

$$\vec{E}_s(\vec{r}, t) = - \vec{E}_d \left( \vec{r} - \vec{r}_s, \alpha_r \vec{E}_d(\vec{r}_s - \vec{r}_p, \vec{d}) \right) \cdot E_a(\vec{r} - \vec{r}_s, \vec{r}_s - \vec{r}_p, t), \quad (2.221)$$

wobei  $\vec{r}_s$  der Ort ist, an dem sich das reflektierende Atom befindet. Der Parameter  $\alpha_r$  ist ein frequenzabhängiger Proportionalitätsfaktor größer Null mit der Einheit Feldstärke/Dipolmoment, welcher angibt, wie stark der sekundäre Dipol auf das Feld des primären Dipols reagiert. Sein Zahlenwert hängt stark von der Feldstärke und der Frequenz ab. Um den Zahlenwert abschätzen zu können, wären intensive Kenntnisse über die Art der hypothetischen Kraft erforderlich, welche die Ladungen in einem Elementarteilchen zusammenhält. Da diese nicht vorhanden sind, kann an dieser Stelle nur grob abgeschätzt werden.

Um nun die gesamte reflektierte Welle der Wand zu erhalten, müssen die einzelnen Sekundärwellen aller Atome in der Wand aufsummiert werden. Die Abbildung 2.24 zeigt in (A) den Betrag der Feldstärke der Primärwelle eines Teilchens, welches sich rechts neben einer Wand befindet. In (B) ist die zugehörige Sekundärwelle (Reflexion) dargestellt. Es wird deutlich - und es ist auch logisch einsichtig - dass die Sekundärwelle etwa dem Feld entspricht, welches ein Teilchen im gleichen Abstand auf der anderen Seite der Wand erzeugen würde (Anmerkung: Das gilt nur für die Beträge). Die Wand lässt sich also als ein idealer Spiegel auffassen.

Besonders interessant ist es jedoch, wenn die Wand ein oder zwei Öffnun-



**Abbildung 2.24:** A: Primärwelle des Teilchens; B: Reflektierte Welle; C: Reflektierte Welle bei einer Wand mit nur einem Loch (Beugung); D: Reflektierte Welle bei einer Wand mit zwei Öffnungen (Interferenz).

gen besitzt. Es ist sofort klar, dass die Spiegelung durch diese Öffnungen gestört wird. In Abbildung 2.24 ist in (C) und (D) jeweils ein Beispiel dargestellt. Man erkennt, dass bei zwei Öffnungen Interferenz auftritt. Dies lässt sich auch mathematisch begründen, da, wie bereits gesagt wurde, die von der Wand zurückgespiegelte Welle die Summe der Sekundärwellen von allen Atomen in der Wand darstellt. Sofern die Wand keine Inhomogenitäten enthält, besitzt die reflektierte Welle nur eine einfache  $1/r^2$ -Abhängigkeit. Dies ändert sich, wenn die Wand Lücken aufweist. Um das Feld einer solchen Wand mit Öffnungen zu erhalten, muss man von dem gespiegelten Idealfeld die Sekundärfelder der Atome abziehen, die aufgrund der Öffnungen nicht vorhanden sind. Bei nur einer Öffnung an der Stelle  $\vec{r}_1$  ist dieses Fehlfeld wegen Formel (2.221) proportional zu

$$\vec{E}_d \left( \vec{r} - \vec{r}_1, \vec{E}_d(\vec{r}_1 - \vec{r}_p, \vec{d}) \right) E_a(\vec{r} - \vec{r}_1, \vec{r}_1 - \vec{r}_p, t). \quad (2.222)$$

Bei zwei Öffnungen an den Stellen  $\vec{r}_1$  und  $\vec{r}_2$  ist das abzuziehende Feld hingegen zu

$$\begin{aligned} & \vec{E}_d \left( \vec{r} - \vec{r}_1, \vec{E}_d(\vec{r}_1 - \vec{r}_p, \vec{d}) \right) E_a(\vec{r} - \vec{r}_1, \vec{r}_1 - \vec{r}_p, t) + \\ & \vec{E}_d \left( \vec{r} - \vec{r}_2, \vec{E}_d(\vec{r}_2 - \vec{r}_p, \vec{d}) \right) E_a(\vec{r} - \vec{r}_2, \vec{r}_2 - \vec{r}_p, t) \end{aligned} \quad (2.223)$$

proportional. Jede der beiden Sekundärwellen ist eine Kugelwelle. Durch deren Überlagerung entsteht die Interferenz.

Wie in den Abschnitten zuvor begründet wurde, ist eine interferierende elektrische Welle mit ponderomotorischen Kräften verbunden. Das bedeutet, dass es durchaus möglich wäre, dass ein schwingendes Teilchen Kräfte auf sich selbst ausübt. Dieser Effekt sollte insbesondere immer dann auftreten, wenn die Spiegelungen nicht vollständig perfekt sind, beispielsweise hinter (oder auch vor!) einer Blende mit mehreren Schlitzen beim Doppelspaltexperiment. Die Blende und das Teilchen bilden bei solchen Experimenten ganz offensichtlich ein gekoppeltes System aus Oszillatoren. Damit ist nun klar, dass hinter den Quanteneffekten beim Doppelspaltexperiment ein ziemlich anschaulicher und sehr physikalisch anmutender Vorgang stecken könnte. Wenn die hier vorgeschlagene Hypothese richtig ist, so ist die Quantenmechanik eine bislang unverstandene Teildisziplin der klassischen Physik.

Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, wie sich mit dem zuvor dargestellten Mechanismus auch die diskreten Energieniveaus bei Atomen erklären lassen.

### 2.5.6 Teilchen-Teilchen-Wechselwirkung

Bislang hat es die Physik versäumt zu durchdenken, welche Folgen es hätte, wenn Elektronen nicht strukturlose Elementarladungen sondern zusammengesetzte Teilchen mit einer Permittivität wären. Aufgrund aktueller Experimente wird angenommen, dass das statische Dipolmoment  $\vec{d}$  von Elektronen nicht größer als  $10.5 \cdot 10^{-28} \text{ e cm} = 1.68 \cdot 10^{-48} \text{ C m}$  sein kann [J.J Hudson., 2011]. Aber selbst dieser kleine Wert ist noch immer zu groß um auszuschließen, dass die Bewegungen von Elektronen auf atomarem Maßstab - d.h. in Abständen von einigen wenigen Ångström - nicht durch ponderomotorische Kräfte beeinflusst oder sogar dominiert werden. Außerdem kann auch ein Objekt mit einem Dipolmoment von exakt Null, immer noch über eine Permittivität  $\varepsilon$  verfügen, also in der Lage sein, in einem äußeren elektrischen Feld durch dynamische Polarisierung ein Gegenfeld aufzubauen.

Im Gegensatz zu Elektronen, wird es bei Protonen und Neutronen als gegeben erachtet, dass diese aus Subpartikeln bestehen. Aber auch bei diesen Teilchen wurde bisher nicht berücksichtigt, dass ponderomotorische



Effekte auftreten könnten. In diesem Abschnitt folgen nun einige prinzipielle Grundüberlegungen zur ponderomotorischen Teilchen-Teilchen-Wechselwirkung. Dabei wird sich herausstellen, dass es zwischen Elementarteilchen und insbesondere zwischen Elektronen und Protonen Zusatzkräfte geben müsste, die abhängig vom Abstand der Teilchen zueinander mal abstoßend und mal anziehend sind und verschwinden, wenn der Abstand ein ganzzahliges Vielfaches der De-Broglie-Wellenlänge aufweist. Weiterhin wird deutlich werden, dass die Reichweite dieser Zusatzkraft sehr gering ist und deutlich stärker als mit dem Quadrat des Abstandes abnimmt, dadurch aber auf kurze Distanz die elektrostatische Coulombkraft sogar deutlich übersteigen kann.

Wir beginnen unsere Überlegungen mit einem in Summe elektrisch neutralen Modell-Dipol, der bei einer äußeren Feldstärke von Null kein Dipolmoment aufweisen soll. Die Ladungsmengen  $+Q$  und  $-Q$  des Dipols werden durch Punktladungen modelliert. Der Abstand  $\vec{l}$  dieser beiden Punktladungen sei zueinander variabel und im Ruhezustand Null. Das Produkt aus Ladung  $Q$  und  $\vec{l}$  wird wie üblich als das Dipolmoment  $\vec{d} = Q \vec{l}$  bezeichnet.

Wir nehmen nun weiterhin an, dass der Dipol unter bestimmten Umständen, die an dieser Stelle noch nicht von Interesse sind, mit einer Kreisfrequenz von  $\omega$  linear oszilliert. Falls die Schwingung sinusförmig ist, lässt sich die abgestrahlte elektrische Dipolwelle durch die Formel (2.218) beschreiben. Um die nachfolgende Rechnung einfach zu halten wird vorausgesetzt, dass sich der Dipol am Koordinatenursprung aufhält und ausschließlich in x-Richtung schwingt. Die x-Komponente der elektrischen Feldstärke für einen Ort mit dem Abstand  $r$  auf der x-Achse lautet dann

$$E_p(r, t) = \frac{3 d \omega}{4 \pi \varepsilon_0 c r^2} \cos \left( \omega \left( t - \frac{r}{c} \right) \right). \quad (2.224)$$

Die beiden anderen Komponenten des Feldstärkevektors sind für  $\vec{r} = (r, 0, 0)$  und  $\vec{d} = (d, 0, 0)$  hingegen Null.

Im vorangegangenen Abschnitt (2.5.5) wurde gezeigt, dass diese Welle von einem anderen gebundenen Teilchen reflektiert werden kann, falls sich dieses hinreichend nah genug aufhält. Die Reflexion entsteht dabei dadurch, dass sich die Ladungen im reflektierenden Teilchen der einfallenden Welle folgend ausrichten und dadurch selbst zur Quelle einer zwei-

ten, sekundären Dipolwelle werden. Das Feld dieser reflektierten Welle lässt sich durch die Formel (2.221) berechnen. Wir nehmen an, dass sich dieser zweite Dipol bei  $\vec{s} = (s, 0, 0)$  aufhält. Der Abstand des zweiten Dipols vom ersten ist somit  $|s|$  und für die zurückreflektierte Feldstärke  $E_s$  gilt am Ort  $x$  die Gleichung

$$E_s(x, t) = - \frac{9 \alpha_r d \omega^2}{16 \pi^2 \varepsilon_0^2 c^2 |x - s|^2 |x|^2} \cos \left( \omega \left( t - \frac{|s| + |x - s|}{c} \right) \right). \quad (2.225)$$

Bei dem schwingenden Primärdipol sind beide Teilladungen periodisch räumlich voneinander getrennt. Sie befinden sich daher nicht exakt am Koordinatenursprung, sondern bei

$$x_p = \frac{d}{2Q} \cos(\omega t) \quad (2.226)$$

und

$$x_n = -\frac{d}{2Q} \cos(\omega t). \quad (2.227)$$

Dabei sei  $x_p$  der Ort der positiven Teilladung und  $x_n$  der Ort, an dem sich die negative Teilladung aufhält. Beides setzen wir nun jeweils in die Formel (2.225) ein, die wir zusätzlich mit der jeweiligen Ladung multiplizieren um von der elektrischen Feldstärke zu einer Kraft zu gelangen. Die Summe aus beidem stellt dann die Gesamtkraft

$$F_s(t) = Q E_s(x_p, t) + (-Q) E_s(x_n, t) \quad (2.228)$$

dar, die der primäre Dipol durch die reflektierte Welle erfährt.

Die resultierende Formel lässt sich noch etwas übersichtlicher gestalten, wenn man ausnutzt, dass das Dipolmoment  $\vec{d}$  außerordentlich klein ist. Aus diesem Grund lässt sich  $F_s(t)$  bezüglich  $d$  an der Stelle 0 in eine Taylorreihe entwickeln. Als Näherung zweiter Ordnung erhält man ( $Q$  kürzt sich dabei heraus)

$$F_s(t) \approx - \frac{9 \alpha_r d^2 \omega^2 \cos(\omega t)}{(4 \pi \varepsilon_0 c)^2 s^5} \left( 2 \cos \left( \omega t - \omega \frac{2|s|}{c} \right) - \frac{\omega |s|}{c} \sin \left( \omega t - \omega \frac{2|s|}{c} \right) \right). \quad (2.229)$$



Im nächsten Schritt wird diese Kraft durch Berechnung des Ausdrucks

$$\overline{F}_s = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T F_s(t) dt \quad (2.230)$$

zeitlich gemittelt. Dadurch werden die schnellen zeitabhängigen Anteile entfernt und es folgt

$$\overline{F}_s \approx -\frac{9 \alpha_r d^2 \omega^2}{32 \pi^2 \varepsilon_0^2 c^2 s^4} \left( \frac{2}{s} \cos \left( \frac{2 s \omega}{c} \right) + \frac{\omega}{c} \sin \left( \frac{2 s \omega}{c} \right) \right). \quad (2.231)$$

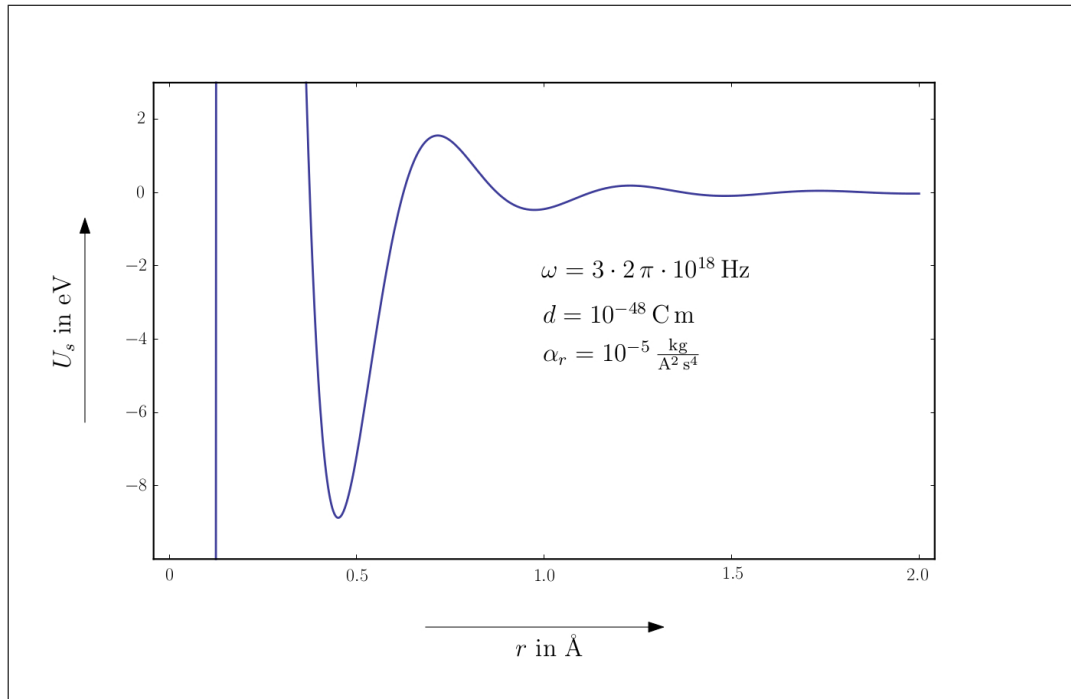
Diese Kraft lässt sich leicht in eine potentielle Energie  $U_s = - \int_r^\infty \overline{F}_s ds$  umrechnen und man erhält

$$U_s = -\frac{9 \alpha_r d^2 \omega^2}{64 \pi^2 \varepsilon_0^2 c^2 r^4} \cos \left( \frac{2 r \omega}{c} \right). \quad (2.232)$$

Das dynamische Dipolmoment  $d$  eines Elektrons ist im Moment noch nicht bekannt, ebenso der Reflexionsparameter  $\alpha_r$  eines Protons. Daher ist es an dieser Stelle notwendig plausibel zu schätzen. Die Abbildung 2.25 zeigt das Potential für ein Dipolmoment von  $d = 10^{-48} \text{C m}$ , also dem Wert, der als bisherige Untergrenze für das statische Dipolmoment des Elektrons gilt.

Was auffällt ist die hohe Frequenz im EHz-Bereich, was bei einem Photon bereits Gammastrahlung entsprechen würde. Ein in sich selbst schwingendes Elektron ist jedoch kein Photon, von denen aufgrund experimenteller Fakten bekannt ist, dass sie eine kinetische Energie  $T = \hbar \omega = h f$  besitzen, wenn sie auf eine Oberfläche aufschlagen. Photonen enthalten bei der gleichen Frequenz  $f$  viel mehr Energie, da sie sich mit praktisch Lichtgeschwindigkeit bewegen. Bei einem Elektron muss die kinetische Energie stattdessen über die De-Broglie-Beziehung abgeschätzt werden. Bei Elektronen-Interferenz-Experimenten wurde nämlich festgestellt, dass die Wellenlänge  $\lambda$  der Interferenzmuster eine Funktion des Impulses  $p = m v$  der Elektronen im Elektronenstrahl ist. Die De-Broglie-Wellenlänge lautet

$$\lambda = \frac{h}{m v}. \quad (2.233)$$



**Abbildung 2.25:** Die Kurve zeigt die potentielle Energie, die ein Teilchen, das mit der Kreisfrequenz  $\omega$  schwingt, aufgrund der auf sich selbst zurückreflektierten elektrischen Welle hätte. Die Parameter  $\alpha$  und  $d$  werden geschätzt.

Der Binnenlogik des Vorangegangenen folgend gilt aber  $\lambda = c/f$ , denn es sind die elektrischen Wellen, die das in sich selbst schwingende Elektron abstrahlt, welche den Abstand der Interferenzstreifen beim Doppelspaltexperiment oder bei der Elektronenbeugung bestimmen. Und diese elektrischen Wellen bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit  $c$  und nicht mit der Teilchengeschwindigkeit  $v$ . Damit folgt dann

$$\frac{h}{m v} = \frac{c}{f} \quad \Longrightarrow \quad v = \frac{h f}{m c}. \quad (2.234)$$

Für langsame Teilchengeschwindigkeiten  $v$  ist die kinetische Energie  $T = 1/2 m v^2$ . Mit Gleichung (2.234) folgt daraus

$$T = \frac{(h f)^2}{2 m c^2} \approx 150.6 \text{ eV}, \quad (2.235)$$

was die richtige Größenordnung besitzt. Ein Photon hätte bei der Frequenz  $f = 3 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$  hingegen eine Energie von 12.4keV.

Man kann die kinetische Energie aber auch über die Compton-

Wellenlänge

$$\lambda_c = \frac{h}{m c} \quad (2.236)$$

bestimmen. Löst man nach  $h$  auf und setzt dies in die Formel (2.235) ein, so erhält man

$$T = \frac{1}{2} m (\lambda_c f)^2. \quad (2.237)$$

Für  $\lambda_c = v/f$  folgt daraus der bekannte Zusammenhang  $T = 1/2 m v^2$ .

Wir fassen zusammen: Die elektrischen Ladungen in einem Teilchen mit dem Impuls  $p = m v$  schwingen bei Experimenten offenbar mit der Frequenz  $f$  die linear vom Impuls  $p$  abhängt. Dabei wird eine elektrische Welle der gleichen Frequenz  $f$  und der Wellenlänge  $\lambda$  abgestrahlt. Diese Wellenlänge wird als De-Broglie-Wellenlänge bezeichnet. Der Weg, den das schwingende Teilchen hingegen innerhalb einer Periode zurücklegt, ist die Compton-Wellenlänge  $\lambda_c$ . Es gelten die Beziehungen

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad \lambda_c = \frac{v}{f}, \quad \text{mit} \quad f = \frac{c}{h} p. \quad (2.238)$$

Die Animation 2.23 zeigt, wie man sich eine reale „Materiewelle“ anschaulich vorzustellen hat.

Nachdem diese grundlegenden Überlegungen durchgeführt worden sind, können wir den Verlauf der Kurve in Abbildung 2.25 analysieren. Dabei fällt auf, dass ein Elektron, welches mit der gegebenen Kreisfrequenz  $\omega$  in sich selbst schwingt, abhängig vom Abstand mal weniger und mal mehr Energie als ein Elektron besitzt, welches sich in großem Abstand zum Proton aufhält. Energetisch betrachtet sind solche Zonen, in denen das Elektron mehr Energie besitzt als ein freies Elektron verboten. Es ist möglich, dass diese Zonen durch ein Elektron mit genügend großer kinetischer Energie durchdrungen werden. Dauerhaft aufhalten kann es sich hier hingegen nicht, da es ein universelles Prinzip zu sein scheint, dass in der Natur alles solange durch Wechselwirkung mit der Umgebung Energie abgibt, bis in dem System ein Minimum erreicht wird. Aus diesem Grund wird ein Elektron in der Nähe eines Protons immer in die

Bereiche streben, in denen die potentielle Energie ein lokales Minimum aufweist.

Im konkreten Fall der Abbildung 2.25 liegt ein solches Minimum für ein Elektron mit der Frequenz von 3 EHz bei ca. 0.45 Å. Das globale Minimum befindet sich jedoch bei  $r = 0$ . Um hier hin zu gelangen müsste das Elektron aber die enorme Potentialbarriere durchdringen, die sich im Bereich dazwischen wegen der  $1/r^4$ -Abhängigkeit auftürmt. Dazu würde es entweder enorme Mengen an kinetischer Energie benötigen oder es müsste sich dem Proton ohne zu schwingen nähern. Im ersten Fall hätte das Elektron nicht nur sehr viel kinetische Energie, sondern auch einen sehr großen Impuls und damit eine hohe Frequenz. Die innere Potentialbarriere würde also mit der Teilchenenergie anwachsen. Im zweiten Fall müsste das Elektron beim Annähern an das Proton gezielt auf beinahe Nullgeschwindigkeit abgebremst werden, um zu verhindern, dass ponderomotorische Kräfte entstehen. Das Proton bildet jedoch aufgrund der  $1/r^2$ -Abhängigkeit der Coulombkraft eine Singularität mit sehr starken elektrischen Kräften und entsprechend hohen Beschleunigungen.

Es wird deutlich, dass der hier beschriebene Mechanismus verhindert, dass das Elektron in das Proton stürzt. Stattdessen gibt es mehrere Abstände und Bewegungszustände, in dem das Gesamtsystem aus Proton und Elektron jeweils ein lokales Energieminimum besitzt. Damit ist klar, dass die ponderomotorische Kraft - zumindest qualitativ - als Erklärung für die diskreten Energieniveaus bei Atomen dienen könnte.

## 2.6 Qualitative Grundlagen des Botenteilchen-Modells der Quantinotheorie

### 2.6.1 Motivation

Bis zu diesem Punkt wurden nur Fälle betrachtet, bei denen sich Punktladungen näherungsweise gleichförmig bewegen. Aber wo Kräfte auftreten, gibt es auch Beschleunigungen. Ein wichtiger Sonderfall einer beschleunigten elektrischen Ladung ist eine Ladung die an einem bestimmten Punkt oszilliert, sich also sinusförmig hin- und herbewegt, im

zeitlichen Mittel aber ruht. Aus der klassischen Elektrodynamik wissen wir, dass schwingende Ladungen elektromagnetische Wellen abstrahlen. Bei diesen Wellen verändert sich periodisch die Stärke der elektrischen und magnetischen Kraft auf eine Probeladung, die sich irgendwo im Einflussbereich der Welle aufhält. Bringt man also eine Ladung dazu zu schwingen, so triggert man damit gleichzeitig die Abstrahlung einer Welle. Die Zeit die vergeht, bis diese Welle die Probeladung erreicht, lässt sich messen.

Es ist eine sehr bekannte Tatsache, dass die Zeitdifferenz  $\Delta t$  zwischen dem Einschalten der Schwingung und der Registrierung der Kraftänderung immer genau der Entfernung geteilt durch  $c$  entspricht, sofern man dieses Experiment im Vakuum oder einem hinreichend dünnen Gas durchführt. Dies zeigt, dass sich die Kraft nicht unendlich schnell von der Quelle auf das Ziel überträgt. Kraftformeln, wie das newtonsche Gravitationsgesetz, das Coulombgesetz und insbesondere auch die Weberkraft (2.33) verbergen diesen Umstand, da sie nicht von der Zeit abhängen. Was uns diese Tatsache zeigt ist, dass Kraft unabhängig von den Quellen physikalisch real ist. Wie genau diese quellenunabhängige Existenz beschaffen ist, ist Thema verschiedenster Modelle und Vorstellungen.

Eine dieser Vorstellungen besteht in der Annahme, dass der umgebende Raum nicht leer wäre, sondern mit einer Substanz angefüllt ist, die Äther genannt wird. Die Ausbreitung der Kraftfluktuationen wird dann durch die Ausbreitung von „Schallwellen“ in diesem Äther erklärt. Dieses Modell hat deutliche Schwächen. Zum einen bleibt unklar, wie die Kraft einer ruhenden Ladung auf eine andere ruhende Ladung übertragen wird. Was aber schwerer wiegt ist die Tatsache, dass ein Äthergas aus Partikeln bestehen muss, welche dann selbst Ort und Geschwindigkeit haben. Demzufolge gibt es irgendein Bezugssystem, in dem dieses Gas im Wesentlichen ruht, so wie beispielsweise die Luft an der Erdoberfläche bei Windstille. Für zwei elektrische Ladungen, die zueinander ruhen, sich aber im Äther selbst bewegen, sollte die Lichtgeschwindigkeit dann anders sein, als für zwei Ladungen die auch in Bezug auf den Äther ruhen. Das ist aber nachweislich nicht der Fall, denn die Lichtgeschwindigkeit scheint nicht von irgendeiner Absolutgeschwindigkeit abzuhängen.

Eine andere historisch relevante Idee - die Korpuskeltheorie - besteht darin anzunehmen, dass die Kraftsender Partikel abstrahlen, die dann

beim Eintreffen beim Empfänger erst die eigentliche Kraft vermitteln. Die Partikel haben in diesem Modell immer die Emissionsgeschwindigkeit  $c$  plus der Geschwindigkeit der Quelle. Die Relativität ist somit kein Problem. Allerdings sollte dann die Lichtgeschwindigkeit variieren, wenn Sender und Empfänger zueinander eine Relativgeschwindigkeit haben. Aber auch das ist nicht der Fall. Die Lichtgeschwindigkeit hängt also weder von der Relativgeschwindigkeit zwischen Sender und Empfänger noch von der Geschwindigkeit des gesamten Systems aus Sender und Empfänger gegenüber irgendeinem Ruhesystem ab.

Die spezielle Relativitätstheorie ist bekanntermaßen das favorisierte Modell der Physik zur mathematischen Beschreibung dieser paradox erscheinenden Tatsache. Die beiden zuvor geschilderten Probleme sind hier gelöst, allerdings zu einem hohen Preis, denn die spezielle Relativitätstheorie ist unanschaulich und führt zu versteckten Paradoxien. Beispielsweise ergibt sich in der speziellen Relativitätstheorie ein widersprüchliches Ergebnis, wenn man zwei Objekte betrachtet, die sich von einem gemeinsamen Punkt aus in entgegengesetzte Richtung entfernen und nach einer gewissen Zeit umkehren. Irgendwann treffen sie wieder am Ursprungsort aufeinander. Verwendet man die Lorentztransformation, so ergibt sich in diesem vollkommen symmetrischen Gedankenexperiment das Ergebnis, das aus dem Standpunkt eines jedes Objekts für das jeweils andere Objekt weniger Zeit vergangen ist als für das beurteilende Objekt selbst. Das aber ist ein Widerspruch, solange man nicht davon ausgeht, dass jedes Objekt wie in der Viele-Welten-Theorie von Hugh Everett seine eigene Realität besitzt.

Doch zurück zur Kraft und zur Quantinotheorie. Diese nimmt zur Erklärung der Endlichkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Kraft an, dass elektrische Ladungen Botenteilchen - Quantinos genannt - aussenden. Dies entspricht der zuvor erwähnten Korpuskeltheorie. Wie aber gezeigt wurde, hat die Korpuskeltheorie das Problem, dass sie nicht erklären kann, weshalb die Kraftausbreitungsgeschwindigkeit unabhängig von der Differenzgeschwindigkeit zwischen Sender und Empfänger ist. Um dieses Problem zu lösen, geht die Quantinotheorie einen völlig neuen Weg, der in dieser Form niemals zuvor durchdacht wurde und keiner der zuvor genannten Alternativen entspricht. Und zwar nimmt sie an, dass die Botenteilchen nicht mit einer festen, sondern einer zufälligen Geschwindigkeit ausgesendet werden und dass die Empfänger eine Ei-

genschaft besitzen, die dafür sorgt, dass Botenteilchen, die im Referenzsystem des Empfängers schneller als  $c$  sind, nicht wechselwirken. Durch diese Zusatzannahme wird erreicht, dass

1. immer das Relativitätsprinzip gilt und
2. gleichzeitig die maximale Kraftausbreitungsgeschwindigkeit eine Konstante darstellt, die nicht von der Differenzgeschwindigkeit abhängt.

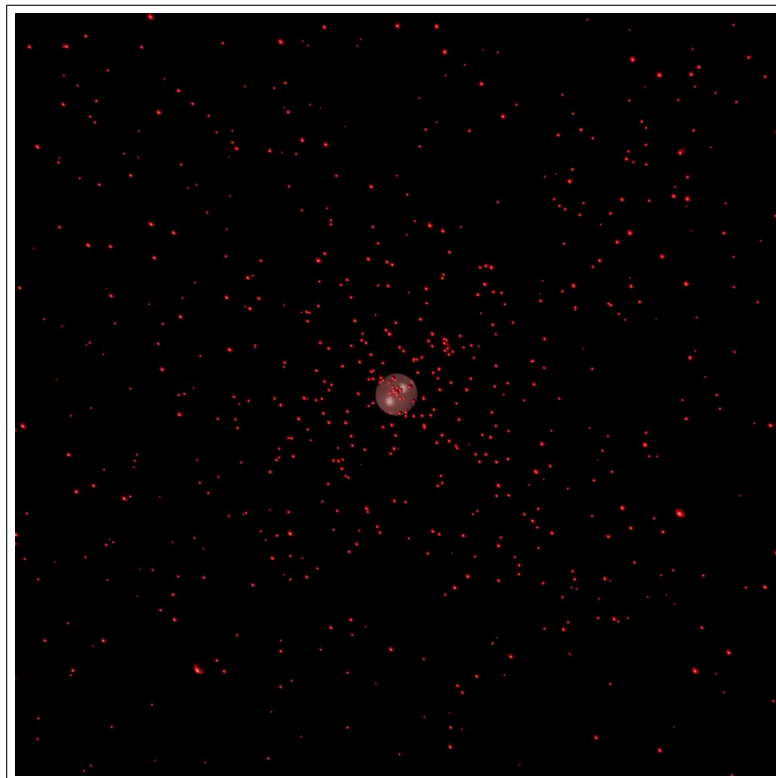
Es lässt sich nun zeigen, dass sich mit diesem Ansatz genau die Form der Gleichung (2.34) erklären lässt und dass daraus bereits vieles folgt, was im Zusammenhang mit der speziellen Relativitätstheorie experimentell untersucht und bestätigt worden ist. Dies wird in Abschnitt 2.7 mathematisch gezeigt. Doch zuvor ist es sehr sinnvoll, das Botenteilchenmodell qualitativ zu beschreiben und die grundlegendsten Eigenschaften anschaulich zu erläutern.

## 2.6.2 Der Quantino-Mechanismus

Die Quantinotheorie basiert im Gegensatz zu den Relativitätstheorien nicht auf der Grundidee einer nicht weiter erklärten, axiomatisch gegebenen vierdimensionalen Raumzeit, sondern auf der Annahme, dass alle Kräfte durch ein Botenteilchen - das Quantino - vermittelt werden. Diese Botenteilchen werden von beinahe punktförmigen Quellen ausgesendet und bilden in ihrer Gesamtheit Felder. Wenn sich diese Felder durch den dreidimensionalen Raum mit absoluter Zeit bewegen, erzeugen sie die Effekte, die in der Physik üblicherweise durch die vierdimensionale Raumzeit beschrieben werden. Man könnte also sagen, dass die Quantinotheorie erklärt, wie die vierdimensionale Raumzeit überhaupt entsteht.

Die Botenteilchen werden als Quantinos bezeichnet. Sie haben jederzeit einen wohldefinierten Ort, sowie eine wohldefinierte Geschwindigkeit. Einmal emittiert, bewegen sich diese Quantinos der Modellvorstellung zufolge immer geradlinig und mit konstanter Geschwindigkeit durch den Raum. Sie interagieren nicht mit anderen Quantinos, können auch nicht abgelenkt, noch irgendwie beeinflusst oder gar vernichtet werden.

Sie bestehen daher ewig und dringen immer weiter in den zuvor leeren umgebenden dreidimensionalen Raum vor.



**Abbildung 2.26:** Negative Quantinos aussendende Einheitsladung.

Die Quellen, welche diese Quantinos emittieren, werden als negative und positive Einheitsladungen bezeichnet. Auch sie haben immer einen wohldefinierten Ort, sowie eine wohldefinierte Geschwindigkeit. Weiterhin besitzen Einheitsladungen ein sehr kleines, aber von Null verschiedenes Volumen, welches für alle Einheitsladungen gleich ist. Einheitsladungen beider Vorzeichen können gleichzeitig am selben Ort existieren und sich gegenseitig durchdringen, da sie nur indirekt über die Quantinos miteinander kommunizieren. Die Abbildungen [2.26](#) und [2.27](#) zeigen eine negative Einheitsladung (links, im Weiteren immer rot dargestellt) und eine positive Einheitsladung (rechts, im Weiteren immer blau dargestellt) und die von ihnen ausgesandten Quantinos.

Es sei erwähnt, dass es sich bei den Einheitsladungen der Quantinotheorie nicht um Elektronen oder Positronen handelt, da diese Masse und weitere Eigenschaften besitzen. In der Quantinotheorie haben Einheitsladungen zunächst nur eine universell konstante Menge elektrischer Ladung und sonst nichts, insbesondere keine schwere und keine träge



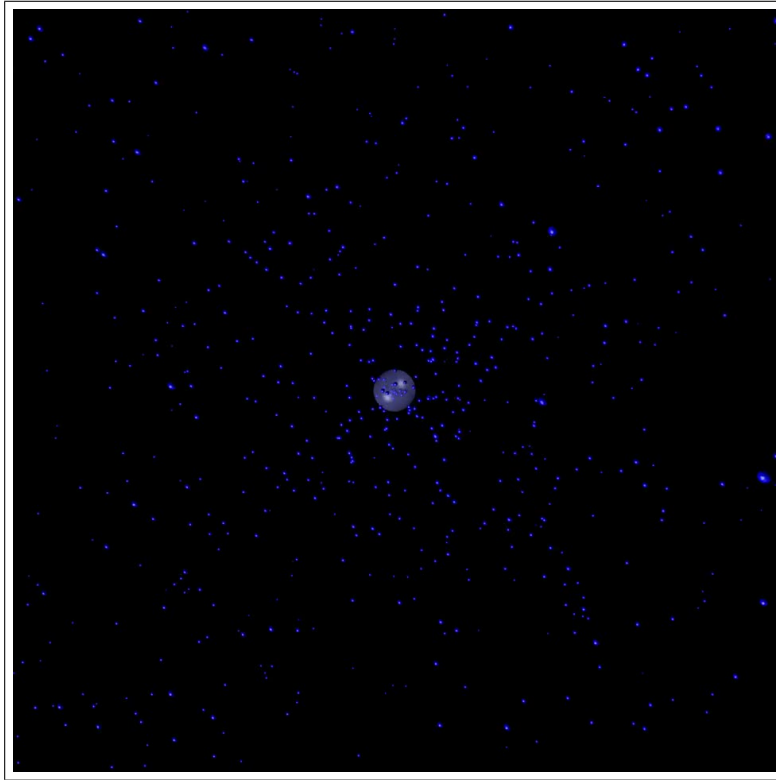
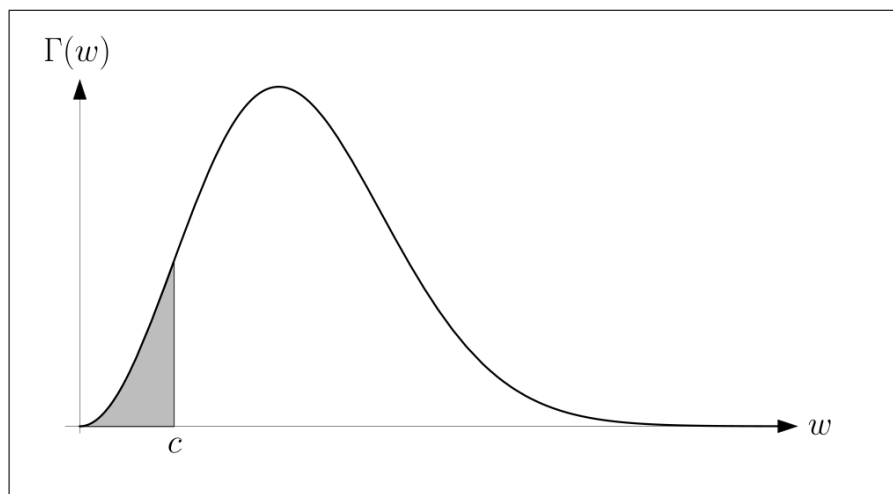


Abbildung 2.27: Positive Quantinos aussendende Einheitsladung.

Masse. Außerdem bedeutet elektrische Ladung in der Quantinotheorie nur soviel, als dass das Objekt eine Quantino-Quelle ist. Über eine elektrische Kraft wird damit a-priori ebenfalls noch nichts ausgesagt.

Ein sehr wichtiger Aspekt des Modells ist, dass die Quantinoemission einen Zufallsprozess darstellt. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Einheitsladung ein Quantino in eine bestimmte Richtung aussendet ist genauso groß, wie die Wahrscheinlichkeit, dass das Quantino in irgend eine andere Richtung ausgesendet wird. Die Emissionsgeschwindigkeit ist jedoch nicht gleichverteilt. Stattdessen steigt die Wahrscheinlichkeit beginnend bei Null ungefähr linear mit der Emissionsgeschwindigkeit an, um dann irgendwo im experimentell unerschlossenen Bereich nach unten abzuknicken. Die Annahme einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung - siehe Abbildung 2.28 - erscheint nicht unplausibel. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist für alle Einheitsladungen im Universum gleich.

Es ist weiterhin sehr wichtig zu betonen, dass Quantinos auch mit Geschwindigkeiten weit oberhalb der sogenannten Lichtgeschwindigkeit emittiert werden können. Auch die Einheitsladungen selbst können sich



**Abbildung 2.28:** Die Emissionsgeschwindigkeiten  $w$  der Quantinos könnten Maxwell-Boltzmann-verteilt sein. Nur ein kleiner Teil der Quantinos wird langsamer als mit Lichtgeschwindigkeit  $c$  emittiert.

mit beliebigen Geschwindigkeiten relativ zueinander und zum Bezugssystem bewegen.

Die Quellen oder Einheitsladungen senden jedoch nicht nur Quantinos aus, sie können auch mit diesen wechselwirken, wenn sie ihnen lange genug nahe kommen. Die Wechselwirkung lässt sich mit einigen wenigen einfachen Regeln vollständig beschreiben:

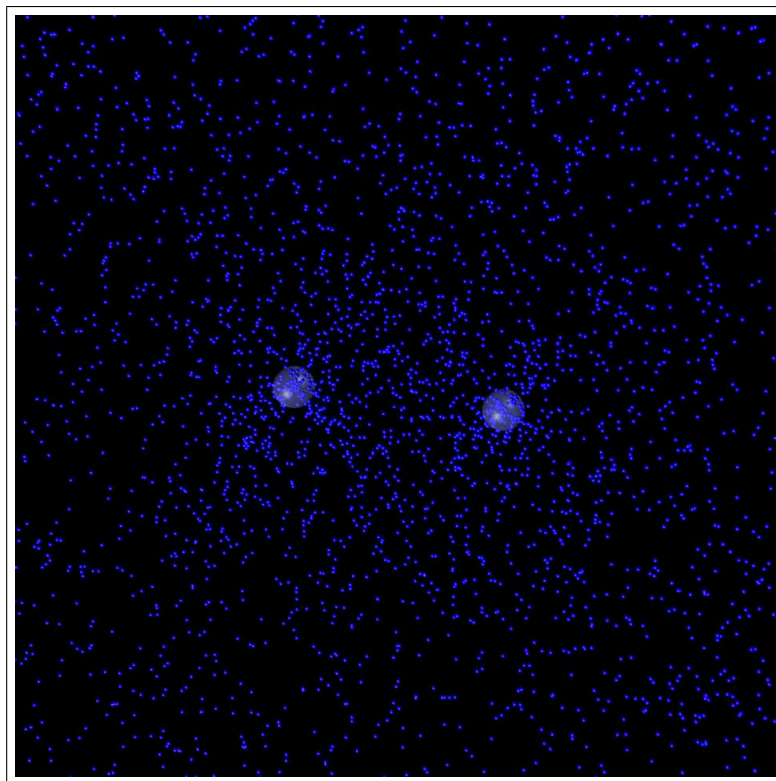
1. Ein Quantino ändert die Geschwindigkeit einer Einheitsladung bei einer Wechselwirkung in Bewegungsrichtung des Quantinos, wenn das Vorzeichen von Quantino und Ladung gleich ist und entgegen, wenn das Vorzeichen verschieden ist.
2. Eine Einheitsladung wechselwirkt auch mit Quantinos, die es selbst emittiert hat.
3. Die Stärke der Wirkung eines Quantinos ist proportional zum Betragsquadrat der Relativgeschwindigkeit zwischen Quantino und Einheitsladung.
4. Ein Quantino wechselwirkt nur dann mit einer Einheitsladung, wenn es sich lange genug im Wirkungsbereich dieser Einheitsladung aufhält.
5. Die Wechselwirkung ist binär, d.h. sie erfolgt entweder einmal und

dann vollständig oder gar nicht.

Es wird darauf hingewiesen, dass hier eine Modellvorstellung beschrieben wurde. Die tatsächlich in der Natur stattfindenden Prozesse könnten ähnlich, aber in den Details anders und insbesondere auch komplexer sein.

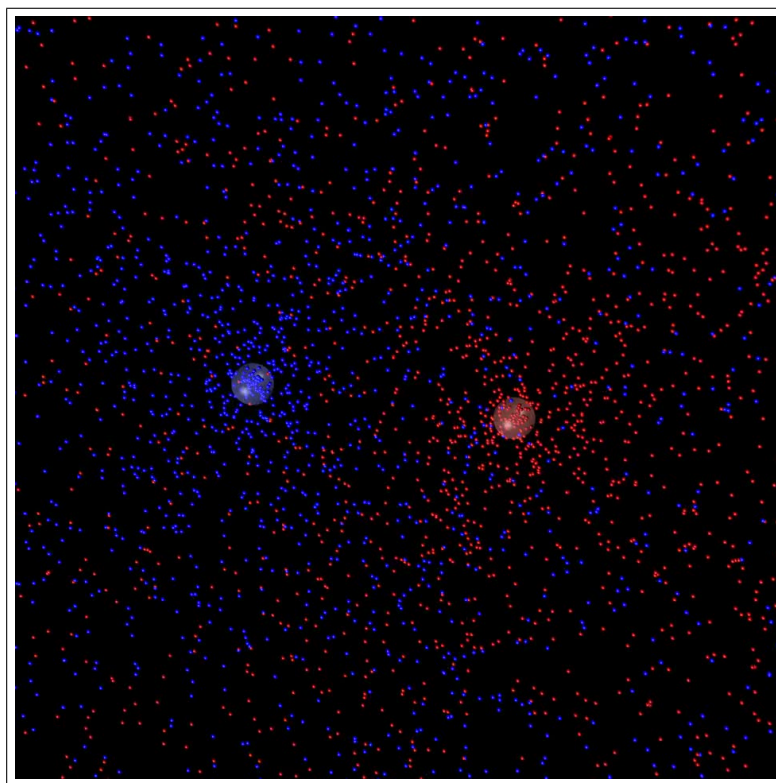
### 2.6.3 Die elektrische Kraft

Ein Blick auf die Regeln des Abschnittes 2.6.2 zeigt, dass sich Einheitsladungen mit gleichem Vorzeichen abstoßen und mit unterschiedlichem Vorzeichen anziehen.



**Abbildung 2.29:** Abstoßung zweier positiver Einheitsladungen. Es werden nur Quantinos in der Darstellungsebene gezeigt.

Die Abbildung 2.29 zeigt zwei ruhende positive Einheitsladungen, die sich in einem gewissen Abstand zueinander befinden. Da beide Einheitsladungen Quantinos aussenden, gelangen immer wieder einige der einen Einheitsladung in den Wirkungsbereich der anderen. Nach Regel 1,



**Abbildung 2.30:** Anziehung zwischen einer positiven und einer negativen Einheitsladung. Es werden nur Quantinos in der Darstellungsebene gezeigt.

kommt es bei einer Wechselwirkung zwischen einem positiven Quantino und einer positiven Einheitsladung zu einer Geschwindigkeitsänderung der Einheitsladung in Bewegungsrichtung des Quantinos. Als Folge stoßen sich beide Einheitsladungen gegenseitig ab. Die Stärke der Abstoßung nimmt dabei mit der Entfernung ab, da sich die Wahrscheinlichkeit, dass ein Quantino der einen Einheitsladung in den Wirkungsbereich der anderen gelangt, mit zunehmenden Abstand immer weiter verkleinert. Für allgemeine Ladungen gilt des Weiteren, dass die Abstoßung abhängig ist von der Ladungsmenge, da durch mehr Ladung mehr Quantinos emittiert werden.

Wie man weiterhin sieht, scheint die Abstoßung nicht ganz regelmäßig bzw. symmetrisch zu sein. Der Grund hierfür ist, dass Einheitsladungen niemals vollständig in Ruhe sein können, da sie zufällig Quantinos emittieren und mit diesen nach [Regel 2](#) auch selbst wechselwirken. Ort und Geschwindigkeit einer Einheitsladung ändern sich daher ständig etwas, sogar dann, wenn sich in der näheren Umgebung keine anderen Ladungen aufhalten. Im zeitlichen Mittel verschwindet diese Zufälligkeit und man

gelangt zu deterministischen physikalischen Gesetzmäßigkeiten.

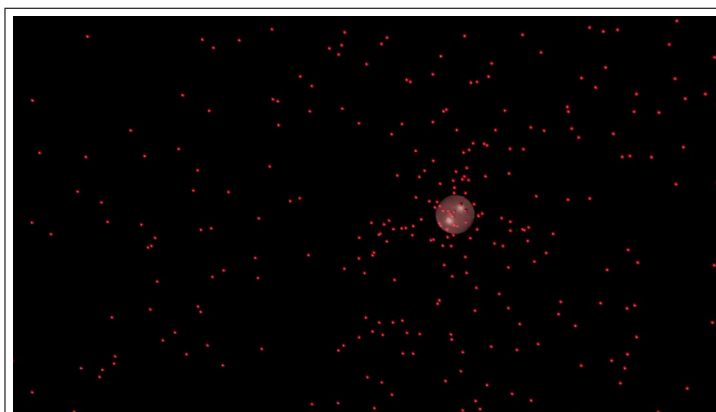
Für sehr viele Quantinos wird der Einfluss des Zufalls also immer kleiner. Wenn sich die Ladungen zusätzlich relativ zueinander nicht zu schnell bewegen und der Abstand nicht zu klein ist, so gilt in guter Näherung das [Coulombgesetz](#). [Abbildung 2.30](#) zeigt, dass sich zwei Ladungen unterschiedlichen Vorzeichens gegenseitig anziehen, da Ladungen und Quantinos wechselseitig unterschiedliches Vorzeichen haben und daher zu einer Geschwindigkeitsänderung entgegen der Quantino-Bewegungsrichtung führen.

Alle übrigen Kräfte, zumindest aber die Schwerkraft und die magnetische Kraft, scheinen sich auf die elektrische Kraft [zurückführen zu lassen](#). Aus Sicht der Quantinotheorie macht es daher Sinn, ganz allgemein von der **EMG-Kraft** zu sprechen, auch wenn hier nur die Coulombkraft plausibel gemacht wurde. Ihre Wirkung besteht darin, die Geschwindigkeit von Ladungen zu verändern. Je größer die Kraft ist, desto größer wird die Geschwindigkeitsänderung pro Zeiteinheit. Es ist offensichtlich, dass die Zahl der pro Raumvolumen vorhandenen Quantinos, aber auch deren Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit die Stärke der Kraft bestimmt.

#### 2.6.4 Das spezielle Relativitätsprinzip

In der Quantinotheorie ist das spezielle Relativitätsprinzip uneingeschränkt erfüllt. Die [Animation 2.31](#) zeigt eine bewegte Ladung, welche Quantinos emittiert. Es fällt auf, dass die Geschwindigkeiten der Quantinos zwar einer gleichen unveränderlichen Wahrscheinlichkeitsverteilung entsprechend verteilt sind, die Geschwindigkeit der Quellladung aber noch dazu kommt.

Die Quantinos verhalten sich also quasi wie Geschosse, die von einem bewegten Schiff abgefeuert werden. Aus diesem Grund gehört die Quantinotheorie zu den sogenannten [Emissions- oder Korpuskeltheorien](#). Korpuskeltheorien besitzen den Charme sehr einfach und logisch zu sein. Wegen ihres Widerspruchs zur bezugssystemunabhängigen Konstanz der Lichtgeschwindigkeit wurden sie jedoch zu Gunsten der speziellen Relativitätstheorie verworfen und gelten heute als überholt. Tatsächlich stehen



**Abbildung 2.31:** Das spezielle Relativitätsprinzip: Es ist nicht möglich zu sagen, ob sich die Ladung oder der Beobachter gleichförmig bewegt. Die Dichteverteilung der Quantinos hat immer dort ihr Maximum, wo sich die Quelle gerade aufhält.

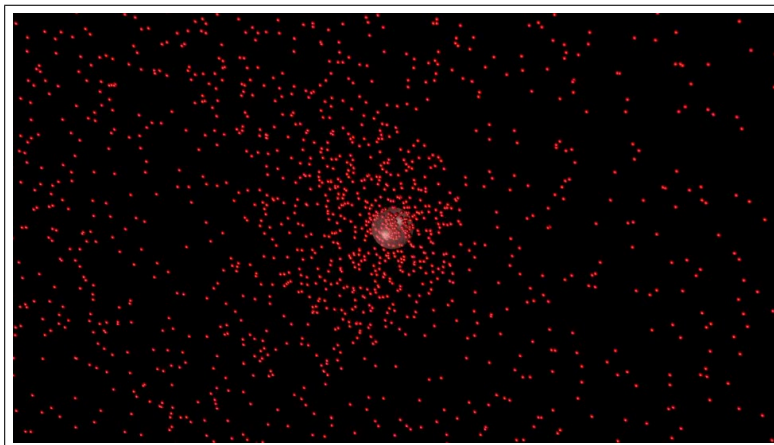
aber nur solche Korpuskeltheorien im Widerspruch zur bezugssystemunabhängigen Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, bei denen die Emissionsgeschwindigkeiten der „Lichtteilchen“ nicht zufällig verteilt sind, sondern fix der Lichtgeschwindigkeit entsprechen.

### 2.6.5 Die Trägheit

Ein Quantino ist nach dem Abstrahlen durch die Quellladung von dieser vollkommen unabhängig. Das bedeutet, dass sich eine nach dem Aussen des Quantinos stattfindende Geschwindigkeitsänderung der Quelle nicht mehr auf das Quantino auswirken kann. Das hat weitreichende Konsequenzen und führt letztlich zu dem als mechanische Trägheit bekannten Effekt und damit zur „[lex prima](#)“, also dem ersten newtonschen Axiom. Es besagt, dass ein Körper im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung verbleibt, solange er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seiner Geschwindigkeit gezwungen wird.

Abbildung [2.32](#) zeigt eine Einheitsladung, die beschleunigt wird. Es wird deutlich, dass die Einheitsladung durch die Geschwindigkeitsänderung in das Quantinofeld gepresst wird, welches es kurz zuvor selbst erzeugt hat. Ein Teil der ausgesendeten Quantinos kommt der Einheitsladung durch die Beschleunigung nämlich wieder entgegen. Nach [Regel 1](#) erzeugt ein Quantino bei einer Einheitsladung gleichen Vorzeichens eine Beschleunigung, die in Richtung der Quantinobewegung zeigt. Durch die Wechsel-





**Abbildung 2.32:** Das Feld einer beschleunigten Einheitsladung verdichtet sich in Beschleunigungsrichtung.

wirkung mit den eigenen Quantinos entsteht bei einer Primärbeschleunigung also eine genau entgegengerichtete Sekundärbeschleunigung.

Um die Geschwindigkeit einer Einheitsladung permanent zu verändern, ist es also erforderlich, eine Kraft wirken zu lassen und diese aufrechtzuerhalten. Eine äußere Kraft kann in der Quantinotheorie ausschließlich durch die Anwesenheit anderer Ladungen entstehen. Verschwindet diese äußere Kraft, so verschwindet auch die Beschleunigung, ebenso wie die Gegenbeschleunigung. Dass eine Einheitsladung ohne eine äußere Kraft beschleunigt wird ist ausgeschlossen, weil die Gegenbeschleunigung dieses sofort verhindern würde. Dieser Stabilisierungseffekt führt also dazu, dass Materie nicht plötzlich grundlos die Geschwindigkeit verändert.

In der klassischen Physik wird die Trägheit auf die Masse bezogen, nicht auf die elektrische Ladung, da diese üblicherweise Null ist. Man kann sich neutrale Materie aber als Überlagerung zweier entgegengesetzt gleich großer Ladungsmengen vorstellen, die sich gegenseitig neutralisieren. Unter bestimmten Bedingungen verbleiben jedoch subtile Restwechselwirkungen. Die Gravitation ist eine davon. Der eben dargestellte Mechanismus ist daher nicht nur bei elektrischen Ladungen vorhanden, sondern auch bei sogenannten massebehafteten Objekten. Es ist wichtig zu verinnerlichen, dass die Quantinos in der Quantinotheorie nicht nur die Kraftvermittler der elektrischen Kraft, sondern auch die Kraftvermittler der [magnetischen Kraft](#) sowie der [Gravitation](#) sind.

Ein weiterer, an dieser Stelle auffallender Effekt ist, dass die Beschleuni-

gung einer Einheitsladung ganz offenbar zu einer Verformung des Quantinodichtefeldes führt. In Abbildung 2.32 ist gut zu erkennen, wie das bis zum Zeitpunkt der Beschleunigung vollkommen radialsymmetrische Feld in Beschleunigungsrichtung verdichtet und auf der Gegenseite verdünnt wird. Nach dem Ende der Beschleunigung beginnt sich das Feld zu normalisieren, wobei sich die entstandene Störung von der Einheitsladung entfernt. Bei dieser Störung handelt es sich, um eine elektromagnetische Welle. Wie schon bald klar werden wird, breitet sich die Störung zwischen allen gleichförmig zueinander bewegten Einheitsladungen genau mit Lichtgeschwindigkeit aus. Die Größe der Relativgeschwindigkeit spielt dabei keine Rolle.

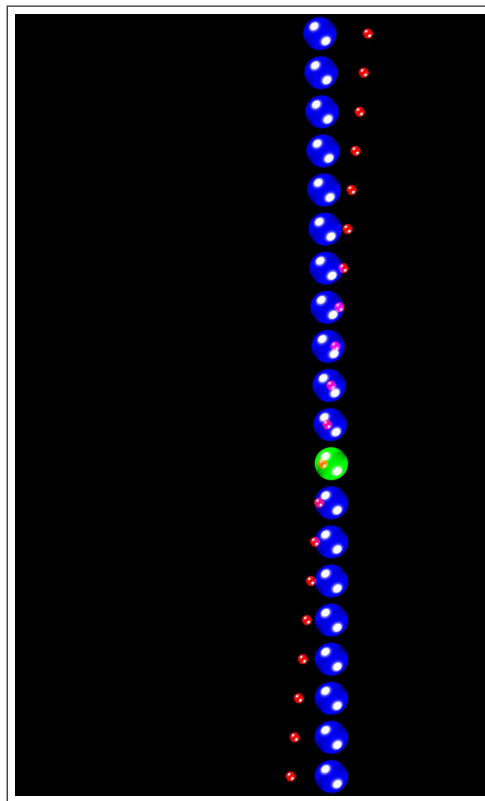
Und noch ein Punkt sollte erwähnt werden: Man kann nämlich genau sagen, ob die Einheitsladung beschleunigt wurde oder der Beobachter. Wird die Ladung beschleunigt, so führt das zu einer realen Verformung des von der Ladung erzeugten Feldes. Hingegen bleibt das Feld bei einer Beschleunigung des Beobachters vollkommen radialsymmetrisch. Zueinander beschleunigte Bezugssysteme sind daher nicht äquivalent. Allerdings könnte ein vorne auf der Ladung aufsitzender mitbeschleunigter Beobachter nicht sagen, ob alle Kräfte in Summe verschwunden sind oder ob er einfach nur durch eine äußere Kraft gleichmäßig beschleunigt wird. Dieses gilt wegen der Beziehung zwischen elektrischer Kraft und Gravitation natürlich auch für die Schwerkraft. Albert Einstein nannte diesen Effekt das „starke Äquivalenzprinzip“ und nutzte ihn als Startpunkt für die Allgemeine Relativitätstheorie.

### 2.6.6 Die Physik der Kraftausbreitung

In der Quantinotheorie werden Kräfte durch winzige Botenteilchen vermittelt, die sich durch den Raum bewegen. Diese Quantinos besitzen eine Geschwindigkeit, folglich kann sich eine Kraft nicht verzögerungsfrei von einer Ladung auf eine andere übertragen. Die Abbildung 2.33 zeigt in Form einer Weltliniendarstellung wie sich ein negatives Quantino mit 25% der Lichtgeschwindigkeit auf eine positive Einheitsladung zubewegt. Wie zu sehen ist, kommt es bei Berührung von Quantino und Einheitsladung zu einer Wechselwirkung, welche die Einheitsladung entgegen der Bewegungsrichtung des Quantinos beschleunigt. Dieses geschieht aufgrund



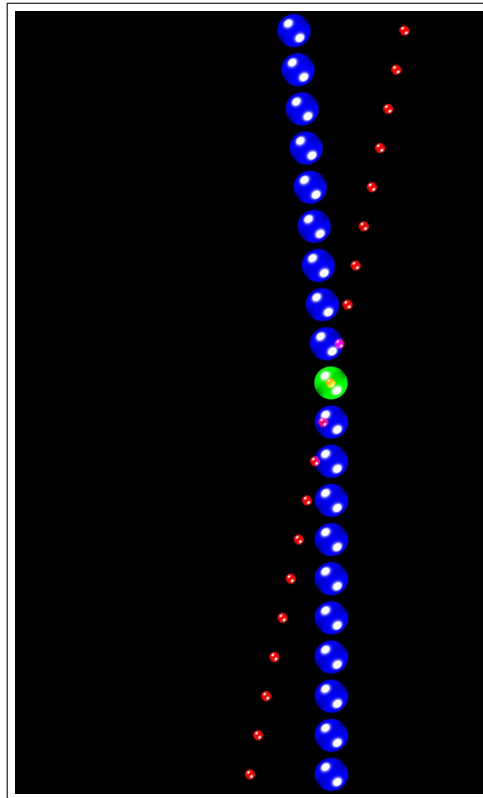
der [Regel 1](#) aus Abschnitt [2.6.2](#). Das grüne Aufblitzen der Einheitsladung kennzeichnet dabei den Zeitpunkt der Wechselwirkung.



**Abbildung 2.33:** Quantinogeschwindigkeit beträgt 25% der Lichtgeschwindigkeit. Das Quantino dringt nicht tief ein, bis es zu einer leichten Wechselwirkung kommt.

Aufgrund der geringen Quantinogeschwindigkeit ist der Beschleunigungseffekt in [Abbildung 2.33](#) recht schwach. Im Vergleich dazu ist die Wechselwirkung in [Abbildung 2.34](#) merklich stärker. Grund hierfür ist die [Regel 3](#), welche besagt, dass die Wirkung eines Quantinos proportional zum Betragsquadrat der Relativgeschwindigkeit zwischen Quantino und Einheitsladung ist, welche in diesem Fall 50% der Lichtgeschwindigkeit beträgt. Es fällt weiterhin auf, dass die Wechselwirkung nun tiefer in der Einheitsladung erfolgt. Dies ist eine Folge der [Regel 4](#), nach der nur dann eine Wechselwirkung stattfinden kann, wenn sich das Quantino zuvor lange genug im Wirkungsbereich der Einheitsladung aufgehalten hat. Da diese Zeitdauer immer gleich, die Geschwindigkeit des Quantinos diesmal aber höher ist, folgt, dass die Wechselwirkung nun tiefer in der Einheitsladung stattfindet.

Wenn sich das Quantino, so wie in [Abbildung 2.35](#), beinahe mit Lichtge-

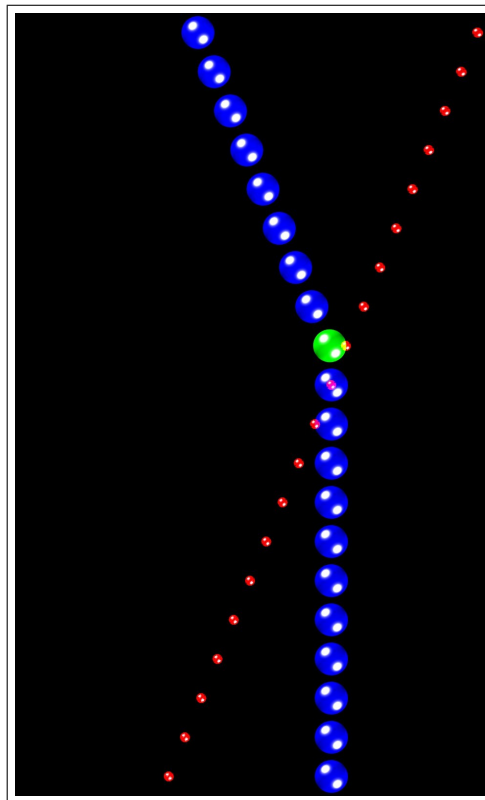


**Abbildung 2.34:** Quantinogeschwindigkeit beträgt 50% der Lichtgeschwindigkeit. Das Quantino dringt zur Mitte der Ladung vor, bis es zu einer mittelstarken Wechselwirkung kommt.

geschwindigkeit bewegt, ist die Wechselwirkung sehr stark. Sie erfolgt allerdings erst kurz vor Verlassen der Einheitsladung. In [Abbildung 2.36](#) ist das Quantino nur geringfügig schneller. Die Wirkung bleibt hier aus, da das Quantino die Einheitsladung bereits verlassen hat, bevor es zu einer Wechselwirkung kommen konnte. Die minimal erforderliche Zeit für eine Wechselwirkung zwischen Quantino und Ladung nach [Regel 4](#) ist also gleich dem Durchmesser einer Einheitsladung geteilt durch die Lichtgeschwindigkeit. Minimalzeit und Durchmesser einer Einheitsladung scheinen anstelle der Lichtgeschwindigkeit die eigentlichen Naturkonstanten zu sein.

### 2.6.7 Die Relativität der Kraft

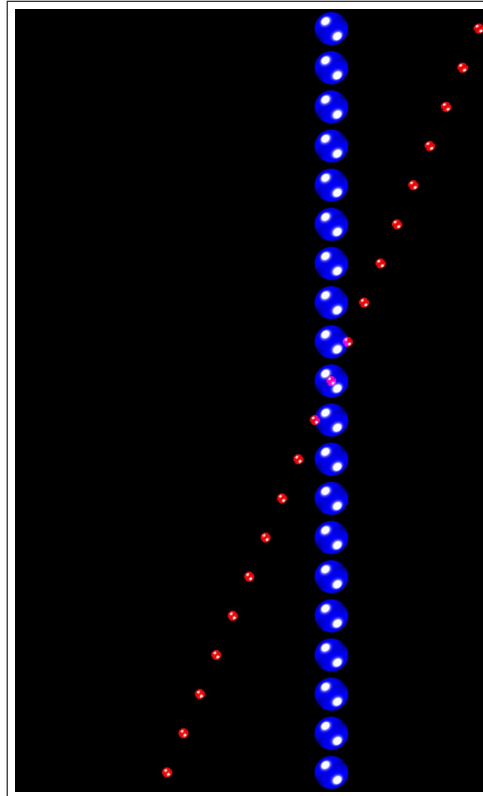
Dieser Abschnitt soll verdeutlichen, weshalb die elektrische Kraft die elliptische Form der Gleichung [\(2.34\)](#) aufweist. [Abbildung 2.37](#) zeigt eine



**Abbildung 2.35:** Das Quantino bewegt sich mit Lichtgeschwindigkeit und wechselwirkt erst kurz vor Verlassen der Einheitsladung. Die Wirkung ist sehr stark.

ruhende Ladung, welche Quantinos aussendet. Links daneben befindet sich eine zweite ruhende Ladung, die als Empfänger oder „Beobachter“ dient. Für diese Empfängerladung sind manche der Quantinos zu schnell, da sie sich, wie in Abschnitt 2.6.6 erläutert wurde, einfach nicht lange genug in ihrem Wirkungsbereich aufhalten. Andere wiederum haben aufgrund ihrer geringen Relativgeschwindigkeit genug Zeit, um bei der Empfängerladung eine Wirkung zu erzeugen. Um beide Quantinosorten unterscheiden zu können, sind die zu schnellen **rot** und die wechselwirkungsfähigen **grün** dargestellt.

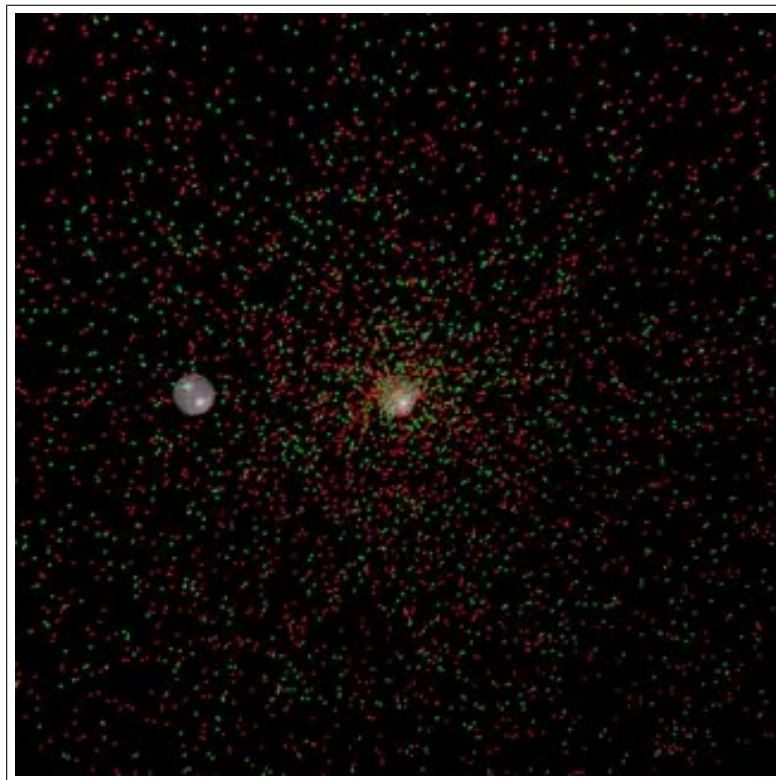
Relevant ist also nur die „Wolke“, die aus den grünen Quantinos besteht. Die roten Quantinos sind für eine ruhende Empfängerladung praktisch nicht existent. Da die Dichte der Wolke - also die Anzahl von grünen Quantinos pro Raumvolumen - vom Abstand der Empfängerladung zur Quelle abhängt, ist auch die Beschleunigungswirkung aller im Mittel einwirkenden Quantinos an einem Ort von der Entfernung dieses Ortes zur Quelle abhängig. Genauer gesagt, die Dichte der Quantinos ist umgekehrt



**Abbildung 2.36:** Das Quantino bewegt sich geringfügig schneller als mit Lichtgeschwindigkeit und wechselwirkt gar nicht, da es die Einheitsladung zu schnell durchdringt.

proportional zum Quadrat des Abstandes von der Quelle. Das bedeutet, dass sich auch die ausgeübte Beschleunigungswirkung mit dem Quadrat des Abstandes zur Quelle verringert, da weniger Quantinos weniger Wirkung erzeugen (Siehe Abschnitt 2.6.3). Da das Feld für zwei zueinander ruhende Ladungen perfekt radialsymmetrisch ist und sich die Quantinos immer geradlinig von der Quelle entfernen, wird eine Empfängerladung je nach Ladungsvorzeichen entweder zur Quelle hingezogen oder weggedrückt.

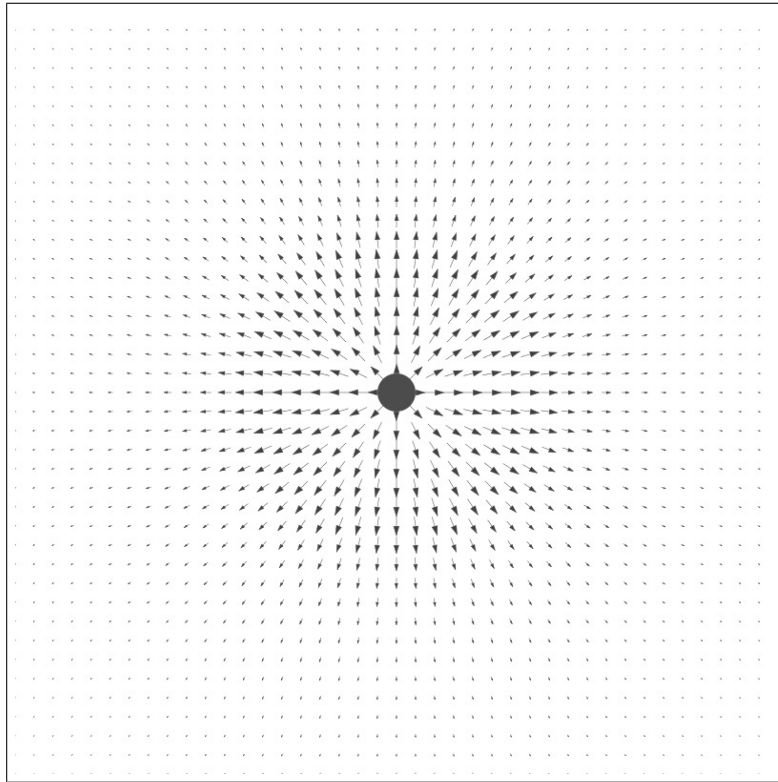
Zeichnet man nun an jeden Punkt des Raumes einen Pfeil dessen Länge proportional zur Stärke der Beschleunigung ist, die eine an diesem Ort gedachte **ruhende** positive Ladung erfahren würde und der in die jeweilige Beschleunigungsrichtung zeigt, so erhält man ein Bild, wie es in Abbildung 2.38 dargestellt ist. Das Resultat ist das sogenannte elektrische Feld, wobei in Abbildung 2.38 vorausgesetzt wurde, dass die felderzeugende Ladung positiv ist. Für eine negative Ladung drehen sich alle Pfeile einmal um  $180^\circ$ .



**Abbildung 2.37:** Das Quantinofeld einer ruhenden Ladung in der Mitte aus Sicht einer ruhenden Ladung (links). Zu schnelle Quantinos sind rot dargestellt, wechselwirkungsfähige hingegen grün.

Das elektrische Feld einer ruhenden Ladung aus Sicht einer anderen ruhenden Ladung wird in den meisten Fällen durch das Coulombgesetz recht gut beschrieben (Abstände nicht zu klein, Quantinorauschen vernachlässigbar). Falls sich Quell- und Empfängerladung relativ zueinander bewegen, gilt das nicht mehr. In der Animation in [Abbildung 2.39](#) bewegt sich die Empfängerladung mit 80% der Lichtgeschwindigkeit nach rechts. Es fällt sofort auf, dass die aus den grünen Quantinos bestehende „Wolke“ asymmetrisch ist. Grund dafür ist, dass auf der linken Seite viele der entgegenkommenden Quantinos viel zu schnell sind und somit nicht mit der Empfängerladung wechselwirken können. Das hat zur Folge, dass das elektrische Feld auf der linken Seite abgeschwächt erscheint. Aber was ist mit der rechten Seite?

Eine genaue Analyse zeigt, dass sich das elektrische Feld auch auf der rechten Seite abschwächt. Der Grund wird klar, wenn man sich die Animation der [Abbildung 2.39](#) in der zweiten Hälfte einmal ganz genau ansieht. Man erkennt dann nämlich, dass die sich nach rechts bewegende



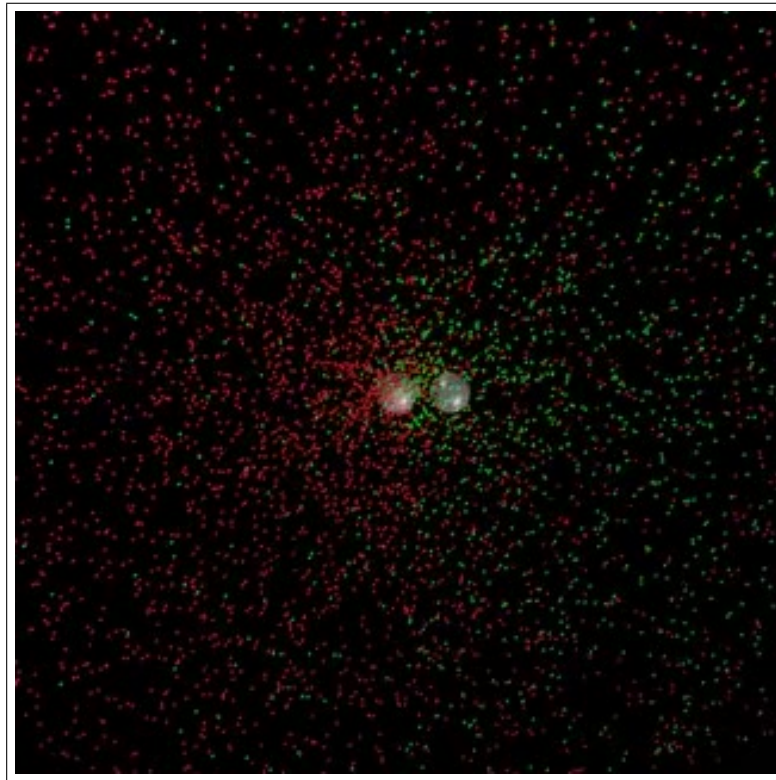
**Abbildung 2.38:** Das elektrische Feld aus Sicht einer ruhenden Ladung.

Ladung viele Quantinos aus der „falschen Richtung“ kommend wahrnimmt, obwohl sich diese natürlich von ihrer Quellladung entfernen. Da sich aber die Empfängerladung noch schneller entfernt, wirkt es so, als ob sich diese Quantinos auf ihre Quellladung zubewegen würden. Ihre Beschleunigungswirkung kehrt sich damit komplett um, d.h. aus einer Anziehung wird eine Abstoßung und umgekehrt.

Da es aber auch Quantinos gibt, die sich schneller von der Quellladung entfernen, als die Empfängerladung, gibt es aber immer auch noch eine Kraftwirkung in die normale Richtung. Die beiden gegensätzlichen Kraftwirkungen kompensieren sich teilweise. In Summe verbleibt eine im Vergleich zur Coulombkraft abgeschwächte Beschleunigungswirkung, sofern sich der Empfänger direkt auf die Ladung zubewegt oder von dieser entfernt. Das resultierende elektrische Feld ist in [Abbildung 2.40](#) dargestellt. Man erkennt, dass sich das elektrische Feld für bewegte Ladungen elliptisch verformt.

Bewegt sich der Empfänger jedoch quer an der Ladung vorbei, so ist die elektrische Kraft für nicht zu große Differenzgeschwindigkeiten etwas





**Abbildung 2.39:** Das Quantinofeld einer ruhenden Ladung in der Mitte aus Sicht einer Ladung, die sich mit 80 Prozent der Lichtgeschwindigkeit bewegt. Zu schnelle Quantinos sind rot dargestellt, wechsellwirkungsfähige grün.

größer als normal. Auch das kann man sofort rein logisch - also ohne Zuhilfenahme mathematischer Methoden - verstehen. Man muss sich hierfür lediglich klar machen, dass eine Empfängerladung in diesem Fall etwas mehr Quantinos wahrnimmt, da es von den schnelleren Quantinos wegen der [Form der Emissionsverteilung](#) etwas mehr gibt. Des Weiteren existiert hier auch kein „Gegenwind“ aus Quantinos, wie in dem Fall, wo sich die Empfängerladung auf einer Linie zur Quellladung von dieser entfernt.

Die elektrische Kraft ist also nicht nur abhängig von der Relativgeschwindigkeit zwischen Quelle und Empfänger, sondern auch vom Winkel zwischen Verbindungsachse und Geschwindigkeit. Die [Abbildung 2.41](#) zeigt, wie sich die Kraft in Abhängigkeit vom Winkel verformt.

Mathematisch wird dieser Zusammenhang durch die relativ einfache Formel ([2.34](#)) beschrieben, die wegen ihrer zentralen Rolle hier noch einmal

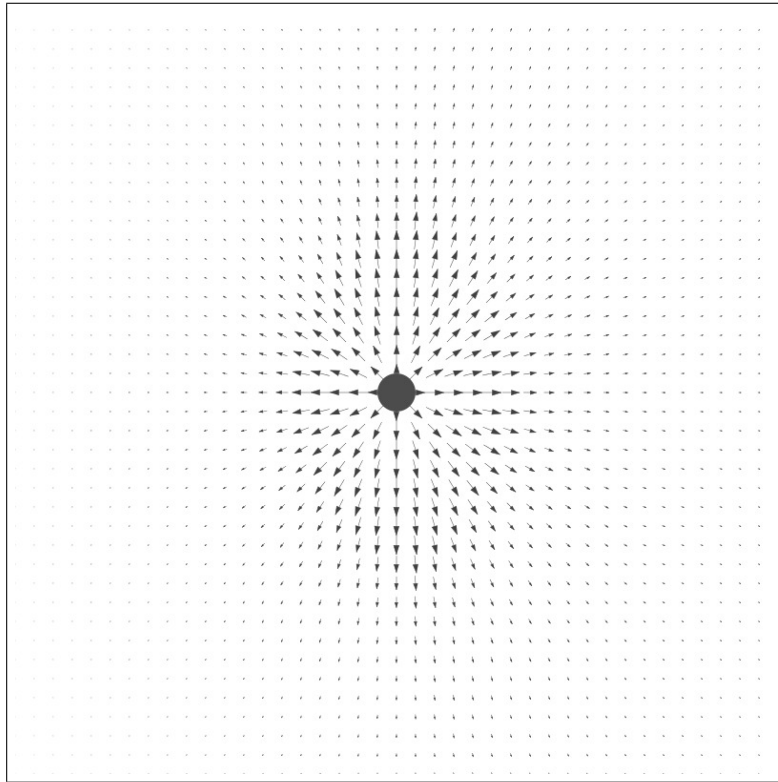


Abbildung 2.40: Das resultierende elektrische Feld.

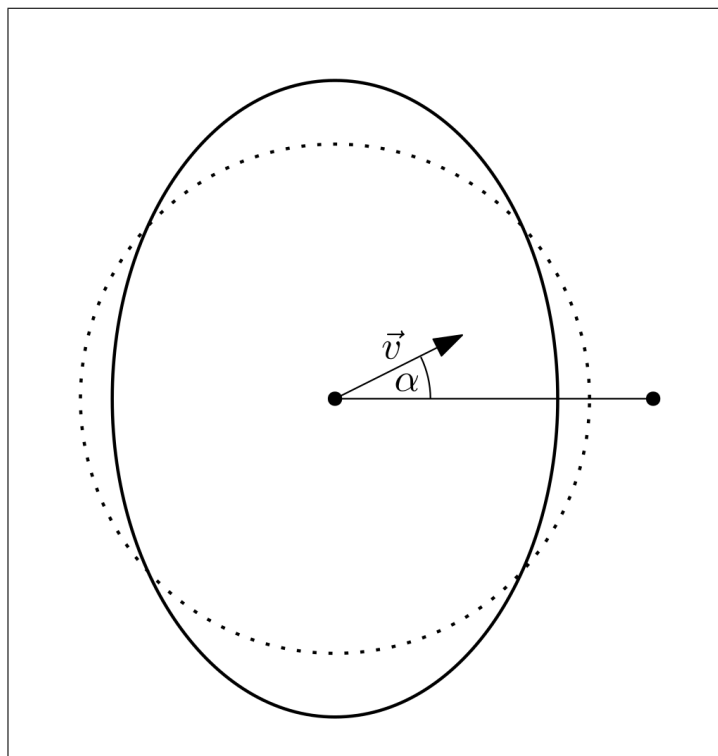
angegeben ist:

$$\vec{F}_R(\vec{r}, \vec{v}) = \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} - \frac{3}{2} \left( \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r c} \right)^2 \right) \frac{q_s q_d}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}. \quad (2.239)$$

Sie gilt nur für im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit kleine und zusätzlich konstante Relativgeschwindigkeiten.  $\vec{r}$  steht in ihr für den Richtungsvektor von der krafterzeugenden Punktladung  $q_s$  auf die kraftaufnehmende Punktladung  $q_d$ .  $\vec{v}$  ist die Differenzgeschwindigkeit zwischen den beiden Ladungen, wobei das Vorzeichen nicht von Bedeutung ist. Für eine Relativgeschwindigkeit von  $v = 0$  folgt, wie sofort zu sehen ist, die Coulombkraft.

Der Umstand, dass sich mit der Weberkraft (2.34) anscheinend alle drei Grundkräfte der klassischen Physik auf eine einzige Zentralkraft zurückführen lassen, verlangt geradezu danach zu erklären, wodurch sich diese Kraft überhaupt von der Quelle auf das Ziel überträgt und wieso ihre Form und Stärke von der Relativgeschwindigkeit abhängt. Der Quantinomechanismus liefert - wie nun gezeigt wurde - eine plausible Ant-





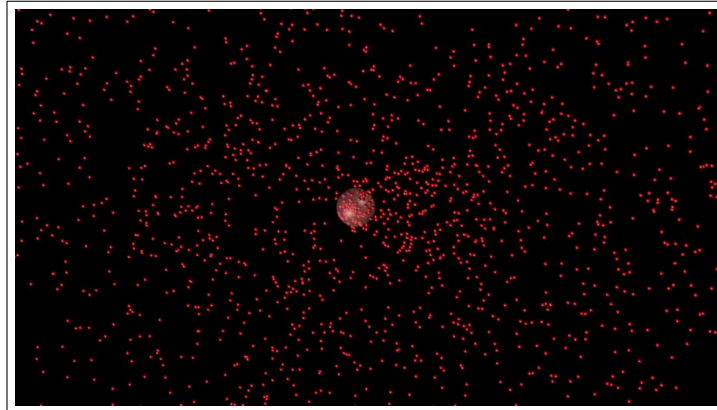
**Abbildung 2.41:** Wenn sich Quelle und Empfänger relativ zueinander bewegen verändert sich die Kraftwirkung. Falls der Winkel zwischen Geschwindigkeitsrichtung und Verbindungslinie  $0^\circ$  beträgt, ist die Kraft geschwächt. Für  $90^\circ$  ist sie verstärkt. Entscheidend ist nur die Relativgeschwindigkeit.

wort.

## 2.6.8 Quantinowellen

Es ist nun an der Zeit, einen Schritt weiterzugehen und schwingende Ladungen zu untersuchen. Wie bereits in Abschnitt 2.6.5 auffiel, ist bei beschleunigten Ladungen das Quantinofeld in Beschleunigungsrichtung verdichtet und entgegen der Beschleunigungsrichtung ausgedünnt. Auch eine hin- und her schwingende Ladung wird ständig beschleunigt, jedoch in periodisch wechselnde Richtungen. Die Verdichtungen und Ausdünnungen des Quantinofeldes sind daher mal auf der einen und mal auf der anderen Seite. In der Abbildung 2.42 ist das Nahfeld einer solchen schwingenden Ladung dargestellt.

Bei genauer Betrachtung der Animation wird deutlich, dass sich diese

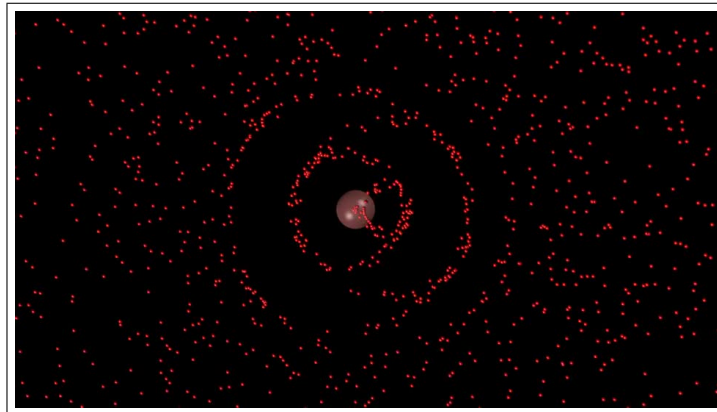


**Abbildung 2.42:** Eine oszillierende Ladung und das von ihr erzeugte Quantinofeld

gegenseitig abwechselnden Verdichtungen und Ausdünnungen wie Wellen nach links und rechts ausbreiten. Da die Quantinos aber sehr unterschiedliche Geschwindigkeiten haben, breiten sich diese Dichteschwankungswellen nicht mit einheitlichen Geschwindigkeiten aus, weshalb das Quantinofeld im **Standbild** nicht wie eine Welle erscheint. Das dort tatsächlich eine Wellenausbreitung stattfindet, erahnt man nur bei laufender Animation. Grund dafür ist letztlich, dass die Welle zu einem guten Teil in der Quantinogeschwindigkeitsverteilung enthalten ist.

Wie in Abschnitt 2.6.6 gezeigt wurde, haben Quantinos, die sich im Ruhesystem der Empfängerladung gerade mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, die maximale Wirkung. Ursache hierfür war die [Regel 3](#), nach welcher sich die Relativgeschwindigkeit zwischen Empfängerladung und Quantino quadratisch auf die an der Empfängerladung erzeugte Beschleunigung auswirkt. Filtert man also in der Animation 2.42 alle Quantinos heraus, die wenig oder keine Wirkung erzeugen und erhöht zur Verbesserung des Kontrastes die Anzahl an pro Zeiteinheit ausgesendeten Quantinos, so erhält man die Animation 2.43. In ihr ist die Welle nun klar und deutlich zu erkennen.

Die in Animation 2.43 verdeutlichte Welle ist diejenige, die für einen ruhenden Empfänger am wichtigsten ist. Quantinos, die sich langsamer ausbreiten, bilden natürlich ebenfalls Wellenzüge, die sich dann allerdings mit entsprechend kleinerer [Phasengeschwindigkeit](#) bewegen. Es lässt sich mathematisch zeigen, dass sich diese langsameren Wellen gegenseitig recht effektiv auslöschen und so auf diese Weise noch weniger Wirkung auf eine Empfängerladung ausüben. Sie noch schneller aus-



**Abbildung 2.43:** Es sind hier nur Quantinos dargestellt, die auf eine ruhende Empfängerladung eine nennenswerte Wirkung ausüben würden.

breitende Quantinos bilden ebenfalls Wellenzüge. Diese wechselwirken mit einer Empfängerladung aber nicht und sind somit komplett irrelevant. Aus diesen Gründen ist es für eine rein qualitative und logische Analyse ausreichend, immer nur die Welle zu betrachten, die sich im jeweiligen Bezugssystem gerade mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet.

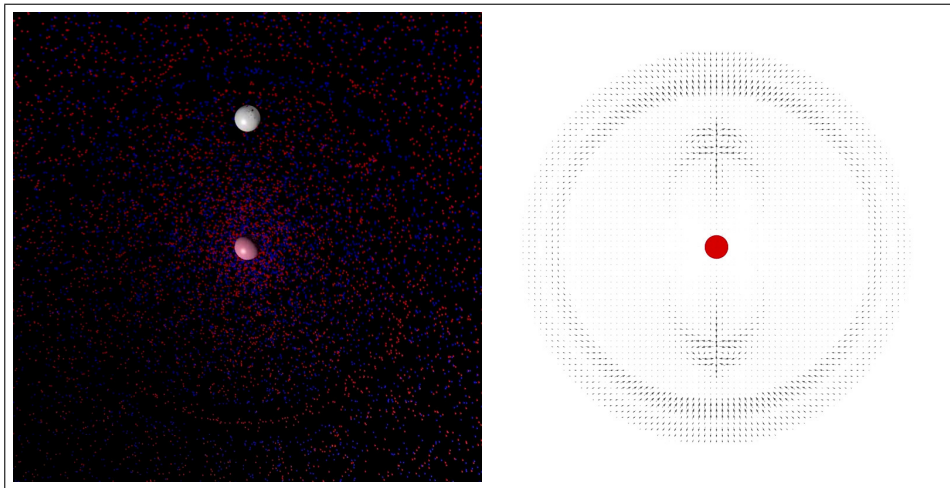
### 2.6.9 Die konstante Ausbreitungsgeschwindigkeit von EMG-Wellen

Im Abschnitt zuvor wurde gezeigt, dass durch das Schwingen einer Ladung Dichteschwankungen im umgebenden Quantinofeld entstehen, die sich nach allen Richtungen wellenförmig ausbreiten. Die Phasengeschwindigkeiten dieser Wellen haben dabei sehr verschiedene Werte, wobei der Lichtgeschwindigkeit zunächst keine gesonderte Rolle zukommt. Diese erhält sie erst dadurch, dass Wellen, die sich relativ zu einer Empfängerladung mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, zu einer maximalen Wirkung führen. Sich mit Überlichtgeschwindigkeit bewegende Wellen können hingegen gar nicht wechselwirken.

Welcher Wellenanteil aus Sicht einer bewegten Empfängerladung gerade Lichtgeschwindigkeit hat, hängt nur von der Relativgeschwindigkeit zwischen Quantinos und Ladung ab. Eine Änderung der Geschwindigkeit der Empfängerladung führt dazu, dass ein anderer Wellenanteil mit einer anderen Phasengeschwindigkeit relevant wird. Dieser Filter- oder Aus-

blendeffekt führt dazu, dass es einer beliebig gleichförmig bewegten Empfängerladung so erscheint, als ob sich die Dichteschwankungswellen der Quantinos immer mit einer konstanten Geschwindigkeit ausbreiten.

Diesen Effekt erkennt man noch besser, wenn man anstelle einer einzelnen Ladung, zwei gegensätzlich gleich große Ladungen betrachtet, die zunächst am selben Ort ruhen und dann für einen kurzen Moment eine einzelne gegenläufige Schwingung ausführen. Abbildung 2.44 zeigt die entstehende Quantinowelle auf der linken Seite, wobei nur der Wellenteil dargestellt ist, welcher auf die Empfängerladung (oben, grau) eine maximale Wirkung ausübt.



**Abbildung 2.44:** Der Quantinofluss eines schwingenden Dipols aus Sicht eines ruhenden Empfängers und das daraus resultierende elektrische Feld.

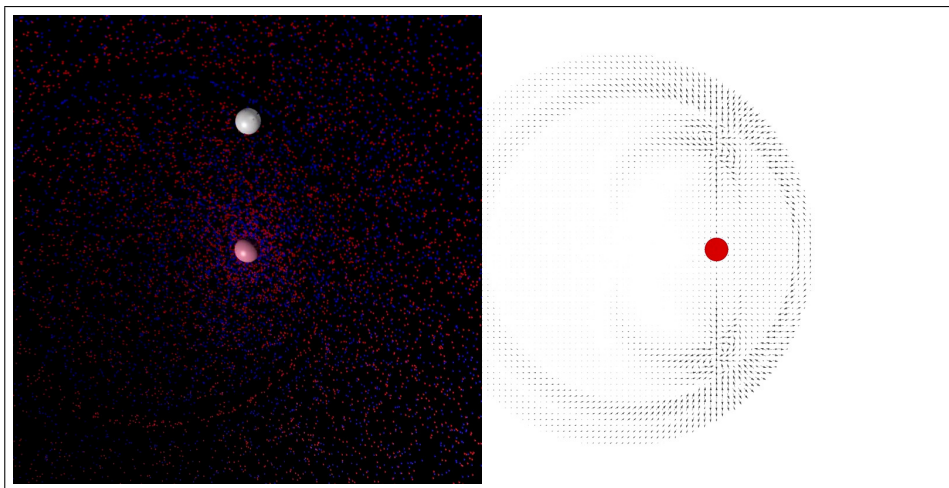
Wie links in der Abbildung 2.44 zu sehen ist, wird die grau dargestellte Empfängerladung zunächst gleichmäßig von positiven (blau) als auch von negativen Quantinos (rot) getroffen. Da sich die Kraftwirkungen aufheben, kommt es im zeitlichen Mittel zu keiner Bewegung der Empfängerladung. Die positive Ladung wird also durch die negative Ladung neutralisiert. Die plötzlich einsetzende Schwingung der beiden Quellladungen des Dipols beseitigt diesen Gleichgewichtszustand. Man erkennt, wie sich zunächst eine Front aus negativen Quantinos der Empfängerladung nähert. Danach folgt eine Front aus positiven Quantinos.

Da Quantinos Kraftvermittler sind, wird die Empfängerladung beim Eintreffen der Fronten bewegt. Das heißt, sie wird, falls sie positiv geladen ist, zunächst angezogen und danach weggedrückt. Effektiv führt sie eine

einzelne Schwingung aus. Die Zeit, die zwischen der Schwingung des Dipols, also der Quelle, und der Schwingung der Empfängerladung vergeht, entspricht dem Abstand geteilt durch die Lichtgeschwindigkeit.

Auf der rechten Seite der Animation [2.44](#) ist das zugehörige elektrische Feld der Quantinowelle dargestellt. Es ergibt sich aus der Wirkung aller Wellen, also auch der Wellen, die sich mit einer anderen Phasengeschwindigkeit bewegen. Wie sich zeigt, breitet sich die Änderung der elektrischen Feldstärke im Wesentlichen ebenfalls in Form eines Ringes aus. Der Radius des Ringes vergrößert sich dabei mit Lichtgeschwindigkeit.

Es ist an dieser Stelle wichtig auf zweierlei hinzuweisen. Als erstes, es handelt sich hier noch nicht um das Feld eines Hertzschen Dipols. Zweitens, die Richtung der elektrischen Feldstärke zeigt nicht grundsätzlich in Bewegungsrichtung der Quantinos, wie man vielleicht flüchtig betrachtet denken könnte. Stattdessen ist es so, dass die elektrische Feldstärke nur die mittlere Wirkung aller Quantino-Einzelströmungen darstellt. Und diese können natürlich gleichzeitig in verschiedene Richtungen gehen. Bei den überlagerten Feldern mehrerer Ladungen oder Dipole ist das sogar die Regel.



**Abbildung 2.45:** Der Quantinofluss eines schwingenden Dipols aus Sicht eines sich nach links bewegenden Empfängers und das daraus resultierende elektrische Feld.

Die Animation [2.44](#) zeigte, dass ein schwingender Dipol eine Welle abstrahlt, die sich einige Zeit durch den Raum bewegt, bevor sie bei einer ruhenden Empfängerladung eine Kraftwirkung ausübt. Was aber ist, wenn sich die Empfängerladung bewegt? [Abbildung 2.45](#) untersucht die-

se Fragestellung und zeigt die gleiche Dipolschwingung aus dem Standpunkt einer sich mit 50% der Lichtgeschwindigkeit nach links bewegenden Empfängerladung. Was sofort auffällt ist, dass sich die Welle nicht mehr in alle Richtungen gleich schnell ausbreitet. Eine genauere Analyse zeigt, dass sich der „Lichtpuls“ überall gerade so schnell bewegt, dass es den Abstand, der zwischen Empfänger und Quelle zum Zeitpunkt des Aussendens bestanden hat, genau mit Lichtgeschwindigkeit überwindet. Weiterhin fällt auf, dass der Empfänger die Quellladung nicht dort wahrnimmt, wo sie sich tatsächlich befindet, also im Zentrum des Ringes. Dieses führt zu interessanten Effekten, wie einer scheinbaren Zeitdilatation. Auch der longitudinale Dopplereffekt ist zu erkennen, ebenso wie der transversale.

Es ist an dieser Stelle wichtig zu betonen, dass sich physikalisch nichts geändert hat. Die Quelle, als auch die Welle selbst, sind in beiden Fällen exakt gleich. Die Wirkung der Welle hängt jedoch von der Perspektive des Empfängers ab, wodurch sie in unterschiedlichen Bezugssystemen eine scheinbar völlig andere Form hat. Und obwohl noch einige wichtige Aspekte fehlen, die man vom Licht und von elektromagnetischen Wellen her kennt, können mit dem hier beschriebenen einfachen Modell des Lichtes bereits [alle Testexperimente](#) der speziellen Relativitätstheorie erklärt werden (Bis auf eines. Siehe unten). Dies lässt sich damit begründen, dass auch in der Quantinotheorie die beiden Axiome der speziellen Relativitätstheorie, nämlich die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, als auch die Gültigkeit des speziellen Relativitätsprinzips, erfüllt sind. Leider ist es aber nicht so, dass Quantinotheorie und spezielle Relativitätstheorie äquivalent wären. Um zwischen beiden Theorien entscheiden zu können, werden jedoch neue, speziell auf den Unterschied zugeschnittene Experimente benötigt.

Es soll nicht verschwiegen werden, dass ein Testexperiment durch die Quantinotheorie nicht direkt erklärt werden kann, nämlich das [Hafele-Keating-Experiment](#). Quantinotheorie und spezielle Relativitätstheorie unterscheiden sich in der sogenannten [Relativität der Gleichzeitigkeit](#). Die spezielle Relativitätstheorie geht davon aus, dass ein Lichtpuls ein lokalisiertes Ereignis ist. Die Quantinotheorie nimmt hingegen an, dass ein Lichtpuls gleichzeitig mit vielen verschiedenen Geschwindigkeiten existiert und der Empfänger den Anteil bevorzugt wahrnimmt, der aus seiner Sicht Lichtgeschwindigkeit hat. Daher ist ein Ereignis, welches für



einen Beobachter gleichzeitig stattfindet, auch für jeden anderen Beobachter gleichzeitig. In der speziellen Relativitätstheorie kann das wegen der Lokalität des Lichtpulses nicht gelten, wie Einstein gezeigt hat. Das führt dann letztlich zum sogenannten [Zwillingsparadoxon](#). In der Quantinotheorie gibt es hingegen kein Zwillingsparadoxon und die Zeitverschiebungen verschwinden schlagartig, nachdem beide Bezugssysteme wieder zueinander ruhen. Das heißt jedoch nicht, dass Zeitmessungen überall das gleiche Ergebnis liefern müssen! Insbesondere kann man in der Quantinotheorie davon ausgehen, dass eine Zeitmessung unter Einfluss von Kräften andere Ergebnisse liefern wird. Zeit ist nämlich nicht das, was man auf der Uhr abliest. Eine Uhr misst die Geschwindigkeit, mit der atomare Prozesse ablaufen. Die Geschwindigkeit von derartigen Prozessen wird jedoch durch Kraftwirkungen bestimmt, welche auch in der Quantinotheorie relativ sind. Das Hafele-Keating-Experiment ist damit kein gutes Testexperiment um zwischen Quantinotheorie und spezieller Relativitätstheorie zu entscheiden.

## 2.7 Quantinofeldtheorie

### 2.7.1 Die Quantinodichte einer einzelnen elektrischen Punktladung

In Abschnitt [2.6](#) wurde erläutert, weshalb die Quantinotheorie davon ausgeht, dass die elektrische Kraft und damit auch der Magnetismus und die Gravitation durch Austausch- oder Botenteilchen vermittelt werden, die sich relativ zur Quellladung in alle Richtungen ausbreiten und beim Auftreffen auf eine andere Ladung eine bestimmte definierte Impulsänderung verursachen. In diesem Abschnitt wird der zuvor nur qualitativ beschriebene Mechanismus quantitativ untersucht und eine Feldtheorie erarbeitet. Es wird damit begonnen die Dichte des Feldes der Botenteilchen in Abhängigkeit von der Bahnkurve einer einzelnen emittierenden Quelle zu berechnen.

Im Abschnitt [2.6.2](#) wurde erwähnt, dass die Quantinotheorie annimmt, dass die Botenteilchen, die Quantinos genannt werden, nicht mit einer gleichbleibenden Geschwindigkeit abgestrahlt werden, sondern dass ihre

Emissionsgeschwindigkeit  $w$  einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilung  $\Gamma(w)$  gehorcht. Über die Form dieser Verteilung kann an dieser Stelle noch nicht viel ausgesagt werden, außer dass die Geschwindigkeit  $w = 0$  nicht vorkommen kann. Wäre dem so, so würden sich am Ort der Punktladung mit der Zeit immer mehr Quantinos ansammeln. Bei einer Beschleunigung der Quelle, würde die entstandene Singularität zurückbleiben, was unphysikalisch wäre.

Um zu einer kontinuierlichen Dichteverteilung zu kommen, muss zunächst von der Tatsache abstrahiert werden, dass das Feld der Quantinos eigentlich aus einzelnen diskreten Feldquanten besteht. Diese Art der Näherung wird in der Physik häufig durchgeführt; beispielsweise kann man ein Gas als ein Kontinuum ansehen und von der Tatsache abstrahieren, dass es eigentlich aus einzelnen Molekülen besteht, indem man eine Dichte definiert. Das wiederum ist nichts weiter, als die Anzahl von Molekülen bezogen auf ein bestimmtes Volumen. Die Wahl des Bezugsvolumens ist natürlich willkürlich. Um sich von dieser Beliebigkeit zu befreien, wählt man das kleinstmögliche Volumen, nämlich Null. Die absolute Anzahl von Molekülen in einem Nullvolumen ist ebenfalls Null. Das Verhältnis von Anzahl zu Volumen, nämlich die Dichte, ist dies in der Regel nicht.

Eine solche Dichte soll nun auch für das Quantinofeld angegeben werden. Zunächst überlegt man sich, dass sich ein Quantino, welches zum Zeitpunkt  $\tau$  von der Quelle löst und mit der Geschwindigkeit  $\vec{w}$  entfernt, zum Zeitpunkt  $t > \tau$  am Ort

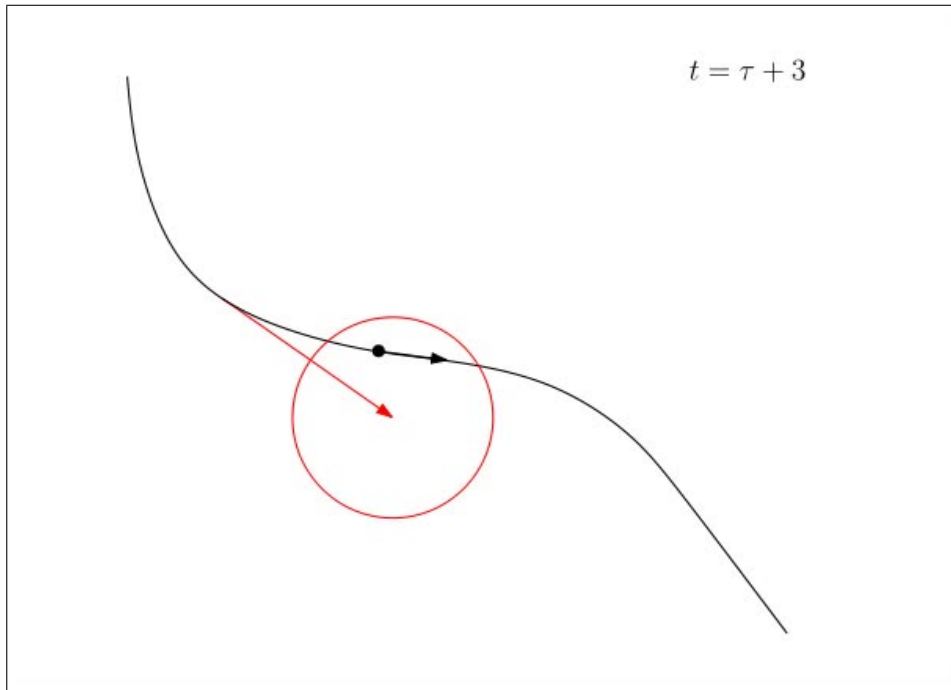
$$\vec{r}_q(t, \tau) = \vec{r}_s(\tau) + (\vec{w} + \dot{\vec{r}}_s(\tau))(t - \tau) \quad (2.240)$$

befindet. Dabei ist  $\vec{r}_s(\tau)$  der Ort der Quelle und  $\dot{\vec{r}}_s(\tau)$  deren Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $\tau$ . Stellt man sich vor, dass zu einem bestimmten Zeitpunkt  $\tau$  weitere Quantinos in alle anderen Richtungen mit der gleichen Geschwindigkeit  $w$  emittiert werden, so erhält man eine Sphäre, deren Radius sich mit der Geschwindigkeit  $w$  vergrößert. Das Zentrum dieser Emissionssphäre bewegt sich nach folgender Gleichung

$$\vec{r}_c(t, \tau) = \vec{r}_s(\tau) + \dot{\vec{r}}_s(\tau)(t - \tau) \quad (2.241)$$

auch dann noch gleichförmig weiter, wenn sich die Geschwindigkeit der Quelle nach der Emission verändert. Dieses bedeutet insbesondere, dass





**Abbildung 2.46:** Die Emissionssphäre (rot) löst sich zum Zeitpunkt  $\tau$  von der Quelle und bewegt sich geradlinig weiter.

sich bei beschleunigten Punktladungen die Emissionssphären von den Quellen lösen. Abbildung 2.46 verdeutlicht dies in Form einer animierten Skizze.

Mit Hilfe der Emissionssphäre (2.240) ist es möglich, eine Dichte  $p_w$  aller Quantinos zu modellieren, die jemals von einer Punktladung  $e$  mit einer Emissionsgeschwindigkeit  $w$  emittiert wurden. Für jeden Raumpunkt  $\vec{r}$  ist die Dichte zu jedem Zeitpunkt  $t$  durch

$$p_w(\vec{r}, w, t) = \int_{-\infty}^t p_\tau(\vec{r}, w, t, \tau) d\tau \quad (2.242)$$

mit

$$p_\tau(\vec{r}, w, t, \tau) = \frac{a_c}{4\pi} \Gamma(w) \frac{\delta(\|\vec{r} - \vec{r}_c(t, \tau)\| - w(t - \tau))}{\|\vec{r} - \vec{r}_c(t, \tau)\|^2} \quad (2.243)$$

gegeben. Sie beschreibt die Anzahl an Quantinos pro Raumvolumen und Geschwindigkeitsintervall zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$ . Die Einheit ist daher  $m^{-3} (m/s)^{-1}$ .  $p_\tau$  ist hingegen der Beitrag der während des infinitesimal kleinen Zeitintervalls  $[\tau, \tau + d\tau]$  zur Dichte  $p_w$  beigesteuert wird.

Die Einheit von  $p_\tau$  ist demzufolge  $1/m^4$ . Die Funktion  $\Gamma(w)$  ist hierbei die bereits erwähnte Wahrscheinlichkeitsverteilung, die jeder Emissiongeschwindigkeit eine relative Wahrscheinlichkeit zuordnet. Da die physikalische Einheit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung immer gleich der Inversen ihres Parameters ist, folgt, dass  $\Gamma(w)$  die Einheit  $s/m$  besitzt. Die Dirac-Funktion muss der gleichen Logik zufolge in diesem Fall die Einheit  $1/m$  aufweisen. Das bedeutet, dass noch ein zusätzlicher Parameter  $a_c$  mit der Einheit  $1/s$  benötigt wird.  $a_c$  ist hierbei als Konstante anzusehen, welche die absolute Anzahl an Quantinos festlegt, die pro Sekunde von einer Elementarladung emittiert werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass damit wirklich **alle** Quantinos gemeint sind, also auch die, die aufgrund ihrer zu hohen Geschwindigkeit nicht absorbiert werden können.

Da die Quantinodichte prinzipiell nur **lokal** durch einen Empfänger wahrgenommen werden kann, muss in das Bezugssystem eines solchen Empfängers transformiert werden. Zu diesem Zweck überlegt man sich zunächst, dass ein zum Zeitpunkt  $\tau$  am Ort  $\vec{r}_s(\tau)$  ausgesendetes Quantino aus Sicht des Empfängers die Momentangeschwindigkeit

$$u = \left\| \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t) \right\| \quad (2.244)$$

haben muss, wenn es diesen zum Zeitpunkt  $t$  erreicht. Dabei ist  $\vec{r}_d(t)$  die Bahnkurve des Empfängers und  $\dot{\vec{r}}_d(t)$  seine aktuelle Geschwindigkeit im Moment des Zusammentreffens mit dem Quantino. Wenn dem Leser dieser Zusammenhang nicht gleich einsichtig erscheint, an [dieser Stelle](#) wird näher darauf eingegangen.

Wenn man nun die Dichte aller Quantinos mit der Geschwindigkeit  $u$  aus Sicht eines bewegten Empfängers zum Zeitpunkt  $t$  wissen möchte, so muss man Ausdruck (2.242) filtern, indem man schreibt

$$p_u(u, t) = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^t \delta \left( \left\| \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t) \right\| - u \right) \cdot p_\tau(\vec{r}_d(t), w, t, \tau) d\tau dw. \quad (2.245)$$

Die Integration über  $w$  kann sofort ausgeführt werden. Man erhält

$$p_u(u, t) = \frac{a_c}{4\pi} \int_{-\infty}^t \Gamma \left( \frac{\|\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)\|}{t - \tau} \right) \cdot \frac{\delta \left( \left\| \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t) \right\| - u \right)}{(t - \tau) \|\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)\|^2} d\tau. \quad (2.246)$$

Zum Abschluss ist es noch erforderlich, über alle Quantinogeschwindigkeiten  $u$  zu integrieren. Dabei ist, wie in Abschnitt 2.6.2 erwähnt wurde, darauf zu achten, dass die Empfängerladung nicht mit Quantinos wechselwirken kann, die **aus ihrer Sicht** zu schnell, also schneller als  $c$ , sind. Dies stellt sicher, dass die universelle relativgeschwindigkeitsunabhängige Konstanz der Lichtgeschwindigkeit eingehalten wird.

Die effektive, d.h. die subjektiv vom Empfänger wahrnehmbare, Quantinodichte lautet somit

$$p_e(t) = \int_0^c p_u(u, t) du = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_0^c(u) p_u(u, t) du. \quad (2.247)$$

Die Funktion  $\Gamma$  ist hierbei im Übrigen die sehr praktische Intervallfunktion (Siehe Abschnitt 3.2).

Nach Ausführung der Integration über  $u$  bleibt

$$p_e(t) = \frac{a_c}{4\pi} \int_{-\infty}^t \Gamma \left( \frac{\|\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)\|}{t - \tau} \right) \cdot \frac{\Gamma_0^c \left( \left\| \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t) \right\| \right)}{(t - \tau) \|\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)\|^2} d\tau. \quad (2.248)$$

Die effektive Quantinodichte hängt nur noch von  $t$  ab und beschreibt die Anzahl an Quantinos, die vom Empfänger in einem sehr kleinen Volumenelement im Bereich seines eigenen Standortes zum Zeitpunkt  $t$  wahrgenommen werden kann. Sie gilt sowohl für beliebig bewegte, insbesondere auch beschleunigte Quellen, als auch für beliebig bewegte, beschleunigte Empfänger.

Unter der vereinfachenden Annahme, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $\Gamma(w)$  im Bereich bis zur Lichtgeschwindigkeit und knapp darüber hinaus näherungsweise linear ist, vereinfacht sich die effektive Quantindichte zu

$$p_e(t) = \frac{a_c \Gamma_1}{4\pi} \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma_0^c \left( \left\| \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t) \right\| \right)}{(t - \tau)^2 \|\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)\|} d\tau, \quad (2.249)$$

da hier

$$\Gamma(w) \approx \Gamma_1 w \quad (2.250)$$

ist. Dieses reicht für prinzipielle Betrachtungen, wie im Nachfolgenden, zunächst aus.

## 2.7.2 Quantindichte eines schwingenden Dipols

### Die Berechnung der effektiven Quantindichte

In diesem Abschnitt wird die im vorherigen Abschnitt hergeleitete Formel (2.249) anhand eines aus zwei Elementarladungen bestehenden, schwingenden Dipols analysiert. Der Einfachheit halber wird davon ausgegangen, dass beide zunächst am Koordinatenursprung ruhen. Ab  $t = 0$  soll die negative Ladung jedoch damit beginnen, um den Nullpunkt herum in Richtung der z-Achse (in Abbildung 2.47; also nach oben und unten) zu schwingen. Für die Geschwindigkeit der negativen Ladung gilt die Beziehung

$$\dot{\vec{r}}_s^{(-)}(t) = l \omega \vec{e}_z \overset{\infty}{\underset{0}{\Pi}}(t) \cos(\omega t). \quad (2.251)$$

Damit die Berechnung einfach bleibt, wird weiter angenommen, dass die Auslenkung  $l$  so klein ist, dass sie keine Rolle spielt. Tatsächlich ist diese Näherung in der Praxis meist sehr gut erfüllt, da sich die Schwingungen des elektromagnetischen Feldes oft über viele hundert Kilometer weit in den Raum hinaus ausbreiten, die Auslenkung der Ladungen für gewöhnlich aber nur Bruchteile von Millimetern erreicht.

Aufgrund dieser Näherung gilt

$$\vec{r}_s^{(-)}(\tau) = l \vec{e}_z \int_0^\infty \Gamma_1(t) \sin(\omega t) \approx 0. \quad (2.252)$$

Setzt man das in die Formel (2.241) ein, so erhält man die Gleichung der Emissionsphären

$$\vec{r}_c^{(-)}(t, \tau) = l \omega \vec{e}_z \int_0^\infty \Gamma_1(\tau) \cos(\omega \tau) (t - \tau). \quad (2.253)$$

Dieses kann wiederum in Gleichung (2.249) eingesetzt werden. Es folgt

$$p_e^{(-)}(t) = \frac{a_c \Gamma_1}{4 \pi} \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma_0^c \left( \frac{\|\vec{r}_0 + \vec{v} \tau\|}{t - \tau} \right)}{(t - \tau)^2} \frac{1}{\|\vec{r}_0 + \vec{v} t - l \omega \vec{e}_z \int_0^\infty \Gamma_1(\tau) \cos(\omega \tau) (t - \tau)\|} d\tau \quad (2.254)$$

wobei  $\vec{r}_0 + \vec{v} t$  die Bewegungsgleichung  $\vec{r}_d(t)$  des Empfängers ist. Der Rest dieses Abschnittes beschäftigt sich damit, Formel (2.254) zu vereinfachen.

Zunächst entledigt man sich der Intervallfunktion über dem Bruchstrich, indem man ausnutzt, dass die untere Grenze ohne Bedeutung ist, da das Argument der Intervallfunktion aufgrund der Betragsbildung und wegen  $t \geq \tau$  niemals kleiner werden kann als Null. Die obere Grenze ist hingegen erreicht, wenn  $\tau$  den Wert

$$\tau_c = \frac{c^2 t + \vec{r}_0 \vec{v} - \sqrt{(\vec{r}_0 \vec{v})^2 + c^2 (\vec{r}_0 + \vec{v} t)^2 - r_0^2 v^2}}{c^2 - v^2} \quad (2.255)$$

annimmt und die Bedingung  $v < c$  eingehalten wird. Für  $v \ll c$  kann Gleichung (2.255) im Übrigen durch die etwas einfachere Näherung

$$\tau_c \approx \frac{(c r_0 - \vec{r}_0 \vec{v})(c t - r_0)}{c^2 r_0} \quad (2.256)$$

ersetzt werden.

Die Gleichung (2.255) kann nun genutzt werden, um die Gleichung (2.254) in

$$p_e^{(-)}(t) = \frac{a_c \Gamma_1}{4 \pi} \int_{-\infty}^{\tau_c} \frac{1}{(t - \tau)^2} \cdot \frac{1}{\|\vec{r}_0 + \vec{v}t - l \omega \vec{e}_z \Pi_0^\infty(\tau) \cos(\omega\tau)(t - \tau)\|} d\tau \quad (2.257)$$

umzuformen. Im nächsten Schritt wird die zu Anfang geforderte Bedingung verwendet, dass die Auslenkung  $l$  sehr klein ist. Zu diesem Zweck wird eine Taylorreihenentwicklung nach  $l$  durchgeführt und diese nach dem ersten Glied abgebrochen. Man erhält

$$p_e^{(-)}(t) = \frac{a_c \Gamma_1}{4 \pi \|\vec{r}_0 + \vec{v}t\|} \int_{-\infty}^{\tau_c} \frac{1}{(t - \tau)^2} \cdot \left( 1 + \frac{l \omega \vec{e}_z (\vec{r}_0 + \vec{v}t) \Pi_0^\infty(\tau) \cos(\omega\tau)(t - \tau)}{\|\vec{r}_0 + \vec{v}t\|^2} \right) d\tau. \quad (2.258)$$

Weiteres Umformen ergibt

$$p_e^{(-)}(t) = \frac{a_c \Gamma_1}{4 \pi} \frac{1}{\|\vec{r}_0 + \vec{v}t\|} \int_{-\infty}^{\tau_c} \frac{1}{(t - \tau)^2} d\tau + \frac{a_c \Gamma_1 l \omega \vec{e}_z (\vec{r}_0 + \vec{v}t)}{4 \pi \|\vec{r}_0 + \vec{v}t\|^3} \Pi_0^\infty(\tau_c) \int_0^{\tau_c} \frac{\cos(\omega\tau)}{t - \tau} d\tau. \quad (2.259)$$

Diese Integrale lassen sich lösen. Es folgt

$$p_e^{(-)}(t) = \frac{a_c \Gamma_1}{4 \pi} \frac{1}{\|\vec{r}_0 + \vec{v}t\|} \frac{1}{(t - \tau_c)} + \frac{a_c \Gamma_1 l \omega \vec{e}_z (\vec{r}_0 + \vec{v}t)}{4 \pi \|\vec{r}_0 + \vec{v}t\|^3} \Pi_0^\infty(\tau_c) \varrho(t, \tau_c) \quad (2.260)$$

mit

$$\varrho(t, \tau_c) = \cos(\omega t) (\text{Ci}(\omega t) - \text{Ci}(\omega(t - \tau_c))) + \sin(\omega t) (\text{Si}(\omega t) - \text{Si}(\omega(t - \tau_c))). \quad (2.261)$$

Die effektive Quantinodichte der positiven Ladung erhält man, indem man in der oberen Lösung  $l = 0$  und damit die Geschwindigkeit der Ladung zu Null setzt. Man bekommt

$$p_e^{(+)}(t) = \frac{a_c \Gamma_1}{4 \pi} \frac{1}{\|\vec{r}_0 + \vec{v}t\|} \frac{1}{t - \tau_c}. \quad (2.262)$$

Zum Abschluss werden beide Dichten mit  $p_e(t) = p_e^{(+)}(t) - p_e^{(-)}(t)$  zur effektiven Gesamt-Quantinodichte

$$p_e(t) = -\frac{a_c \Gamma_1 l \omega \vec{e}_z (\vec{r}_0 + \vec{v}t)}{4 \pi \|\vec{r}_0 + \vec{v}t\|^3} \overset{\infty}{\underset{0}{\square}}(\tau_c) \varrho(t, \tau_c) \quad (2.263)$$

zusammengesetzt. Im Übrigen ist, wie man nachprüfen kann, die Einheit dieses Ausdrucks  $1/m^3$ .

### Auswertung des Ergebnisses

In diesen Abschnitt wird die effektive Gesamt-Quantinodichte des Dipols, also die Formel (2.263), analysiert. Bereits auf den ersten Blick fällt auf, dass die Gleichung (2.263) eine Intervallfunktion enthält, die den gesamten Ausdruck zum Verschwinden bringt, wenn das Argument, nämlich  $\tau_c$ , gegeben durch die Formel (2.255), kleiner ist als 0.

Wenn man  $\tau_c$  betrachtet stellt man fest, dass es sich hierbei um eine Funktion handelt, die nur von der aktuellen Zeit  $t$ , der Lichtgeschwindigkeit  $c$ , der Geschwindigkeit des Empfängers  $\vec{v}$ , sowie dessen Ort  $\vec{r}_0$  zum Zeitpunkt des Beginns der Schwingung des Dipols abhängt. Eine interessante Fragestellung ist nun, zu welchem Zeitpunkt  $t$  dieser Ausdruck Null wird, d.h. für welches  $t$  gilt

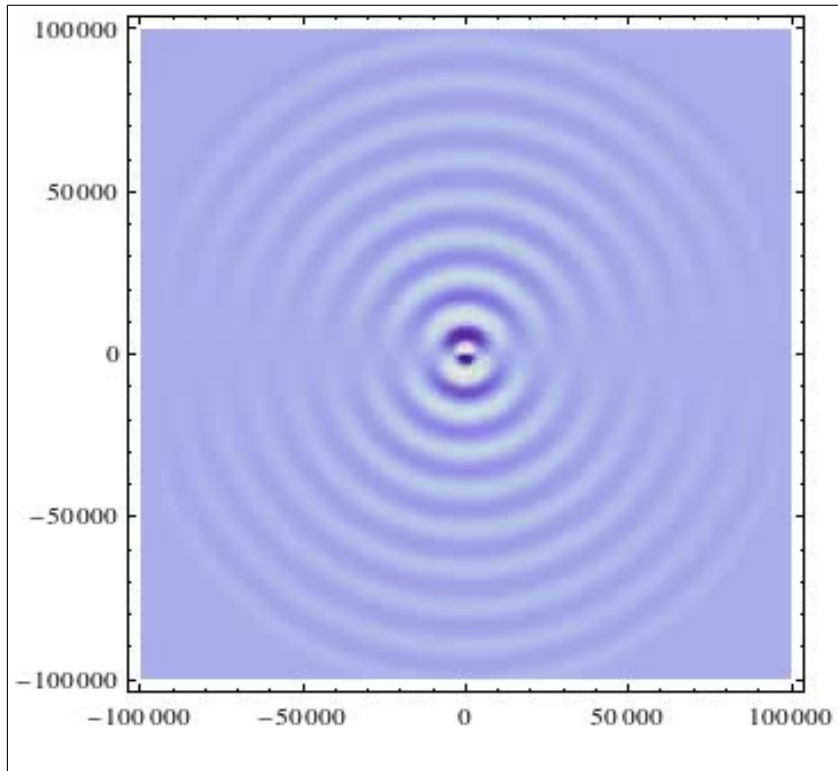
$$\frac{c^2 t + \vec{r}_0 \vec{v} - \sqrt{(\vec{r}_0 \vec{v})^2 + c^2 (\vec{r}_0 + \vec{v}t)^2 - r_0^2 v^2}}{c^2 - v^2} = 0. \quad (2.264)$$

Durch Umstellen erhält man

$$(c^2 t + \vec{r}_0 \vec{v})^2 = (\vec{r}_0 \vec{v})^2 + c^2 (\vec{r}_0 + \vec{v}t)^2 - r_0^2 v^2. \quad (2.265)$$

Ausmultiplizieren der quadratischen Terme und anschließendes Kürzen führt zu

$$c^4 t^2 = c^2 r_0^2 + c^2 v^2 t^2 - r_0^2 v^2. \quad (2.266)$$



**Abbildung 2.47:** Die effektive Quantindichte des Dipols bei einer Schwingungsfrequenz von 25kHz aus Sicht eines ruhenden Empfängers. Die Angaben der x- und y-Achse sind in Meter. Die Gesamtzeit der Animation entspricht  $500 \mu s$

Nach etwas Umformen, Ausklammern und Zusammenfassen erhält man schließlich die einfache Beziehung

$$t = \frac{r_0}{c}. \quad (2.267)$$

Es ist bemerkenswert, dass dieses Ergebnis nicht mehr von  $\vec{v}$  sondern nur noch vom Abstand  $r_0$  des Empfängers zur Quelle abhängt. Das heißt, **es spielt überhaupt keine Rolle, mit welcher Geschwindigkeit sich der Empfänger bewegt!** Die Dichteschwankung benötigt immer die gleiche Zeit  $r_0/c$  um den Empfänger zu erreichen!

Das sieht man auch an den Beispielen, die in den Abbildungen 2.47, 2.48 und 2.49 dargestellt sind. Sie zeigen die zeitliche Entwicklung der effektiven Quantindichte bei einer Frequenz des Dipols von  $25 kHz$ . Dies entspricht einer elektromagnetischen Welle noch unterhalb des Langwellenbereiches. Aufgrund des hohen Wertes der Lichtgeschwindigkeit, haben solche Wellen kilometerlange Wellenlängen, was diese Frequenz für



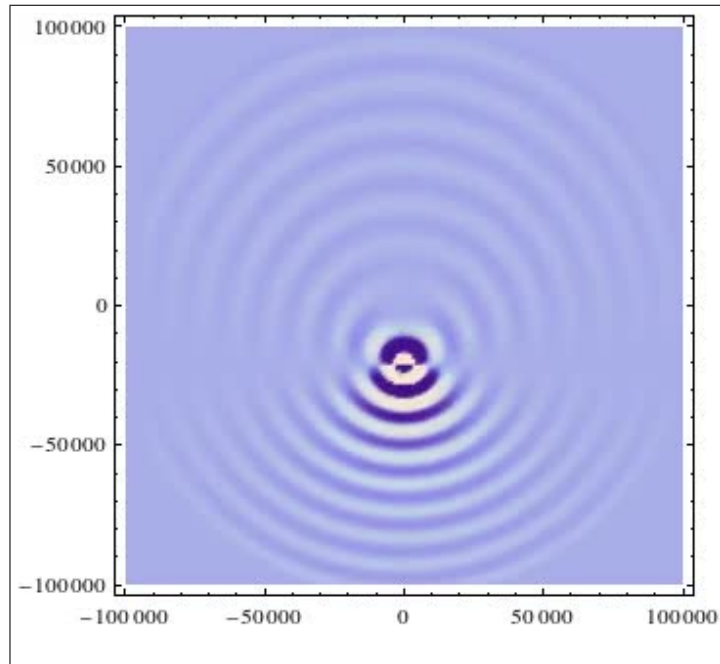
die Darstellung gut geeignet macht.

Es muss im Übrigen an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass die effektive Quantinodichte noch nicht gleichbedeutend mit einer elektromagnetischen Welle ist, denn eine solche ist im Gegensatz zur Dichte vektoriell. Allerdings enthält auch die effektive Quantinodichte bereits viele interessante Eigenschaften, was sie zu einem wichtigen Zwischenschritt macht.

Die visuelle Analyse beginnt mit Abbildung 2.47. Sie zeigt die zeitliche Entwicklung der effektiven Quantinodichte multipliziert mit dem Abstandsquadrat der Quelle aus der Sicht eines ruhenden Empfängers. Man erkennt, wie sich zum Zeitpunkt 0 eine Schwingung auszubreiten beginnt. Nach etwa  $340 \mu s$  ist die gesamte Zeichenfläche ausgefüllt. Das bedeutet, dass sich die Welle innerhalb dieser Zeitspanne um  $100 km$  fortbewegt hat, was wiederum ziemlich genau der Lichtgeschwindigkeit entspricht. Beim Betrachten der Animation fällt weiterhin auf, dass sich an der x-Achse das Vorzeichen der Welle umkehrt. Dieses ist nicht weiter verwunderlich, da es sich ja um einen schwingenden Dipol handelt, also einer zeitveränderlichen Ladungsverschiebung, bei der auf der einen Seite immer die Ladung dominiert, die auf der anderen unterlegen ist. Wie man außerdem erkennen kann, löscht sich die Schwingung auf der x-Achse selbst vollständig aus. Dicht ober- und unterhalb hat man aber ein ständig wechselndes Vorzeichen. Der Vorzeichenwechsel selbst läuft mit Lichtgeschwindigkeit die Achse entlang. Es ist sofort klar, dass es sich hier um einen Effekt handelt, der eng mit den TEM-Wellen (transversale elektromagnetische Wellen) in Verbindung steht.

Wie erscheint das Ganze für einen bewegten Empfänger? Die Abbildungen 2.48 und 2.49 zeigen es. Auf der linken Seite ist die effektive Quantinodichte aus der Sicht eines sich in die z-Richtung bewegenden Empfängers dargestellt, während auf der rechten Seite die Situation aus dem Standpunkt eines sich in die x-Richtung bewegenden Empfängers verdeutlicht wird. Der Betrag der Geschwindigkeit des Beobachters ist in beiden Abbildungen gleich, nämlich  $c/5$ .

Auch in den Abbildungen 2.48 und 2.49 ist klar zu sehen, dass sich die Welle mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet, **da der äußere Ring einen perfekten Kreis bildet**, der den bewegten Beobachter nicht früher oder

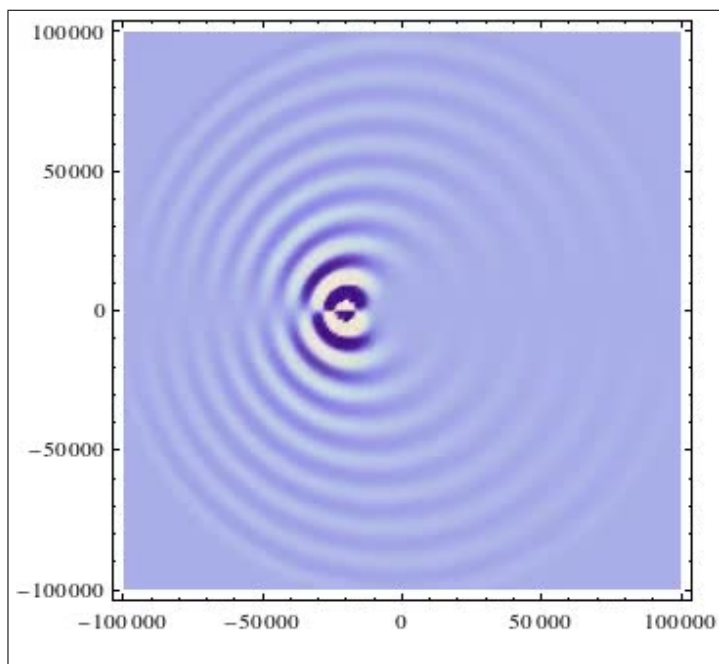


**Abbildung 2.48:** Die Quantinodichte aus Sicht eines sich nach oben bewegenden Empfängers ( $z$ -Richtung).

später erreicht, als den ruhenden. Allerdings sind auch deutliche Unterschiede zur Abbildung 2.47 zu erkennen. So sieht man beispielsweise in beiden Abbildungen einen ausgeprägten Dopplereffekt. Auch der Dipol selbst scheint sich zu bewegen, was nicht weiter verwunderlich ist, da die Situation ja jeweils aus der Sicht eines bewegten Empfängers dargestellt wird.

Wie in den Abbildungen 2.47, 2.48 und 2.49 klar zu erkennen ist, bewegt sich die Schwingung nicht nur immer mit der gleichen Geschwindigkeit  $c$ , auch die Form der Schwingung bleibt erhalten. Der aufmerksame Leser mag sich fragen, was mit den Quantinos geschieht, die sich langsamer als  $c$  bewegen? Sollte es nicht zu einer Verschleifung der Schwingung kommen? Tatsächlich ist das nicht so, da sich die langsameren Quantinos von ihrer Wirkung her gegenseitig neutralisieren.

Um das noch deutlicher zu zeigen, wird zum zum Abschluss ein Dipol betrachtet, bei dem die Schwingung nach genau einer Periode wieder abgeschaltet wird. Mathematisch kann man das dadurch modellieren, dass man in Gleichung (2.251) die Intervallfunktion nach oben hin mit  $2\pi/\omega$  begrenzt. Die nachfolgende Berechnung der zugehörigen effektiven Quantinodichte ist dann bis zur Gleichung (2.258) vollkommen identisch.



**Abbildung 2.49:** Die Quantindichte aus Sicht eines sich nach rechts bewegenden Empfängers (x-Richtung).

Erst beim Herausziehen der Intervallfunktion, d.h. bei Formel (2.259), entstehen Unterschiede, da man nun auch auf die obere Grenze achten muss.

Generell gilt für eine beliebige Funktion  $f$  der Zusammenhang

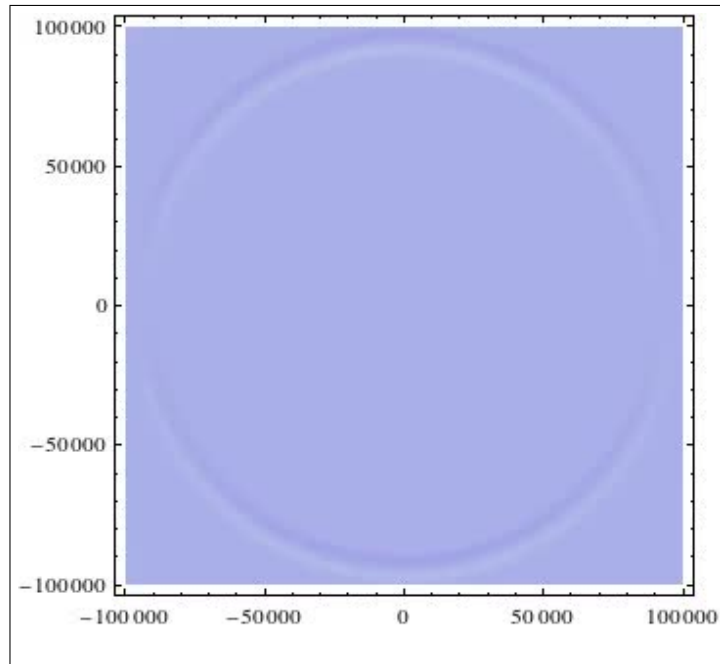
$$\int_{-\infty}^{\tau_c} f(\tau) \overset{2\pi/\omega}{\square}(\tau) d\tau = \overset{2\pi/\omega}{\square}(\tau_c) \int_0^{\tau_c} f(\tau) d\tau + \overset{\infty}{\square}_{2\pi/\omega}(\tau_c) \int_0^{2\pi/\omega} f(\tau) d\tau. \quad (2.268)$$

Wendet man dieses auf die Berechnung an, so folgt letztlich die effektive Gesamt-Quantindichte

$$p_e(t) = -\frac{a_c \Gamma_1 l \omega \vec{e}_z (\vec{r}_0 + \vec{v}t)}{4\pi \|\vec{r}_0 + \vec{v}t\|^3} \left( \overset{2\pi/\omega}{\square}(\tau_c) \varrho(t, \tau_c) + \overset{\infty}{\square}_{2\pi/\omega}(\tau_c) \varrho(t, 2\pi/\omega) \right). \quad (2.269)$$

Die Abbildungen 2.50 und 2.51 zeigen die zeitliche Entwicklung der Dich-

te, einmal aus der Sicht eines ruhenden und einmal aus der Sicht eines sich nach rechts bewegenden Empfängers. Die Parameter entsprechen den Werten, die bereits für die anderen Abbildungen verwendet wurden.

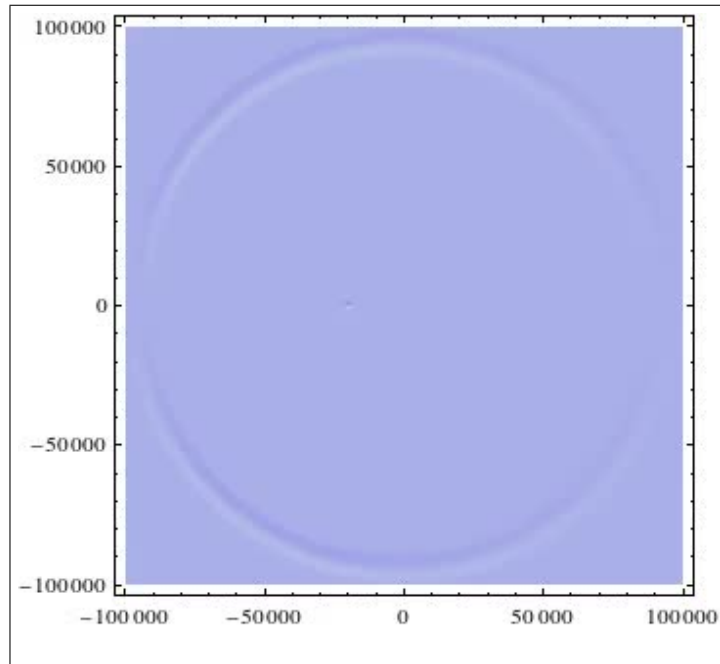


**Abbildung 2.50:** Die effektive Quantinodichte eines nur eine Periode lang schwingenden Dipols aus Sicht eines ruhenden Empfängers.

Beide Abbildungen zeigen, dass sich die Schwingung tatsächlich mit Lichtgeschwindigkeit **und nur mit Lichtgeschwindigkeit** fortpflanzt. Von den langsameren Quantinos verbleibt lediglich eine Art langsam abklingendes Dipolfeld in unmittelbarer Nähe des Dipols.

### 2.7.3 Der Quantinodruck einer einzelnen Punktladung

Quantinos vermitteln Kräfte. Und Kräfte sind gerichtete Größen. Die effektive Quantinodichte (2.248), welche in Abschnitt 2.7.1 hergeleitet wurde, ist hingegen skalar und erfasst die Menge an Quantinos am Ort eines Empfängers aus dessen subjektiver Sicht. Dabei macht die effektive Quantinodichte so gut wie keine Aussage über die Geschwindigkeiten der Quantinos; nur dass sie (aus Sicht des Empfängers) nicht schneller sind



**Abbildung 2.51:** Die effektive Quantinodichte eines nur eine Periode lang schwingenden Dipols aus Sicht eines sich nach rechts bewegenden Empfängers.

als  $c$ . Die Bewegungsrichtungen und die Beträge werden hingegen komplett vernachlässigt. Da diese für die Kraft aber von Bedeutung sind, kann die effektive Quantinodichte nicht zur Beschreibung der elektrischen Kraft herangezogen werden. Um daher die Kraftwirkung zu berechnen, die das Quantinofeld einer Punktladung an einer anderen ausübt, ist es nötig einige Schritte zurückzugehen und bei Formel (2.243) anzusetzen, welche den Dichteanteil von Quantinos beschreibt, die zum Zeitpunkt  $\tau$  mit der Emissionsgeschwindigkeit  $w$  emittiert wurden.

Es wird nun das Postulat benötigt, welches annimmt, dass die kinetische Energie  $T_a$  die ein Quantino bei der Wechselwirkung mit einer Elementarladung an diese vermittelt proportional zum Quadrat der Relativgeschwindigkeit ist. Es gilt dann

$$T_a = \frac{1}{2} m_{pho} w^2. \quad (2.270)$$

$m_{pho}$  ist hierbei eine Proportionalitätskonstante mit der Einheit  $kg$ , bei der es sich jedoch nicht um eine schwere oder träge Masse handelt, da Quantinos derartiges nicht besitzen. Multipliziert man nun die kinetische Energie mit der Richtung der Quantinobewegung, so erhält man einen

Vektor

$$\vec{T}_a = T_a \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)}{\|\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)\|}, \quad (2.271)$$

welcher den Energietransport beschreibt, der aus der Bewegung des Quantinos resultiert.

Es wird angemerkt, dass ein Quantino zwar Energie und Impuls transportiert, beides der Quelle aber nicht entzieht. Stattdessen ist ein Quantino wie ein neuer frischer Geldschein, welcher von einer Zentralbank gedruckt und emittiert wird. Erst wenn damit etwas gekauft wird, entfaltet dieser seine Wirkung. Dass die Energie- und Impulserhaltung trotz dieser „Inflationspolitik“ gilt, wurde in Abschnitt 2.3 gezeigt.

Multipliziert man diesen Energievektor  $\vec{T}_a$  mit der Quantinodichte (2.243) und integriert anschließend über alle vergangenen Zeitpunkte  $\tau$  bis zur Gegenwart  $t$  sowie über alle Quantino-Emissionsgeschwindigkeiten  $w$ , so erhält man das Vektorfeld

$$\vec{\mathcal{P}}_a = \int_0^\infty \int_{-\infty}^t \vec{T}_a p_\tau(\vec{r}_d(t), w, t, \tau) d\tau dw. \quad (2.272)$$

Die Einheit dieses Ausdrucks ist

$$\frac{\text{Energie}}{\text{Volumen}} = \frac{\text{Impuls}}{\text{Fläche} \cdot \text{Zeit}} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = \text{Druck}, \quad (2.273)$$

was zeigt, dass der Betrag des Feldes der Energiedichte entspricht. Andererseits beschreibt das Vektorfeld, wieviel Impuls pro Zeit durch eine Fläche hindurch tritt. Es handelt sich damit formal um eine Kraftflussdichte mit der Einheit eines Druckes, weswegen er im Nachfolgenden als **absoluter Quantinodruck** bezeichnet werden soll, obwohl ein Druck üblicherweise nur eine skalare Größe darstellt.

Der **absolute** Quantinodruck  $\vec{\mathcal{P}}_a$  ist allerdings kaum von Relevanz, da letztlich nur die Wirkung der Quantinos auf einen Empfänger von Interesse ist. Und dieser Empfänger nimmt den „Quantinowind“ in seinem eigenen Bezugssystem wahr. Aus diesem Grund wird im nächsten Schritt ein **effektiver** Quantinodruck definiert, indem

1. die kinetischen Energien der Quantinos in das Bezugssystem des Empfängers transformiert (genau so, wie man es auch bei einem Gas tun würde, wenn man die Wirkung eines Windes berechnen wollte) und
2. bei der Integration über die Emissionsgeschwindigkeiten die Anteile herausfiltert werden, die für den Empfänger zu schnell sind.

Aus Sicht eines Empfängers haben die Quantinos die Geschwindigkeit

$$\frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t). \quad (2.274)$$

Damit gilt für die kinetische Energie  $T_e$  aus Sicht des Empfängers der Zusammenhang

$$T_e = \frac{1}{2} m_{pho} \left\| \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t) \right\|^2. \quad (2.275)$$

Den Energievektor  $\vec{T}_e$  erhält man, indem man die kinetische Energie  $T_e$  mit genau dem selben Richtungsvektor multipliziert, der schon in Gleichung (2.271) Verwendung fand. Der Grund für die Nichttransformation des Richtungsvektors ist im Übrigen der, dass letztlich nur die Reaktion des Empfängers aus der Sicht eines mit dem Koordinatensystem in Ruhe befindlichen Beobachters von Interesse ist. Die Stärke der Reaktion ist natürlich proportional zur kinetischen Energie aus Sicht des Empfängers. Die Richtung der Reaktion erfolgt aber im Koordinatensystem des Beobachters.

Außerdem ist noch eine weitere Subtilität zu beachten. Es kann nämlich vorkommen, dass sich einige Quantinos langsamer von der Quelle entfernen, als dieses beim Empfänger der Fall ist. Unter diesen Umständen erscheint es dem Empfänger so, als ob sich diese Quantinos aus der Gegenrichtung kommend nähern! Auch die Reaktionsrichtung kehrt sich damit um. Wie sich zeigt, erklärt sich durch diesen Effekt die [Trägheit](#) und die [träge Masse](#).

Der Energievektor lautet unter Berücksichtigung dieses „Quantinuum-

kehreffektes“

$$\vec{T}_e = T_e \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)}{\|\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)\|} \cdot \operatorname{sgn} \left( (\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)) \left( \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t) \right) \right). \quad (2.276)$$

Mit Hilfe dieses effektiven Energievektors  $\vec{T}_e$  ist es nun möglich, den effektiven Quantinodruck

$$\vec{\mathcal{P}}_e := \int_0^\infty \int_{-\infty}^t \frac{c}{0} \left( \left\| \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t) \right\| \right) \cdot \vec{T}_e p_\tau(\vec{r}_d(t), w, t, \tau) d\tau dw \quad (2.277)$$

zu definieren, der im Weiteren einfach kurz als **der Quantinodruck** bezeichnet wird. Die Intervallfunktion übernimmt in Formel (2.277) im Übrigen wieder die Aufgabe des Filters zur Entfernung von Geschwindigkeitsanteilen, die für den Empfänger zu schnell sind, sich also nicht lange genug in seinem Einflussbereich befinden.

Gleichung (2.277) kann noch deutlich vereinfacht werden. Durch Einsetzen der Gleichung (2.243) folgt zunächst

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \int_0^\infty \int_{-\infty}^t \frac{c}{0} \left( \left\| \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t) \right\| \right) \vec{T}_e \cdot \frac{a_c}{4\pi} \Gamma(w) \frac{\delta(\|\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)\| - w(t - \tau))}{\|\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)\|^2} d\tau dw. \quad (2.278)$$

Aufgrund der Dirac-Funktion kann die Integration bezüglich  $w$  sofort ausgeführt werden und man erhält nach etwas Umsortieren der Terme das Integral

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{a_c}{4\pi} \int_{-\infty}^t \vec{T}_e \Gamma \left( \frac{\|\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)\|}{t - \tau} \right) \cdot \frac{\int_0^c \left( \left\| \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t) \right\| \right)}{(t - \tau) \|\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau)\|^2} d\tau. \quad (2.279)$$



Ein Vergleich der Formel des Quantinodrucks (2.279) mit der Formel der Quantinodichte (2.248) zeigt im Übrigen den engen Zusammenhang zwischen den beiden Größen.

Zum Abschluss werden die Geschwindigkeiten

$$\vec{w}(\tau) := \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_s(\tau) \quad (2.280)$$

und

$$\vec{u}(\tau) := \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_d(t) \quad (2.281)$$

definiert. Aufgrund von Gleichung (2.241) gilt

$$\vec{r}_d(t) - \vec{r}_c(t, \tau) = \vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(\tau) - \dot{\vec{r}}_s(\tau)(t - \tau) = \vec{w}(\tau)(t - \tau). \quad (2.282)$$

Setzt man das und die Definition (2.281) in den Quantinodruck (2.279) ein, so erhält man

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{a_c}{4\pi} \int_{-\infty}^t \vec{T}_e \Gamma(w(\tau)) \frac{\Gamma_0^c(u(\tau))}{(t - \tau)^3 w(\tau)^2} d\tau. \quad (2.283)$$

Das Einsetzen des Energievektors (2.276) ergibt zusammen mit (2.275), (2.280), (2.281) und (2.282) die vergleichsweise übersichtliche Formel

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{a_c m_{pho}}{8\pi} \int_{-\infty}^t \frac{u(\tau)^2 \vec{w}(\tau) \operatorname{sgn}(\vec{w}(\tau) \vec{u}(\tau))}{(t - \tau)^3 w(\tau)^3} \Gamma(w(\tau)) \overset{c}{\Gamma}_0(u(\tau)) d\tau, \quad (2.284)$$

die außerordentlich allgemeingültig ist, da sich mit ihr die elektrische, die magnetische, die gravitative Kraft zwischen beliebig bewegten, also auch beschleunigten Elementarladungen berechnen lässt. Zusätzlich lässt sich aus ihr die Trägheitskraft eines Teilchens auf sich selbst bestimmen.

### 2.7.4 Der Quantinodruck gleichförmig bewegter Ladungen

Bei gleichförmig bewegten Punktladungen gilt die Besonderheit, dass sich die Zentren der Emissionsphären  $\vec{r}_c(t, \tau)$  immer genau dort befinden, wo sich gerade auch die Quellen aufhalten, d.h. mit  $\vec{v}_s := \dot{\vec{r}}_s(\tau)$  als konstante Geschwindigkeit der Quelle ist

$$\vec{r}_c(t, \tau) = \vec{r}_s(t) = \vec{r}_s(\tau) + \vec{v}_s(t - \tau). \quad (2.285)$$

Setzt man dieses in die Gleichungen (2.280) und (2.281) ein, so erhält man

$$\vec{w}(\tau) = \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(t)}{t - \tau} \quad (2.286)$$

und

$$\vec{u}(\tau) = \frac{\vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(t)}{t - \tau} - (\vec{v}_d - \vec{v}_s) \quad (2.287)$$

wobei  $\vec{v}_d := \dot{\vec{r}}_d(t)$  für die konstante Geschwindigkeit der Empfängerladung steht.

Mit Hilfe der Gleichungen (2.286) und (2.287) kann der Quantinodruck (2.284) unter Verwendung der Substitution  $\tau_s := t - \tau$  zu

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{a_c m_{pho}}{8\pi} \int_0^\infty \left\| \frac{\vec{r}}{\tau_s} - \vec{v} \right\|^2 \frac{\vec{r}}{\tau_s} \operatorname{sgn} \left( \frac{r^2}{\tau_s} - \vec{r} \vec{v} \right) \cdot \Gamma \left( \frac{r}{\tau_s} \right) \frac{\square_0^c \left( \left\| \frac{\vec{r}}{\tau_s} - \vec{v} \right\| \right)}{r^3} d\tau_s \quad (2.288)$$

umgeformt werden. Aus Gründen der Bequemlichkeit wurden dabei die Abkürzungen  $\vec{r} := \vec{r}_d(t) - \vec{r}_s(t)$ ,  $\vec{v} := \vec{v}_d - \vec{v}_s$  und  $r := \|\vec{r}\|$  eingeführt. Der Intervallfunktion kann man sich entledigen, indem man sich überlegt, dass die untere Bedingung aufgrund der Betragsbildung des Argumentes sowieso immer gilt und die obere Bedingung dann erfüllt ist, wenn  $\tau_s$  einen bestimmten Wert, nämlich

$$\tau_c = \frac{\sqrt{r^2 c^2 - \|\vec{r} \times \vec{v}\|^2} - \vec{r} \vec{v}}{c^2 - v^2} \quad (2.289)$$

überschreitet. Dabei ist zu beachten, dass der Ausdruck unter der Wurzel reell zu bleiben hat. Falls dieser Term jedoch imaginär wird, so besitzt die Bedingung in der Intervallfunktion überhaupt keine Lösung und liefert demzufolge im gesamten Integrationsgebiet Null. Dies ist beispielsweise immer dann der Fall, wenn  $\vec{r}$  senkrecht auf  $\vec{v}$  steht und  $v$  die Lichtgeschwindigkeit erreicht. Damit ist klar, dass der Quantinodruck und damit auch die elektrische Kraft vollkommen verschwindet, wenn sich eine Ladung quer an einer anderen Ladung vorbeibewegt und die Differenzgeschwindigkeit größer oder gleich der Lichtgeschwindigkeit ist.

Mit Hilfe von  $\tau_c$  ist es möglich Ausdruck (2.288) zu

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{a_c m_{pho}}{8 \pi} \frac{\vec{r}}{r^3} \int_{\tau_c}^{\infty} \left\| \frac{\vec{r}}{\tau_s} - \vec{v} \right\|^2 \frac{\Gamma\left(\frac{r}{\tau_s}\right)}{\tau_s} \operatorname{sgn}\left(\frac{r^2}{\tau_s} - \vec{r}\vec{v}\right) d\tau_s \quad (2.290)$$

vereinfachen. Um das Integral lösen zu können, wird die Emissionsgeschwindigkeitsverteilung  $\Gamma(w)$  durch eine Taylorreihe ausgedrückt, d.h. es wird der Ansatz

$$\Gamma(w) = \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma_k w^k \quad (2.291)$$

gewählt. Damit folgt

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{a_c m_{pho}}{8 \pi} \frac{\vec{r}}{r^3} \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma_k \mathcal{I}_k \quad (2.292)$$

mit

$$\mathcal{I}_k := \int_{\tau_c}^{\infty} \left\| \frac{\vec{r}}{\tau_s} - \vec{v} \right\|^2 \frac{r^k}{\tau_s^{k+1}} \operatorname{sgn}\left(\frac{r^2}{\tau_s} - \vec{r}\vec{v}\right) d\tau_s. \quad (2.293)$$

Die Lösung der Integrale des Typs  $\mathcal{I}_k$  ist nun ein rein mathematisches Problem. Wegen der Beziehung  $\|\vec{x}\|^2 = \vec{x} \cdot \vec{x}$  gilt zunächst

$$\mathcal{I}_k = \int_{\tau_c}^{\infty} \left( \frac{r^2}{\tau_s^2} - \frac{2\vec{r}\vec{v}}{\tau_s} + v^2 \right) \frac{r^k}{\tau_s^{k+1}} \operatorname{sgn}\left(\frac{r^2}{\tau_s} - \vec{r}\vec{v}\right) d\tau_s. \quad (2.294)$$

Durch Substitution von  $r^2/\tau_s - \vec{r}\vec{v}$  mit  $z$  folgt

$$\mathcal{I}_k = \frac{1}{r^{k+2}} \int_{-\vec{r}\vec{v}}^{r^2/\tau_c - \vec{r}\vec{v}} (\vec{r}\vec{v} + z)^{k-1} (z^2 + r^2 v^2 - (\vec{r}\vec{v})^2) \operatorname{sgn}(z) dz. \quad (2.295)$$

Dieses Integral lässt sich mit Hilfe der Beziehung

$$\int_a^b f(x) \operatorname{sgn}(x) dx = \operatorname{sgn}(a) \int_a^0 f(x) dx + \operatorname{sgn}(b) \int_0^b f(x) dx \quad (2.296)$$

lösen und man erhält nach etwas Umformen

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_k &= \left( \operatorname{sgn}(\vec{r}\vec{v}) + \operatorname{sgn}\left(\frac{r^2}{\tau_c} - \vec{r}\vec{v}\right) \right) \left(\frac{\vec{r}\vec{v}}{r}\right)^k \\ &\quad \left( \frac{(k+3)(\vec{r}\vec{v})^2}{(k+1)(k+2)r^2} - \frac{v^2}{k} \right) + \\ &\quad \operatorname{sgn}\left(\frac{r^2}{\tau_c} - \vec{r}\vec{v}\right) \left(\frac{r}{\tau_c}\right)^k \left( \frac{r^2}{(k+2)\tau_c^2} - \frac{2\vec{r}\vec{v}}{(k+1)\tau_c} + \frac{v^2}{k} \right). \end{aligned} \quad (2.297)$$

Dies lässt sich noch weiter vereinfachen, indem man den Term  $r^2/\tau_c - \vec{r}\vec{v}$  etwas genauer analysiert. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann man die Ausrichtung des Koordinatensystems nämlich immer so wählen, dass  $\vec{r} = (r, 0, 0)$  und  $\vec{v} = (v_{\parallel}, v_{\perp}, 0)$  gilt. Setzt man das in die Gleichung (2.289) ein, so erhält man

$$\tau_c = \frac{r^2}{r v_{\parallel} + c r \sqrt{1 - \frac{v_{\perp}^2}{c^2}}}. \quad (2.298)$$

Und damit wiederum ergibt sich die Beziehung

$$\operatorname{sgn}\left(\frac{r^2}{\tau_c} - \vec{r}\vec{v}\right) = \operatorname{sgn}\left(c r \sqrt{1 - \frac{v_{\perp}^2}{c^2}}\right) = 1. \quad (2.299)$$

Damit vereinfacht sich dann Formel (2.297) weiter zu

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_k &= (1 + \operatorname{sgn}(\vec{r}\vec{v})) \left(\frac{\vec{r}\vec{v}}{r}\right)^k \left( \frac{(k+3)(\vec{r}\vec{v})^2}{(k+1)(k+2)r^2} - \frac{v^2}{k} \right) + \\ &\quad \left(\frac{r}{\tau_c}\right)^k \left( \frac{r^2}{(k+2)\tau_c^2} - \frac{2\vec{r}\vec{v}}{(k+1)\tau_c} + \frac{v^2}{k} \right). \end{aligned} \quad (2.300)$$

### Rein transversale Bewegung

Falls sich die beiden Punktladungen direkt seitlich aneinander vorbei bewegen, ist die Geschwindigkeit rein transversal und orthogonal zum Abstandsvektor ausgerichtet. In diesem Spezialfall gilt  $v_{\parallel} = 0$ . Damit ist  $\vec{r}\vec{v} = 0$  und es folgt aus Gleichung (2.298)

$$\tau_{c,\perp} = \frac{r}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.301)$$

Setzt man das in Formel (2.300) ein, so erhält man

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_k &= \left( \frac{r}{\tau_{c,\perp}} \right)^k \left( \frac{r^2}{(k+2) \tau_{c,\perp}^2} + \frac{v^2}{k} \right) \\ &= \left( c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^k \left( \frac{c^2 - v^2}{k+2} + \frac{v^2}{k} \right). \end{aligned} \quad (2.302)$$

Wie sofort zu erkennen ist, geht  $\mathcal{I}_k$  gegen Null, wenn  $v \rightarrow c$  geht. Das heißt, dass der Quantinodruck und damit auch die elektrische Kraft verschwindet, wenn sich die Ladungen seitlich mit Lichtgeschwindigkeit oder mehr aneinander vorbei bewegen. Die beiden Punktladungen sind also für sehr große Geschwindigkeiten jeweils „unsichtbar“ zueinander.

### Rein longitudinale Bewegung

Wenn sich die beiden Punktladungen in direkter Linie aufeinander zubewegen, ist  $v_{\perp} = 0$  und  $\vec{r}\vec{v} = -rv$ . Für Gleichung (2.298) folgt dann

$$\tau_{c,\parallel} = \frac{r}{c - v}. \quad (2.303)$$

Setzt man dieses in die Formel (2.300) ein, so ist

$$\mathcal{I}_k = (c - v)^k \left( \frac{(c - v)^2}{(k+2)} + \frac{2v(c - v)}{(k+1)} + \frac{v^2}{k} \right). \quad (2.304)$$

Auch hier gilt offensichtlich, dass die elektrische Kraft Null wird, wenn die Geschwindigkeit mit der sich die beiden Objekte nähern Lichtgeschwindigkeit erreicht. Falls  $v$  die Lichtgeschwindigkeit übersteigt, ist

die Kraft ebenfalls Null, da in Integral (2.288) die Intervallfunktion für  $v > c$  Null ergibt.

Für den Fall, dass sich die beiden Punktladungen auf einer direkten Linie voneinander entfernen, ist  $\vec{r}\vec{v} = rv$ . Diesmal verschwindet der Term  $1 + \text{sgn}(\vec{r}\vec{v})$  in Ausdruck (2.300) nicht, sondern ergibt den Wert 2. Insgesamt folgt

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_k = & 2v^k \left( \frac{(k+3)v^2}{(k+1)(k+2)} - \frac{v^2}{k} \right) + \\ & (c+v)^k \left( \frac{(c+v)^2}{(k+2)} - \frac{2v(c+v)}{(k+1)} + \frac{v^2}{k} \right). \end{aligned} \quad (2.305)$$

Setzt man  $k = 1$ , so erhält man

$$\mathcal{I}_1 = \frac{1}{3}(c^3 - v^3). \quad (2.306)$$

Da aber  $\mathcal{I}_1$  die Emissionsgeschwindigkeitsverteilung (2.291) dominiert, folgt, dass auch in diesem Fall die elektrische Kraft für große Geschwindigkeiten klein wird.

### 2.7.5 Der Quantinodruck bei langsam gleichförmig bewegten Ladungen

Da die Differenzgeschwindigkeit  $\vec{v}$  zwischen Quelle und Empfänger in der Alltagsphysik immer sehr viel kleiner ist als  $c$ , lohnt es sich, diesen Spezialfall gesondert zu betrachten und die Integrale (2.300) im Quantinodruck (2.292) durch abgebrochene Taylorreihen anzunähern.

Da es sich bei  $\vec{v}$  um einen Vektor handelt, bedient man sich dazu am besten eines Kunstgriffs, indem man anstelle von  $\vec{v}$  den Vektor  $\kappa\vec{v}$  einsetzt. Die eigentliche Reihenentwicklung wird dann in Bezug auf den skalaren Parameter  $\kappa$  an der Stelle 0 durchgeführt. Vernachlässigt man alle Terme der Ordnung größer  $\mathcal{O}\{\kappa^2\}$ , so erhält man

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_k \approx & c^k \left( \frac{c^2}{k+2} + \frac{(k-1)c}{k+1} \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{v} \right) + \right. \\ & \left. \frac{k-2}{2} \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{v} \right)^2 - \frac{k-2}{2k} v^2 \right), \end{aligned} \quad (2.307)$$

d.h. der Quantinodruck (2.292) lautet für Geschwindigkeiten  $v \ll c$

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{P}}_e(\vec{r}, \vec{v}) \approx & \frac{a_c m_{pho}}{8 \pi} \frac{\vec{r}}{r^3} \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma_k c^k \left( \frac{c^2}{k+2} + \frac{(k-1)c}{k+1} \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{v} \right) \right. \\ & \left. + \frac{k-2}{2} \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{v} \right)^2 - \frac{k-2}{2k} v^2 \right). \end{aligned} \quad (2.308)$$

Wie bereits erwähnt wurde, ist der Quantinodruck direkt proportional zur elektrischen Kraft  $\vec{F}$ . Um von diesem „Druck“ mit der Einheit Kraft pro Fläche zu einer Kraft zu kommen, ist es naheliegend, ihn mit dem Wirkungsquerschnitt der Empfänger-Elementarladung  $\sigma_e$  zu multiplizieren, die eine Elementarladung aufgrund des Botenteilchen-Modells der Quantinotheorie haben muss. Möchte man die resultierende Formel noch auf beliebige Ladungsmengen verallgemeinern, muss man zusätzlich noch mit der relativen Ladung der Quelle  $q_s/e$  und der relativen Ladung des Empfängers  $q_d/e$  multiplizieren. Es folgt

$$\vec{F}(\vec{r}, \vec{v}) = \frac{\sigma_e q_d q_s}{e^2} \vec{\mathcal{P}}_e(\vec{r}, \vec{v}). \quad (2.309)$$

Die Naturkonstanten  $a_c$ ,  $m_{pho}$  und  $\sigma_e$  sind alle von ihrem her Zahlenwert unbekannt. Eine der Konstanten muss aber so gewählt werden, dass die Gleichung

$$\mu_0 = \frac{a_c m_{pho} \sigma_e}{e^2} \quad (2.310)$$

erfüllt ist. Setzt man das und die Gleichung (2.308) in die Formel (2.309) ein so folgt nach etwas Umsortieren der Terme die Beziehung

$$\begin{aligned} \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}) = & \frac{\mu_0 q_d q_s}{4 \pi} \frac{\vec{r}}{r^3} \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma_k \frac{c^k}{2} \left( \frac{c^2}{k+2} + \frac{(k-1)c}{k+1} \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{v} \right) \right. \\ & \left. + \frac{k-2}{2} \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{v} \right)^2 - \frac{k-2}{2k} v^2 \right). \end{aligned} \quad (2.311)$$

Diese Gleichung ähnelt der Kraftgleichung (2.34), die, wie [bereits gezeigt wurde](#), bei langsamen, gleichförmig bewegten Ladungen sowohl den Magnetismus, als auch die Gravitation erklärt. Die Parameter  $\Gamma_k$  sind

allerdings unbekannt. Sie lassen sich auch nicht eindeutig bestimmen, da es nur vier Gleichungen gibt, durch deren Erfüllung es bereits zu einer vollständigen Übereinstimmung mit der Formel (2.34) kommt. Diese Gleichungen lauten:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \Gamma_k c^k \frac{1}{2(k+2)} \stackrel{!}{=} 1, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma_k c^k \frac{(k-1)c}{2(k+1)} \stackrel{!}{=} 0, \quad (2.312)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \Gamma_k c^k \frac{k-2}{4} \stackrel{!}{=} -\frac{3}{2} \quad \text{und} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma_k c^k \frac{k-2}{4k} \stackrel{!}{=} -1. \quad (2.313)$$

Mögliche Parameter  $\Gamma_k$ , welche diese Gleichungen erfüllen sind

$$\Gamma_2 = \frac{4397}{265 c^2}, \quad \Gamma_4 = -\frac{1053}{53 c^4}, \quad \Gamma_6 = \frac{546}{53 c^6} \quad \text{und} \quad \Gamma_8 = -\frac{66}{53 c^8}, \quad (2.314)$$

sofern alle anderen  $\Gamma_k$  null sind.

Setzt man diese Parameter (2.314) in die Formel (2.311), so gelangt man zu

$$\vec{F}(\vec{r}, \vec{v}) = \frac{\mu_0 q_d q_s}{4 \pi} \frac{\vec{r}}{r^3} \left( 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{v} \right)^2 + v^2 \right). \quad (2.315)$$

Mit der bekannten Beziehung  $\mu_0 = 1/(\varepsilon_0 c^2)$  folgt schließlich

$$\vec{F}(\vec{r}, \vec{v}) = \frac{q_d q_s}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \left( 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{\vec{r}}{r} \cdot \frac{\vec{v}}{c} \right)^2 + \frac{v^2}{c^2} \right), \quad (2.316)$$

was genau der Gleichung (2.34) entspricht. Damit ist gezeigt, dass der Quantinomechanismus in der Lage ist, die Weberkraft (2.34) für langsame, näherungsweise unbeschleunigte elektrische Ladungen zu reproduzieren.

### 2.7.6 Der Quantinodruck einer schwingenden Einheitsladung

In diesem Abschnitt wird eine sich am Koordinatenursprung befindliche Einheitsladung betrachtet, die mit der Kreisfrequenz  $\omega$  schwingt. Ihre



Schwingungsachse  $\vec{d}$  sei dabei fest aber beliebig. Es wird bei der nachfolgenden Rechnung davon ausgegangen, dass die räumliche Auslenkung der Einheitsladung vom Nullpunkt gering genug ist, um sie vollständig zu vernachlässigen. Mathematisch formuliert soll also gelten

$$\vec{r}_s(t) = \vec{d} \sin(\omega t) \approx 0 \quad (2.317)$$

für alle  $t$ . Die zeitveränderliche Geschwindigkeit

$$\vec{v}_s(t) = \vec{d} \omega \cos(\omega t) \quad (2.318)$$

mit der Maximalgeschwindigkeit  $d\omega$  soll hingegen nicht vernachlässigt werden. Mit diesen Modelleigenschaften folgt aus den Gleichungen (2.280) und (2.281)

$$\vec{w}(\tau) := \frac{\vec{r}}{t - \tau} - \vec{d} \omega \cos(\omega \tau) \quad (2.319)$$

und

$$\vec{u}(\tau) := \frac{\vec{r}}{t - \tau} - \vec{v}, \quad (2.320)$$

wobei  $\vec{r} := \vec{r}_d(t)$  die Position des Empfängers und  $\vec{v} := \dot{\vec{r}}_d(t)$  dessen Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t$  ist.

Das Einsetzen der Gleichungen (2.319) und (2.320) in den Quantinodruck (2.284) und Substitution von  $t - \tau$  mit  $\tau_s$  ergibt

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{P}}_e = & \frac{a_c m_{pho}}{8 \pi} \int_0^\infty \frac{c}{\square} \left( \left\| \frac{\vec{r}}{\tau_s} - \vec{v} \right\| \right) \left\| \frac{\vec{r}}{\tau_s} - \vec{v} \right\|^2 \cdot \\ & \Gamma \left( \frac{\left\| \vec{r} - \vec{d} \omega \cos(\omega (t - \tau_s)) \tau_s \right\|}{\tau_s} \right) \cdot \\ & \frac{\left( \vec{r} - \vec{d} \omega \cos(\omega (t - \tau_s)) \tau_s \right)}{\tau_s \left\| \vec{r} - \vec{d} \omega \cos(\omega (t - \tau_s)) \tau_s \right\|^3} d\tau_s, \end{aligned} \quad (2.321)$$

sofern man den Quantinuumkehreffekt vernachlässigt, der aber nur für Geschwindigkeiten  $\vec{v}$  nahe der Lichtgeschwindigkeit oder bei extrem kurzen Abständen von der Quelle eine Rolle spielt. Im nächsten Schritt kann

man sich der Intervallfunktion entledigen, indem man sich überlegt, dass das Argument  $\|\vec{r}/\tau_s - \vec{v}\|$  niemals kleiner Null werden kann und nur dann  $c$  überschreitet, wenn eine bestimmte Grenze  $\tau_c$ , gegeben durch Formel (2.289), unterschritten wird. Man kann die Intervallfunktion daher weglassen und stattdessen die untere Grenze des Integrals verändern. Man erhält

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{a_c m_{pho}}{8\pi} \int_{\tau_c}^{\infty} \left\| \frac{\vec{r}}{\tau_s} - \vec{v} \right\|^2 \Gamma \left( \frac{\|\vec{r} - \vec{d}\omega \cos(\omega(t - \tau_s)) \tau_s\|}{\tau_s} \right) \frac{(\vec{r} - \vec{d}\omega \cos(\omega(t - \tau_s)) \tau_s)}{\tau_s \|\vec{r} - \vec{d}\omega \cos(\omega(t - \tau_s)) \tau_s\|^3} d\tau_s. \quad (2.322)$$

Weiterhin ist es auch hier wieder sinnvoll die Emissionsgeschwindigkeitsverteilung durch den Polynomansatz (2.291) zu ersetzen. Damit folgt

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{a_c m_{pho}}{8\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma_k \int_{\tau_c}^{\infty} \left\| \frac{\vec{r}}{\tau_s} - \vec{v} \right\|^2 \frac{1}{\tau_s^{k+1}} \frac{\vec{r} - \vec{d}\omega \cos(\omega(t - \tau_s)) \tau_s}{\|\vec{r} - \vec{d}\omega \cos(\omega(t - \tau_s)) \tau_s\|^{3-k}} d\tau_s. \quad (2.323)$$

Eine weitere Vereinfachung ist möglich, wenn man die Tatsache ausnutzt, dass  $d$  sehr klein ist. Aufgrund der Voraussetzung (2.317) führt die Bewegung mit der Geschwindigkeit (2.318) nicht zu einer nennenswerten Auslenkung. Es ist daher möglich Ausdruck (2.323) in Bezug auf  $d$  an der Stelle Null in eine Taylorreihe zu entwickeln und diese nach dem ersten Glied abubrechen. Das Ergebnis dieses Schrittes lautet

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{a_c m_{pho}}{8\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma_k}{r^{3-k}} \int_{\tau_c}^{\infty} \left\| \frac{\vec{r}}{\tau_s} - \vec{v} \right\|^2 \frac{1}{\tau_s^{k+1}} \left( \vec{r} - \tau_s \cos(\omega(t - \tau_s)) \omega \vec{\xi}_k \right) d\tau_s \quad (2.324)$$

mit

$$\vec{\xi}_k = \vec{d} + (k - 3) \frac{1}{r^2} (\vec{r} \cdot \vec{d}) \vec{r}. \quad (2.325)$$

Indem man das Betragsquadrat ausmultipliziert und etwas umstrukturiert gelangt man zu

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{P}}_e &= \frac{a_c m_{pho}}{8\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma_k}{r^{3-k}} \int_{\tau_c}^{\infty} \vec{r} \left( \frac{r^2}{\tau_s^{k+3}} - \frac{2\vec{r}\vec{v}}{\tau_s^{k+2}} + \frac{v^2}{\tau_s^{k+1}} \right) d\tau_s - \\ & \frac{a_c m_{pho}}{8\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma_k \omega \vec{\xi}_k}{r^{3-k}} \int_{\tau_c}^{\infty} \cos(\omega(t - \tau_s)) \cdot \\ & \left( \frac{r^2}{\tau_s^{k+2}} - \frac{2\vec{r}\vec{v}}{\tau_s^{k+1}} + \frac{v^2}{\tau_s^k} \right) d\tau_s. \end{aligned} \quad (2.326)$$

Dieses Integral lässt sich schließlich lösen und man erhält

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{P}}_e &= \frac{a_c m_{pho}}{8\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma_k}{r^{3-k}} \vec{r} \left( \frac{r^2}{(k+2)\tau_c^{k+2}} - \right. \\ & \left. \frac{2\vec{r}\vec{v}}{(k+1)\tau_c^{k+1}} + \frac{v^2}{k\tau_c^k} \right) - \\ & \frac{a_c m_{pho}}{8\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma_k \omega \vec{\xi}_k}{r^{3-k}} (r^2 \mathcal{C}_{k+2} - 2\vec{r}\vec{v} \mathcal{C}_{k+1} + v^2 \mathcal{C}_k). \end{aligned} \quad (2.327)$$

Dabei wurde aus Gründen der Lesbarkeit die Abkürzung

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_k &:= \frac{(-\omega)^{k-1}}{(k-1)!} \left( \sum_{i=1}^{k-1} \frac{(i-1)!}{(\omega\tau_c)^i} \cos\left(\omega(t - \tau_c) + (k+i-1)\frac{\pi}{2}\right) - \right. \\ & \left( \sin\left(\omega t + k\frac{\pi}{2}\right) \text{Ci}(\omega\tau_c) + \right. \\ & \left. \left. \cos\left(\omega t + k\frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{\pi}{2} - \text{Si}(\omega\tau_c)\right) \right) \right) \end{aligned} \quad (2.328)$$

eingeführt, welche lediglich die Lösung des Integrals

$$\mathcal{C}_k = \int_{\tau_c}^{\infty} \frac{\cos(\omega(t - \tau_s))}{\tau_s^k} d\tau_s \quad (2.329)$$

darstellt.

### 2.7.7 Die Primärwelle des Hertzschen-Dipols

Der in Abschnitt 2.7.6 hergeleitete Quantinoddruck (Formel 2.327) gilt für eine einzelne harmonisch schwingende positive Einheitsladung. Für die nachfolgenden Überlegungen wird jedoch ein in sich selbst neutrales Objekt, ein sogenanntes gebundenes Teilchen, benötigt. Zu diesem Zweck wird eine zweite, entgegengesetzt schwingende negative Einheitsladung hinzugefügt, indem von Formel (2.327) der gleiche Term mit invertierten  $\mathcal{C}_k$ 's subtrahiert wird. Der erste Term entfällt dadurch, während sich der zweite verdoppelt. Man erhält den Ausdruck

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{a_c \omega m_{pho}}{4 \pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma_k \vec{\xi}_k}{r^{3-k}} \left( r^2 \mathcal{C}_{k+2} - 2 \vec{r} \vec{v} \mathcal{C}_{k+1} + v^2 \mathcal{C}_k \right). \quad (2.330)$$

Obwohl die Formel (2.330) bereits einige Näherungen enthält, ist sie für die weiteren Überlegungen noch immer zu komplex. Insbesondere die  $\mathcal{C}_k$  Faktoren (2.328) machen Probleme, da sie den Integralcosinus sowie den Integralsinus enthalten. Man kann sich dieser Terme allerdings entledigen, indem man die Näherungen

$$\text{Ci}(x) \approx \frac{\sin(x)}{x} \quad (2.331)$$

und

$$\text{Si}(x) \approx \frac{\pi}{2} - \frac{\cos(x)}{x} \quad (2.332)$$

verwendet, die für  $x > 2\pi$  bereits recht brauchbar sind und die für wachsendes  $x$  immer besser werden. Mit ihrer Hilfe lässt sich Formel (2.328) zu

$$\mathcal{C}_k \approx \frac{(-\omega)^{k-1}}{(k-1)!} \sum_{i=2}^{k-1} \frac{(i-1)!}{(\omega \tau_c)^i} \cos \left( \omega (t - \tau_c) + (k+i-1) \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.333)$$

vereinfachen, was besonders für das Fernfeld, also für mehrere Wellenlängen Abstand, eine ausgezeichnete Approximation darstellt.

Eine weitere Vereinfachungsmöglichkeit besteht darin, für die Emissionsverteilung  $\Gamma$  Linearität anzunehmen, d.h. Formel (2.250) zu verwenden.

In Abschnitt 2.7.5 wurde gezeigt, dass der korrekte Verlauf etwas davon abweicht. Vergleicht man den Näherungsansatz (2.250) mit den Zahlenwerten der Lösungen (2.314) so erkennt man, dass  $\Gamma_1 \approx 6/c$  sein muss, sofern man die Parameter höheren Grades vernachlässigt. Mit Hilfe dieser Näherung folgt aus Gleichung (2.330) das Modell

$$\begin{aligned}\vec{\mathcal{P}}_e &\approx \frac{a_c \omega m_{pho}}{4\pi} \frac{6}{c} \frac{\vec{\xi}_1}{r^2} (r^2 \mathcal{C}_3 - 2\vec{r}\vec{v}\mathcal{C}_2 + v^2 \mathcal{C}_1) \\ &= \frac{3 a_c \omega m_{pho}}{4\pi c \tau_c^2} \vec{\xi}_1 \cos(\omega(t - \tau_c)).\end{aligned}\quad (2.334)$$

Durch Ersetzen von  $\vec{\xi}_1$  mit der Definition (2.325) folgt

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{3 a_c \omega m_{pho}}{4\pi c \tau_c^2} \left( \vec{d} - 2(\vec{r} \cdot \vec{d}) \frac{\vec{r}}{r^2} \right) \cos(\omega(t - \tau_c)). \quad (2.335)$$

$\tau_c$  ist hierbei durch Gleichung (2.289) gegeben. Zum Schluss wird noch die Gleichung (2.310) verwendet und es folgt

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{3 e^2 \mu_0 \omega}{4\pi \sigma_e c \tau_c^2} \left( \vec{d} - 2(\vec{d} \cdot \vec{r}) \frac{\vec{r}}{r^2} \right) \cos(\omega(t - \tau_c)). \quad (2.336)$$

Alternativ kann man anstatt des Quantinodruckes  $\vec{\mathcal{P}}_e$  auch die elektrische Feldstärke  $\vec{E}_p$  verwenden. Diese erhält man durch die Formel (2.309), indem man berücksichtigt, dass die elektrische Feldstärke als Quotient aus Kraft  $\vec{F}$  und Zielladung  $q_d$  definiert ist. Verwendet man gleichzeitig die Beziehungen  $c^2 \mu_0 = 1/\epsilon_0$  und (2.289), so erhält man die elektrische Feldstärke, die auf einen Empfänger mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  zum Zeitpunkt  $t$  am Ort  $\vec{r}$  wirken würde, wenn der Dipol am Koordinatenursprung ruht und dort mit  $\cos(\omega t)$  schwingt:

$$\begin{aligned}\vec{E}_p(\vec{r}, \vec{v}, \vec{p}, t) &= \frac{\frac{3\omega c}{4\pi\epsilon_0} (\vec{p} - 2(\vec{p} \cdot \vec{r}) \frac{\vec{r}}{r^2}) (1 - \frac{v^2}{c^2})^2}{\left( \sqrt{r^2 c^2 - \|\vec{r} \times \vec{v}\|^2} - \vec{r} \cdot \vec{v} \right)^2} \\ &\quad \cos \left( \omega t - \omega \frac{\sqrt{r^2 c^2 - \|\vec{r} \times \vec{v}\|^2} - \vec{r} \cdot \vec{v}}{c^2 - v^2} \right)\end{aligned}\quad (2.337)$$

Hierbei ist

$$\vec{p} := q_s \vec{d} \quad (2.338)$$

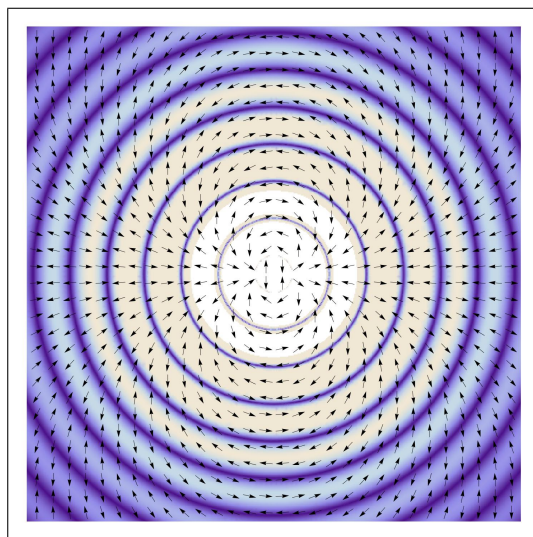
das elektrische Dipolmoment. Da ein Dipol im Gesamten elektrisch neutral ist, ist  $q_s$  in diesem Zusammenhang die gesamte positive Ladungsmenge, die im Dipol enthalten ist.  $\vec{d}$  hingegen bestimmt die Schwingungsachse, sowie die maximale Auslenkung der Ladungen bei der Schwingung.

Das elektrische Feld (2.337) gilt trotz der zahlreichen Näherungen auch für vergleichsweise schnelle Relativgeschwindigkeiten  $v < c$  zwischen Dipol und Empfänger (Es wurde nur der Quantinomeffekt vernachlässigt). Für einen ruhenden Empfänger kann die Gleichung allerdings stark vereinfacht werden. Man erhält in diesem Fall

$$\vec{E}_p(\vec{r}, \vec{p}, t) \approx \frac{3\omega}{4\pi\epsilon_0 c} \left( \vec{p} - 2(\vec{p} \cdot \vec{r}) \frac{\vec{r}}{r^2} \right) \frac{1}{r^2} \cos\left(\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right). \quad (2.339)$$

Die Abbildung 2.52 zeigt das elektrische Feld eines ruhenden Dipols. Daneben, in Abbildung 2.53, ist zum Vergleich das Feld des Dipols dargestellt, wie es sich aus Sicht eines sich mit der Geschwindigkeit  $2/3 c$  nach links bewegenden Empfängers darstellt. Die Pfeile zeigen dabei jeweils in die Richtung der Kraft. Die Stärke der Kraft wird durch die Helligkeit der Hintergrundfarbe angezeigt. An der perfekten Kreisförmigkeit der Wellenzüge fällt sofort auf, dass sich die entstehende laufende Welle unabhängig von der Relativgeschwindigkeit von Quelle und Empfänger mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet.

Weiterhin fällt auf, dass die Welle signifikante Longitudinalanteile enthält. Dem in der Maxwellschen Elektrodynamik geschulten Leser zeigt das, dass es sich bei dieser Welle noch nicht um das handelt, was man dort als eine elektromagnetische Welle bezeichnen würde. Tatsächlich ist die hier jeweils dargestellte Quantinodruckwelle nur die **Primärwelle**. Die eigentliche elektromagnetische Welle entsteht erst dadurch, dass durch den pulsierenden Quantinodruck überall im Raum vorhandene Photonen zum Schwingen angeregt werden. Bei diesen Photonen handelt es sich um masselose, nach außen hin neutrale Elementarteilchen, die aber, da sie in ihrem Inneren Ladungen enthalten. Dass diese Photonen keine Ruhemasse haben, obwohl sich in ihrem Innern Ladung verbirgt, wird in Abschnitt 2.4.3 erklärt. An dieser Stelle ist lediglich wichtig, dass die Photonen selbst wiederum Quantinodruckwellen erzeugen, die der Primärwelle entgegenwirken. Der Mechanismus dahinter wird im nachfolgenden Abschnitt untersucht.



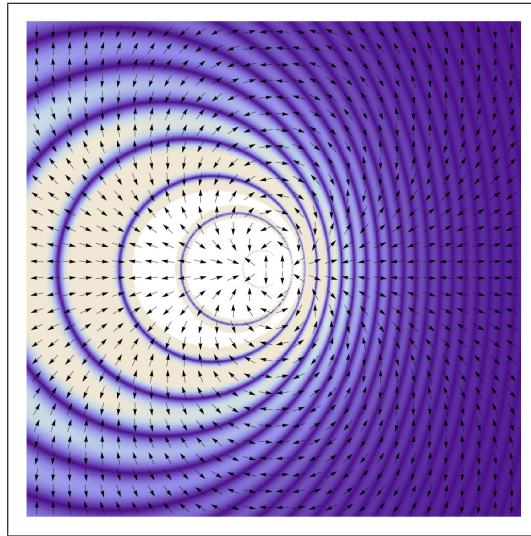
**Abbildung 2.52:** Das elektrische Feld eines ruhenden, in x-Richtung ausgerichteten Dipols der Frequenz  $10^{15} \text{ Hz}$  aus Sicht eines ebenfalls ruhenden Empfängers zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Die Kantenlänge der Zeichenfläche beträgt  $2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .

### 2.7.8 Die Entstehung der elektromagnetischen Welle

In diesem Abschnitt soll die Wechselwirkung von Quantinowellen mit in der Umgebung befindlichen Dipolen untersucht werden. Die klassische Elektrodynamik bezeichnet ein Medium, welches sich polarisieren lässt, als ein Dielektrikum. Bekannt ist bisher, dass sich normale Materie polarisieren lässt, da sie aus positiv geladenen Atomkernen und negativen Elektronenhüllen besteht, und somit zahlreiche gebundene Teilchen enthält. In der Quantinotheorie wird zusätzlich davon ausgegangen, dass sich sogar elementare Bestandteile der Materie selbst, wie z.B. Neutronen, Elektronen oder Protonen polarisieren lassen. Insbesondere wird das auch für masselose und elektrisch neutrale Teilchen wie Photonen angenommen.

Die Annahme eines mit gebundenen Teilchen durchsetzten Vakuums bedeutet, dass eine sich ausbreitende, primäre Quantinodruckwelle immer auf polarisierbare Partikel trifft. Um die daraus folgenden Konsequenzen zu untersuchen, wird - wie in der Maxwellschen Elektrodynamik auch - davon ausgegangen, dass diese gebundenen Teilchen derart zahlreich sind, dass man sie als Kontinuum behandeln kann. Eine weitere, ebenfalls in der klassischen Elektrodynamik üblichen Annahme ist die, dass





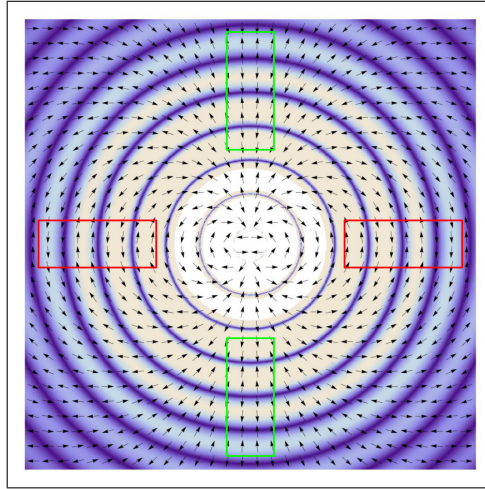
**Abbildung 2.53:** Momentaufnahme des elektrischen Feldes aus Sicht eines sich mit der Geschwindigkeit  $2/3 c$  nach links bewegenden Empfängers. Die Parameter entsprechen denen der links dargestellten Abbildung.

diese polarisierbaren, dynamischen Dipole linear auf eine äußere Kraft reagieren, d.h. dass ihre infinitesimale Auslenkung proportional zur Stärke und Richtung des einwirkenden Quantindruckes ist. Ein Medium bei dem das zuvor genannte zumindest in guter Näherung gilt, wird als homogen und isotrop bezeichnet.

Es soll nun untersucht werden, was geschieht, wenn sich eine Quantindruckwelle durch ein solches homogenes, isotropes Medium bewegt. Es gibt dabei grundsätzlich zwei verschiedene Arten von Wellen, nämlich **Longitudinalwellen** und **Transversalwellen**. Bei der ersten Sorte, den Longitudinalwellen, schwingt die Kraftwirkung entlang der Ausbreitungsrichtung. Bei der zweiten Sorte, den Transversalwellen, ist die Kraft quer zur Ausbreitungsrichtung ausgerichtet. Die Primärwelle enthält beide Typen, sowohl in gemischter, als auch in beinahe reiner Form. [Abbildung 2.54](#) verdeutlicht das.

Die nachfolgenden Berechnungen zeigen, dass Transversalwellen beim Durchqueren eines Dielektrikums die Tendenz haben, sich zu verstärken, während Longitudinalwellen gedämpft werden. Beides zusammen kann als Hypothese dienen, um zu erklären, weshalb sich elektromagnetische Wellen nicht longitudinal ausbreiten und wieso der Hertzsche Dipol seine Energie in **Form eines Ringes** quer zur Schwingungsachse abstrahlt. In der klassischen Elektrodynamik ist dieses Verhalten bereits





**Abbildung 2.54:** Die Wellentypen des Hertzischen Dipols. Longitudinalwellen sind grün umrandet, Transversalwellen rot.

Teil der Maxwellgleichungen und damit axiomatischer Natur, während es in der Quantinotheorie die Folge eines umgebenden Dielektrikums darstellt.

### Ebene Transversalwelle

Das Feld einer elektrischen Transversale ist mathematisch sehr leicht modellierbar. Nimmt man für die nachfolgenden Überlegungen beispielhaft an, dass sich die Welle in x-Richtung ausbreitet und in z-Richtung oszilliert, so lautet das Feld

$$\vec{E}_t(\vec{r}, t) = \vec{e}_z \sin \left( \omega \left( t - \frac{\vec{e}_x \vec{r}}{c} \right) \right). \quad (2.340)$$

Wie bereits eingangs erwähnt wurde, wird angenommen, dass sich die dynamischen Dipole des Dielektrikums immer so ausrichten, dass sie das äußere Feld schwächen. Weiterhin wird angenommen, dass diese Ausrichtung hinreichend schnell genug stattfindet, also auch dann noch erfolgt, wenn das äußere Feld Frequenzen bis in den Mikrowellenbereich aufweist. Unter diesen Voraussetzungen gilt für die Auslenkung  $\vec{l}_+(t)$  der positiven Teilladung eines sich am Ort  $\vec{s}$  befindlichen Dipols der Zusammenhang

$$\vec{l}_+(t) \sim \vec{e}_z \sin \left( \omega \left( t - \frac{s_x}{c} \right) \right), \quad (2.341)$$

während die der negativen genau invers ist. Aufgrund der so erzwungenen sinusförmigen Schwingung wird der dynamische Dipol eine elektrische Welle  $\vec{E}_d$  abstrahlen, welche sich aus Gleichung (2.339) ergibt. Für deren Feldstärke am Ort  $\vec{r}$  zum Zeitpunkt  $t$  gilt dann

$$\vec{E}_d(\vec{r}, t) = \eta \vec{E}_p \left( \vec{r} - \vec{s}, \vec{e}_z, t - \frac{s_x}{c} \right), \quad (2.342)$$

wobei  $\eta$  eine hier nicht näher interessierende und von den Eigenschaften des Dielektrikums abhängende kleine Konstante größer Null darstellt.

Da davon ausgegangen wird, dass das umgebende Vakuum gleichmäßig mit Photonen, also dynamischen Dipolen, angefüllt ist, muss, um das Feld  $\vec{E}_s$  des gesamten Dielektrikums zu erhalten, über alle  $\vec{s}$  integriert werden. Da der Raum aufgrund der vorausgesetzten Homogenität überall die gleichen Eigenschaften aufweist, ist es jedoch ausreichend, das Feld  $\vec{E}_s$  lediglich am Koordinatenursprung zu berechnen. Es gilt

$$\vec{E}_s(t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}_d(\vec{0}, t) d\vec{s} = \eta \iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}_p \left( -\vec{s}, \vec{e}_z, t - \frac{s_x}{c} \right) d\vec{s}. \quad (2.343)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (2.339) gelangt man zum Integral

$$\begin{aligned} \vec{E}_s(t) = & \frac{3\eta\omega}{4\pi\epsilon_0 c} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \left( \vec{e}_z - 2(\vec{e}_z \cdot \vec{s}) \frac{\vec{s}}{s^2} \right) \cdot \\ & \frac{1}{s^2} \cos \left( \omega \left( t + \frac{s - s_x}{c} \right) \right) d\vec{s} \end{aligned} \quad (2.344)$$

welches sich durch Substitution zu

$$\begin{aligned} \vec{E}_s(t) = & \frac{3\eta\omega^2}{4\pi\epsilon_0 c^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \left( \vec{e}_z - 2(\vec{e}_z \cdot \vec{s}) \frac{\vec{s}}{s^2} \right) \cdot \\ & \frac{1}{s^2} \cos(\omega t + s - s_x) d\vec{s} \end{aligned} \quad (2.345)$$

vereinfachen lässt.

Die symbolische Integration der x- und y-Komponenten ergibt jeweils Null. Die z-Komponente lässt sich hingegen nicht analytisch berechnen.

Da das Integral aber nur von  $\omega t$  abhängt und überdies periodisch sein muss, kann eine numerische Berechnung für variierendes  $\omega t$  durchgeführt werden. Eine solche zeigt, dass offenbar eine Beziehung der Form

$$\vec{E}_s(t) \approx \eta \vec{e}_z \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \quad (2.346)$$

existiert, wobei  $\eta$  eine kleine Konstante größer Null darstellt. Addiert man dieses zum Primärfeld, so folgt

$$\vec{E}_t(\vec{0}, t) + \vec{E}_s(t) \approx \vec{e}_z \left( \sin(\omega t) + \eta \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \right), \quad (2.347)$$

was aufgrund von  $\eta > 0$  stärker ist, als das Feld  $\vec{E}_t(\vec{0}, t)$  für sich allein. Die genaue Verstärkung beträgt  $\sqrt{1 + \sqrt{3}\eta + \eta^2}$ . Daraus folgt, dass Transversalwellen ein Dielektrikum hervorragend durchdringen können.

### Ebene Longitudinalwelle

Das Feld einer sich in x-Richtung ausbreitenden Longitudinalwelle lautet

$$\vec{E}_l(\vec{r}, t) = \vec{e}_x \sin\left(\omega \left(t - \frac{\vec{e}_x \vec{r}}{c}\right)\right). \quad (2.348)$$

Auch hier wird wieder angenommen, dass die dynamischen Dipole des Dielektrikums das äußere Feld schwächen. Daher gilt für die Auslenkung  $\vec{l}_+(t)$  der positiven Teilladung eines sich am Ort  $\vec{s}$  befindlichen dynamischen Dipols die Beziehung

$$\vec{l}_+(t) \sim \vec{e}_x \sin\left(\omega \left(t - \frac{s_x}{c}\right)\right). \quad (2.349)$$

Aufgrund der erzwungenen sinusförmigen Schwingung wird dieser dynamische Dipol eine elektrische Welle  $\vec{E}_d$  abstrahlen, die auch hier wieder aus Gleichung (2.339) abgeleitet werden kann. Es gilt

$$\vec{E}_d(\vec{r}, t) = \eta \vec{E}_p\left(\vec{r} - \vec{s}, \vec{e}_x, t - \frac{s_x}{c}\right). \quad (2.350)$$

Durch Integration über alle Dipole des Raumes folgt die Feldstärke

$$\vec{E}_s(t) = \eta \iiint_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}_p\left(-\vec{s}, \vec{e}_x, t - \frac{s_x}{c}\right) d\vec{s}, \quad (2.351)$$

die das Dielektrikum der Welle (am Koordinatenursprung) entgegengesetzt. Durch Einsetzen der Formel (2.339) gelangt man nach Substitution zum Integral

$$\vec{E}_s(t) = \frac{3\eta\omega^2}{4\pi\epsilon_0 c^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \left( \vec{e}_x - 2(\vec{e}_x \cdot \vec{s}) \frac{\vec{s}}{s^2} \right) \cdot \frac{1}{s^2} \cos(\omega t + s - s_x) d\vec{s}, \quad (2.352)$$

welches nur für die y- und die z-Komponente symbolisch gelöst werden kann und dort Null ergibt. Die x-Komponente lässt sich hingegen nur numerisch auswerten. Man erhält hier eine Beziehung der Form

$$\vec{E}_s(t) \approx -\eta\vec{e}_x \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right). \quad (2.353)$$

Addiert man dieses zur ursprünglichen Welle, so folgt

$$\vec{E}_l(\vec{0}, t) + \vec{E}_s(t) \approx \vec{e}_x \left( \sin(\omega t) - \eta \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \right), \quad (2.354)$$

was einer Verstärkung von  $\sqrt{1 - \eta + \eta^2}$  entspricht. Da  $\eta$  jedoch eine sehr kleine Konstante größer Null ist, kommt es effektiv zu einer Dämpfung. Das bedeutet, dass ein Dielektrikum - und damit auch das Vakuum - für Longitudinalwellen nur sehr schwer durchdringbar ist.

## 2.7.9 Numerische Berechnung der Feldstärke beliebig bewegter Punktladungen

### Herleitung des Algorithmus

In den vorangegangenen Abschnitten wurde der Quantinodruck für einige Spezialfälle analytisch untersucht und berechnet. Für allgemeine Situationen, wie z.B. bei den besonders interessanten Mehrteilchenwechselwirkungen, ist eine symbolische Lösung des Integrals (2.284) in aller Regel unmöglich. Aus diesem Grund bedarf es einer Methodik, um den Quantinodruck, welcher die retardierende elektromagnetische Feldstärke einer beliebig bewegten Punktladung vollständig beschreibt, numerisch

auszuwerten. Die Chance, dass es gelingt ein brauchbares und effizientes Verfahren zu finden, ist nicht schlecht. Immerhin ist der Quantinodruck durch Gleichung (2.284) bereits vollständig gegeben und muss nicht erst aus einem Differentialgleichungssystem abgeleitet werden.

Zur elektrischen Feldstärke gelangt man mit Hilfe der Gleichung (2.309):

$$\vec{F} = \frac{\sigma_e q_d q_s}{e^2} \vec{\mathcal{P}}_e(\vec{r}, \vec{v}). \quad (2.355)$$

Hierbei ist  $\vec{F}$  die Kraft, die eine Quellladung  $q_s$  auf eine Zielladung  $q_d$  ausübt. Da die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  durch

$$\vec{E} := \frac{\vec{F}}{q_d} \quad (2.356)$$

definiert ist, folgt

$$\vec{E} = \frac{\sigma_e q_s}{e^2} \vec{\mathcal{P}}_e(\vec{r}, \vec{v}). \quad (2.357)$$

Mit Hilfe der Gleichung (2.310) lässt sich die unbekannte Konstante  $\sigma_e$  ersetzen. Man gelangt zu

$$\vec{E} = \frac{q_s \mu_0}{a_c m_{pho}} \vec{\mathcal{P}}_e(\vec{r}, \vec{v}). \quad (2.358)$$

Ein Vergleich mit Gleichung (2.284) zeigt, dass die vom Zahlenwert her unbekanntesten Konstanten  $a_c$  und  $m_{pho}$  nicht benötigt werden, da sie sich herauskürzen.

Da sich Quantinodruck und elektrische Feldstärke nur durch einen konstanten Faktor unterscheiden, ist es letztlich ohne Bedeutung, welche der beiden Größen berechnet wird. Einen Algorithmus zur numerischen Berechnung findet man, indem man die Ausdrücke (2.284), (2.280) und (2.281) einige Momente betrachtet. Man erkennt, dass der auf ein Objekt mit der Bahnkurve  $\vec{r}_d(t)$  wirkende Quantinodruck nur von dessen Ort zum Zeitpunkt  $t$ , sowie von dessen Geschwindigkeit  $\dot{\vec{r}}_d(t)$  abhängt. Mit anderen Worten: **Die Historie des Empfängers ist irrelevant.** Aus diesem Grund kann man  $\vec{r}_d(t)$  einfach mit  $\vec{r}$  und  $\dot{\vec{r}}_d(t)$  mit  $\vec{v}$  abkürzen. Für die aussendende Ladung mit der Bahnkurve  $\vec{r}_s(\tau)$  gilt jedoch

das Gegenteil. Hier ist die Historie von entscheidender Bedeutung und man benötigt alle Orte  $\vec{r}_s(\tau)$ , sowie Geschwindigkeiten  $\dot{\vec{r}}_s(\tau)$  für alle  $\tau$  vom „Anbeginn der Zeit“ bis zur Gegenwart  $\tau = t$ .

Dass der Quantinoddruck einer Ladung von der gesamten Historie der Ladung abhängt, ist von weitreichender Bedeutung. Letztlich entstehen dadurch faszinierende physikalische Effekte, wie z.B. die Fähigkeit eines Dipols mit seiner eigenen Welle zu interferieren. Sollte der Leser dabei an die Quantenmechanik denken, so liegt er hierbei vollkommen richtig. Auch das zweite Newtonsche Gesetz *Kraft = Masse · Beschleunigung* hat letztlich seine Ursache in dieser Abhängigkeit der elektromagnetischen Kraft von der Historie der aussendenden Ladung.

Die Abhängigkeit des Quantinodrucks von der Vergangenheit der Quellladung ist aber auch eine praktische Schwierigkeit, da man auf diese Weise gezwungen wird, unendlich viele Anfangsbedingungen zu berücksichtigen. Glücklicherweise wird der Einfluss der Historie umso kleiner, je weiter diese Vergangenheit zurück liegt. Dies wird zum einen durch den Term  $t - \tau$  unter dem Bruchstrich im Integral der Quantinodichte (2.279) bewirkt. Zum anderen tritt auch im Parameter der Funktion  $\Gamma$  ein  $t - \tau$  unterhalb des Bruchstriches auf. Und da die Funktionswerte der Funktion  $\Gamma(w)$  im Wesentlichen linear zur Geschwindigkeit  $w$  sind, bewirkt dies für größer werdendes  $t - \tau$  eine kleiner werdende Gewichtung durch  $\Gamma$ . In der Praxis reicht es daher aus, eine gewisse Historie zu berücksichtigen und alles zuvor Gewesene zu vernachlässigen, indem man das Integral nach unten begrenzt.

Berechnet man die Bahnkurve eines Objektes unter Einfluss einer Kraft numerisch (z.B. mit dem Runge-Kutta-Verfahren), so erhält man eine Folge von Orten

$$\vec{r}_i = \{\vec{r}_0, \vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n\} \quad (2.359)$$

und Geschwindigkeiten

$$\vec{v}_i = \{\vec{v}_0, \vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n\} \quad (2.360)$$

für die Zeitpunkte

$$\tau_i = \{\tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n\}. \quad (2.361)$$

Eine naheliegende Grundidee für eine numerische Lösung besteht darin, die Orte  $\vec{r}_s(\tau)$  und Geschwindigkeiten  $\dot{\vec{r}}_s(\tau)$  der aussendenden Ladung stückweise linear zu interpolieren und als Stützstellen der Interpolation die Werte (2.359), (2.360) und (2.361) zu verwenden. Mit diesem Ansatz folgen die Näherungen

$$\vec{r}_s(\tau) \approx \sum_{j=0}^{n-1} \prod_{\tau_j}^{\tau_{j+1}}(\tau) \left( \vec{A}_j + \tau \vec{B}_j \right) \quad (2.362)$$

und

$$\dot{\vec{r}}_s(\tau) \approx \sum_{j=0}^{n-1} \prod_{\tau_j}^{\tau_{j+1}}(\tau) \left( \vec{C}_j + \tau \vec{D}_j \right), \quad (2.363)$$

wobei zur Verkürzung der Schreibweise die Konstanten

$$\vec{A}_j := \frac{\vec{r}_j \tau_{j+1} - \vec{r}_{j+1} \tau_j}{\tau_{j+1} - \tau_j}, \quad \vec{B}_j := \frac{\vec{r}_{j+1} - \vec{r}_j}{\tau_{j+1} - \tau_j} \quad (2.364)$$

und

$$\vec{C}_j := \frac{\vec{v}_j \tau_{j+1} - \vec{v}_{j+1} \tau_j}{\tau_{j+1} - \tau_j}, \quad \vec{D}_j := \frac{\vec{v}_{j+1} - \vec{v}_j}{\tau_{j+1} - \tau_j} \quad (2.365)$$

eingeführt wurden. Die Interpolationen (2.362) und (2.363) lassen sich nun in die Definitionen (2.280) und (2.281) einsetzen. Man erhält die Näherungen

$$\vec{w}(\tau) \approx \sum_{j=0}^{n-1} \prod_{\tau_j}^{\tau_{j+1}}(\tau) \vec{w}_j(\tau) \quad (2.366)$$

mit

$$\vec{w}_j(\tau) := \frac{\vec{r} - \vec{A}_j - \tau \vec{B}_j}{\tau_n - \tau} - \vec{C}_j - \tau \vec{D}_j \quad (2.367)$$

und

$$\vec{u}(\tau) \approx \sum_{j=0}^{n-1} \prod_{\tau_j}^{\tau_{j+1}}(\tau) \vec{u}_j(\tau) \quad (2.368)$$

mit

$$\vec{u}_j(\tau) := \frac{\vec{r} - \vec{A}_j - \tau \vec{B}_j}{\tau_n - \tau} - \vec{v}. \quad (2.369)$$

Setzt man dieses in die Gleichung (2.284) ein, so zerfällt das Integral in eine Summe von Teilintegralen, die sich jeweils über einen einzelnen Zeitschritt erstrecken. Man erhält

$$\vec{\mathcal{P}}_e = \frac{a_c m_{pho}}{8 \pi} \sum_{i=0}^{n-1} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \vec{K}_i(\tau) d\tau \quad (2.370)$$

mit

$$\vec{K}_i(\tau) := \frac{u_i(\tau)^2 \vec{w}_i(\tau) \operatorname{sgn}(\vec{w}_i(\tau) \vec{u}_i(\tau)) \Gamma(w_i(\tau)) \Pi_0^c(u_i(\tau))}{(\tau_n - \tau)^3 w_i(\tau)^3}. \quad (2.371)$$

Die Lösung der Integrale des Typs

$$\int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \vec{K}_i(\tau) d\tau, \quad (2.372)$$

kann mit üblichen numerischen Integrationsverfahren (z.B. Simpsonregel) erfolgen. Dabei ist jedoch darauf zu achten, dass der Integrand  $\vec{K}_i(\tau)$  **Unstetigkeiten** und **Singularitäten** enthalten kann, wobei ersteres zum Einen daher rührt, dass der Term  $\Pi_0^c(u_i(\tau))$  verschwindet, wenn der Wert von  $u_i(\tau)$  die Lichtgeschwindigkeit  $c$  überschreitet. Zum anderen kann auch die Vorzeichenfunktion  $\operatorname{sgn}$  zu Sprüngen im Funktionswert von  $\vec{K}_i(\tau)$  führen. Singularitäten können hingegen auftreten, wenn der Term  $w_i(\tau)$  verschwindet und die Funktion  $\Gamma$  einen linearen Term enthält. Einen konstanten Term enthält sie grundsätzlich nicht, wie bereits gezeigt wurde. Weiterhin würde eine Singularität auftreten, wenn der Term  $\tau_n - \tau$  Null wird. Dieses entspricht aber der Frage nach dem Wert des Quantinodrucks am Ort der Ladung selbst. Für diesen Ort ist die Gesetzmäßigkeit (2.284) aber sowieso nicht gültig, da die Modellannahme einer kontinuierlichen Quantinodichte in unmittelbarer Nähe der emittierenden Ladung nicht erfüllt ist und hier der Effekt der Quantisierung dominiert.



Singularitäten sind bei der Berechnung des Integrals also eher die Ausnahme. Unstetigkeiten treten jedoch regelmäßig auf und müssen bei der Berechnung systematisch berücksichtigt werden, da numerische Quadratur üblicherweise einen stetigen Integranden voraussetzt. Unstetigkeiten sind jedoch kein Problem, wenn bekannt ist, wo sie sich befinden, da es in diesem Fall möglich ist, die Integrationsintervalle so zu wählen, dass der Integrand keine Unstetigkeiten enthält.

Der erste Problemterm im Integrand  $\vec{K}_i(\tau)$  ist  $\Gamma_0^c(u_i(\tau))$ . Dieser ist nur für  $u_i(\tau) = \|\vec{u}_i(\tau)\| = c$  unstetig. Wegen Gleichung (2.368) folgt

$$\left( \frac{\vec{r} - \vec{A}_i - \tau \vec{B}_i}{\tau_n - \tau} - \vec{v} \right) \cdot \left( \frac{\vec{r} - \vec{A}_i - \tau \vec{B}_i}{\tau_n - \tau} - \vec{v} \right) = c^2. \quad (2.373)$$

Nach etwas Umformen erhält man die quadratische Gleichung

$$\left\| \vec{E}_i + \tau \vec{F}_i \right\|^2 = c^2 (\tau_n - \tau)^2 \quad (2.374)$$

mit

$$\vec{E}_i := \vec{r} - \vec{A}_i - \vec{v} \tau_n \quad \text{und} \quad \vec{F}_i := \vec{v} - \vec{B}_i. \quad (2.375)$$

Die beiden Lösungen der Gleichung (2.374) lauten

$$\tau_{1/2} = \frac{1}{c^2 - F_i^2} \left( c^2 \tau_n + \vec{E}_i \vec{F}_i \pm \sqrt{\left( c^2 \tau_n + \vec{E}_i \vec{F}_i \right)^2 + (c^2 - F_i^2) (E_i^2 - c^2 \tau_n^2)} \right), \quad (2.376)$$

wobei eine Lösung nur dann von Interesse ist, wenn diese in der Vergangenheit liegt. Dieses ist aber nur für  $\tau_2$  gegeben, wie man sich überlegen kann. Aus diesem Grund ist es sehr leicht möglich, vor jeder numerischen Integration in der Summe (2.370) zu überprüfen, ob  $u_i(\tau_i)$  oder  $u_i(\tau_{i+1})$  größer ist als  $c$ . Sind beide kleiner, so kann die Integration über das komplette Intervall erfolgen. Ist einer der beiden größer  $c$ , so ist das Intervall auf den Bereich zu begrenzen, in dem  $w_i(\tau) \leq c$  gilt. Sind sogar beide größer, so kann die Integration komplett entfallen, da die Intervallfunktion im gesamten Integrationsgebiet Null liefert.

Die zweite Quelle für Unstetigkeit ist der Term  $\text{sgn}(\vec{w}_i(\tau) \vec{u}_i(\tau))$ . Das bedeutet, dass für jedes Integrationsintervall zu prüfen ist, ob die Gleichung

$$\left( \frac{\vec{r} - \vec{A}_i - \tau \vec{B}_i}{\tau_n - \tau} - \vec{C}_i - \tau \vec{D}_i \right) \cdot \left( \frac{\vec{r} - \vec{A}_i - \tau \vec{B}_i}{\tau_n - \tau} - \vec{v} \right) = 0 \quad (2.377)$$

eine oder mehrere Lösungen enthält, die innerhalb der Integrationsgrenzen liegen. Durch Multiplikation beider Seiten mit  $(\tau_n - \tau)^2$  und etwas Umsortieren folgt die kubische Gleichung

$$\left( \vec{G}_i + \tau \vec{H}_i + \tau^2 \vec{D}_i \right) \cdot \left( \vec{E}_i + \tau \vec{F}_i \right) = 0 \quad (2.378)$$

mit

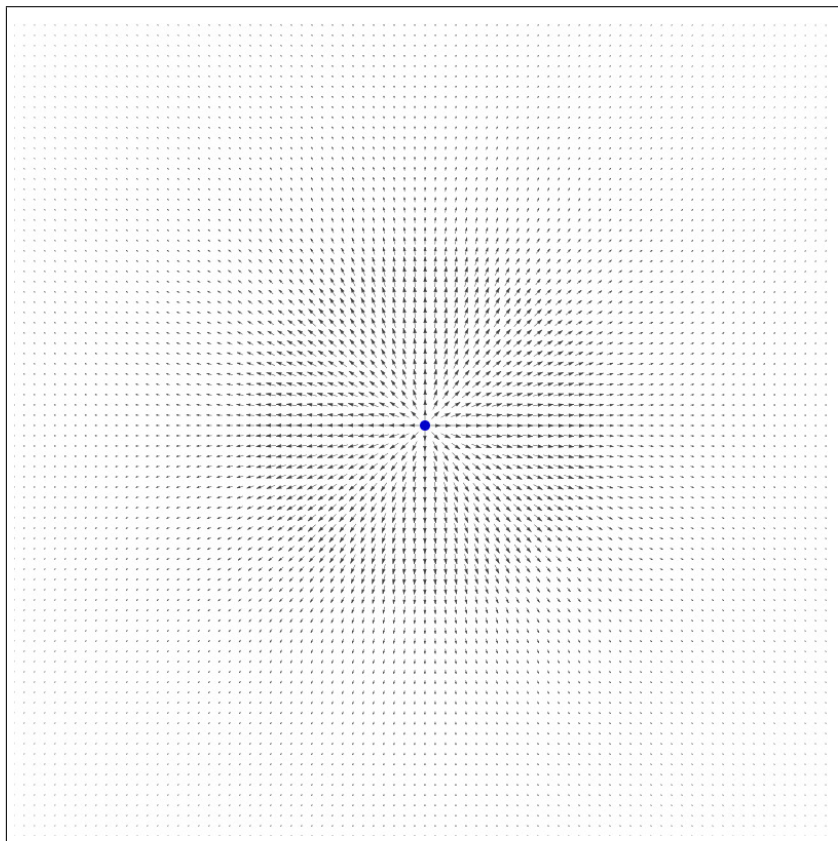
$$\vec{G}_i := \vec{r} - \vec{A}_i - \vec{C}_i \tau_n \quad \text{und} \quad \vec{H}_i := \vec{C}_i - \vec{B}_i - \vec{D}_i \tau_n. \quad (2.379)$$

Die drei Nullstellen ließen sich beispielsweise mit den Cardanischen Formeln berechnen. Sollten tatsächlich Lösungen existieren, die innerhalb der Integrationsgrenzen liegen, so könnte man das Integral in entsprechende Teilintegrale zerlegen. Da die Berechnung der Nullstellen aufwendig ist, bietet es sich an, den Integrationsfehler zu kontrollieren, indem man jedes Integral einmal für das komplette Intervall und einmal als Summe zweier gleich großer Teilintervalle berechnet. Beides sollte, sofern die Funktion im Intervall hinreichend gutartig ist, also keine Unstetigkeiten enthält, zum beinahe gleichen Ergebnis führen. Falls nicht, wird die Integration weiter rekursiv in Teilintervalle zerlegt, bis der Fehler hinreichend klein ist. Diese Vorgehensweise ist auch in Hinblick auf den generellen numerischen Fehler von Vorteil, also auch dann, wenn keine Unstetigkeiten vorliegen.

## Verifizierung anhand einer ruhenden Ladung

Der im vorangegangenen Abschnitt hergeleitete Algorithmus wird zunächst anhand einfacher Spezialfälle mit bekannten analytischen Lösungen verifiziert. Der einfachste Fall ist das elektrische Feld einer ruhenden Einheitsladung. Abbildung 2.55 zeigt das numerisch berechnete Feld einer solchen Ladung in einem Gebiet von  $2 \times 2 \mu\text{m}^2$ . Daneben ist in Abbildung 2.56 die hundertfach verstärkte Differenz zum Feld dargestellt,

welches mit dem Coulombgesetz ermittelt wurde. Der numerische Fehler kann durch eine andere Wahl der Puffer-Größe weiter verringert werden. Da dadurch allerdings der Rechen- und Speicheraufwand ansteigt, ist dieses nur in begrenztem Umfang möglich.



**Abbildung 2.55:** Numerisch berechnetes Feld einer ruhenden positiven Einheitsladung.

Die Simulation erfolgte unter Linux, wobei zur Darstellung der Feldlinien die Bibliothek [Cairo](#) verwendet wurde. Es muss im Übrigen erwähnt werden, dass die numerische Berechnung der Felder nur für einen hinreichend gefüllten Puffer gute Ergebnisse liefert. Das heißt, es müssen erst einige Zeitschritte vergehen, bevor das Integral der Formel (2.284) genügend weit in die Vergangenheit reicht.

### Das Feld einer schnell bewegten Ladung

Eine wesentlich interessantere Fragestellung als die eben untersuchte ist, welche Form das Feld einer Einheitsladung aus Sicht eines Empfängers

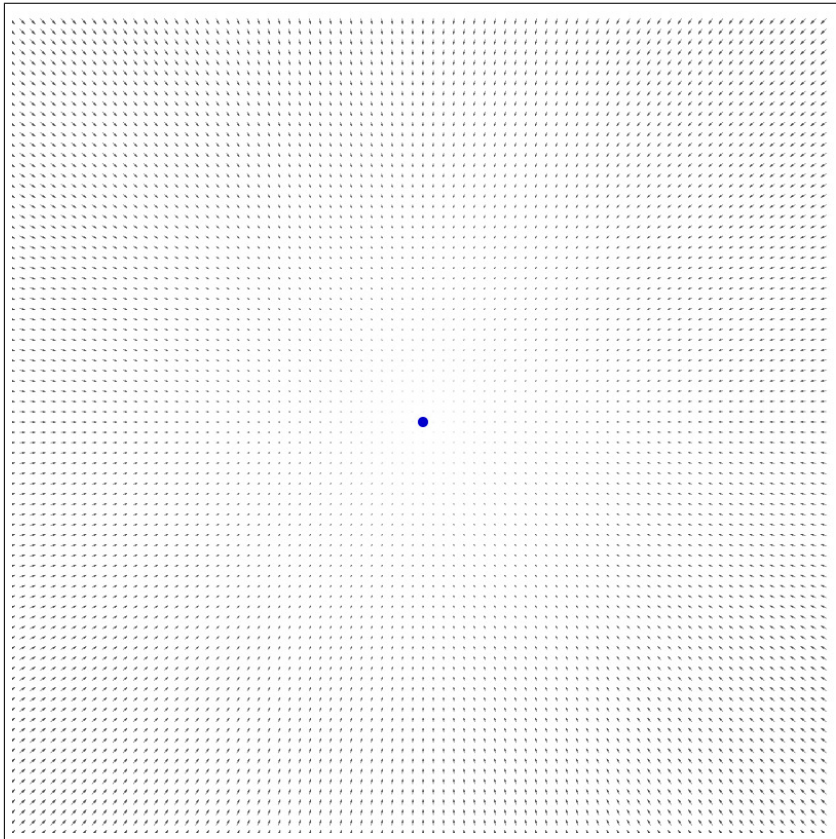
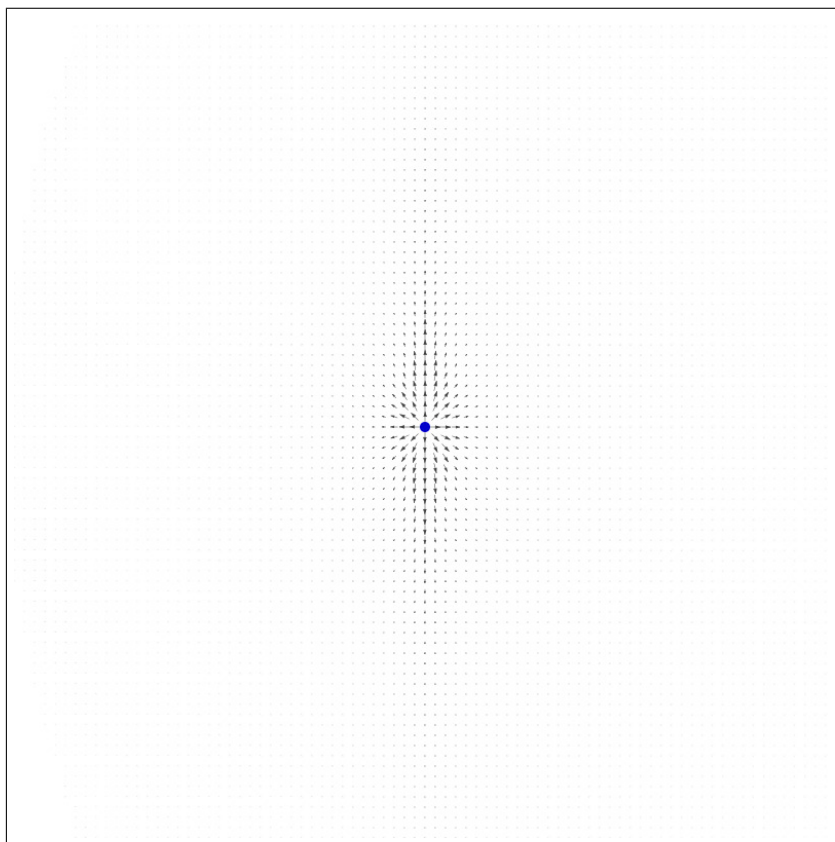


Abbildung 2.56: Das hundertfach verstärkte Residuum.

hat, der sich beinahe mit Lichtgeschwindigkeit bewegt. In der maxwell-schen Elektrodynamik bleibt diese Frage offen. Im Rahmen der Quantinotheorie kann sie allerdings sogar analytisch beantwortet werden, da mit Formel (2.297) für den unbeschleunigten Fall ein Weg zur Berechnung des Feldes für beliebige Relativgeschwindigkeiten kleiner  $c$  gegeben ist. Abbildung 2.57 zeigt das Feld einer ruhenden Einheitsladung aus Sicht eines sich mit der Geschwindigkeit  $0.99c$  nach rechts bewegenden Empfängers. Das gleiche Feld erhält man, wenn man eine analytische Berechnung durchführt.

Wie zu sehen ist, verliert das Feld durch die hohe Geschwindigkeit des Empfängers seine kreisrunde Form und wird stattdessen linsenförmig. Dieser Effekt verstärkt sich, je weiter die Geschwindigkeit zunimmt. Im Grenzfall, also wenn der Empfänger die Lichtgeschwindigkeit erreicht, verschwindet das Feld völlig. Dieses hat entscheidende Auswirkungen, denn es zeigt, dass es grundsätzlich unmöglich ist, eine elektrische Ladung mittels einer **ruhenden** Anordnung, wie zum Beispiel einem Teil-



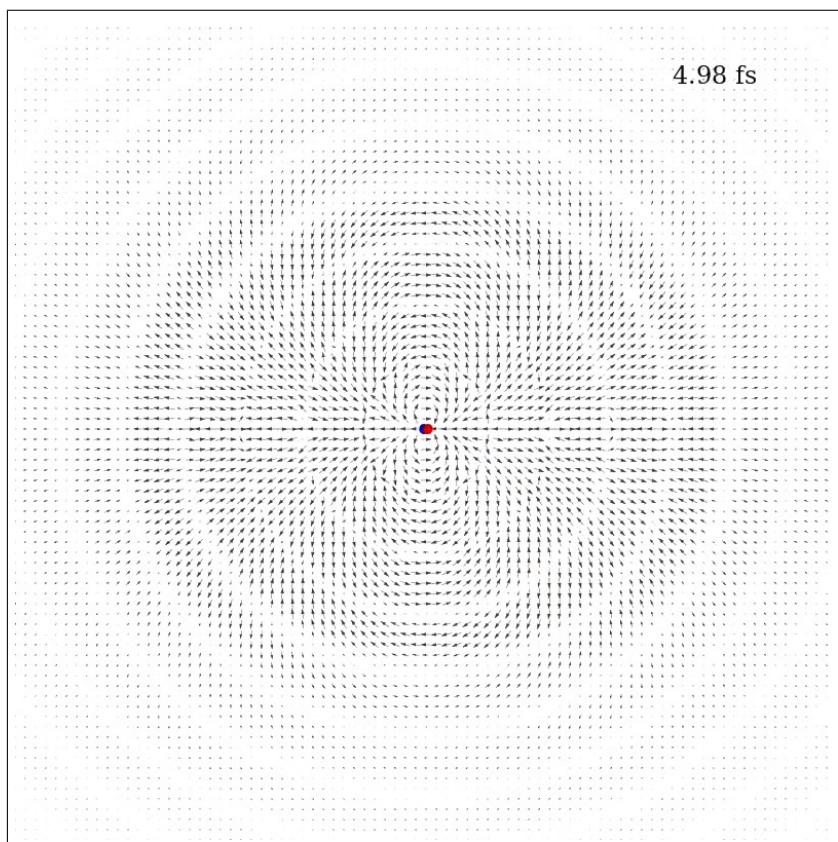
**Abbildung 2.57:** Numerisch berechnetes Feld einer positiven Einheitsladung aus Sicht eines sich mit der Geschwindigkeit  $0.99c$  in  $x$ -Richtung bewegenden Empfängers.

chenbeschleuniger, auf Überlichtgeschwindigkeit zu bringen. Der Effekt wird im Abschnitt [2.6.7](#) anschaulich und ausführlich beschrieben.

### Das Feld eines strahlenden Dipols

In den vorangegangenen beiden Beispielen wurden statische Felder berechnet. Der Algorithmus ist jedoch nicht auf solche begrenzt, sondern eignet sich ganz im Gegenteil vor allem für dynamische Analysen. [Abbildung 2.58](#) zeigt die Ausbreitung des elektrischen Feldes eines aus zwei Einheitsladungen bestehenden Dipols, der bis zum Zeitpunkt  $t = 0$  ruht. Da die Einheitsladungen entgegengesetzte Vorzeichen haben, neutralisieren sie sich bis zum Start der Berechnung perfekt. Von der Wirkung her kann der umgebende Raum daher bis zum Zeitpunkt  $t = 0$  als quantinofrei angesehen werden. Durch die Schwingung kommt es für  $t > 0$  zu Dichteschwankungen, die sich dann in Form eines sich mit Lichtge-



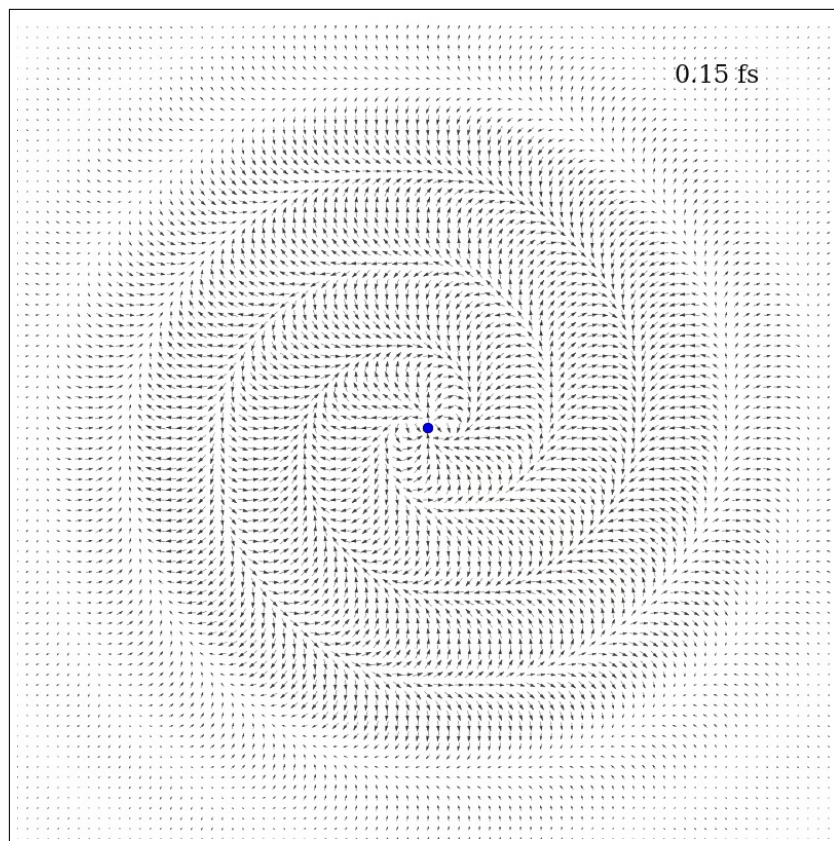


**Abbildung 2.58:** Der Dipol beginnt zum Zeitpunkt 0 mit einer Frequenz von einem Peta-Hertz (UV-Licht) zu schwingen.

schwindigkeit ausbreitenden elektrischen Feldes bemerkbar machen. In der Animation gut zu sehen ist, wie sich das Feld von Wellenfront zu Wellenfront umpolt. Interessant ist ebenfalls, dass sich in der Nähe des Dipols das vom statischen Dipol her bekannte typische Dipolfeld zeigt. Dies führt zu Longitudinalwellen (x-Achse), als auch zu Transversalwellen (y-Achse). Da keine weiteren Dipole vorhanden sind, breiten sich beide Wellentypen gleichmäßig in alle Richtungen aus. Die Amplitude der Schwingung verringert sich aus diesem Grund proportional zum Quadrat des Abstandes.

Auch zu diesem Feld existiert eine analytische Näherungslösung. Ein Vergleich mit [Abbildung 2.52](#) zeigt, dass das Ergebnis der numerischen Berechnung gut mit dem theoretisch ermittelten Verhalten übereinstimmt.

## Das Feld beim Bohrschen Atommodell

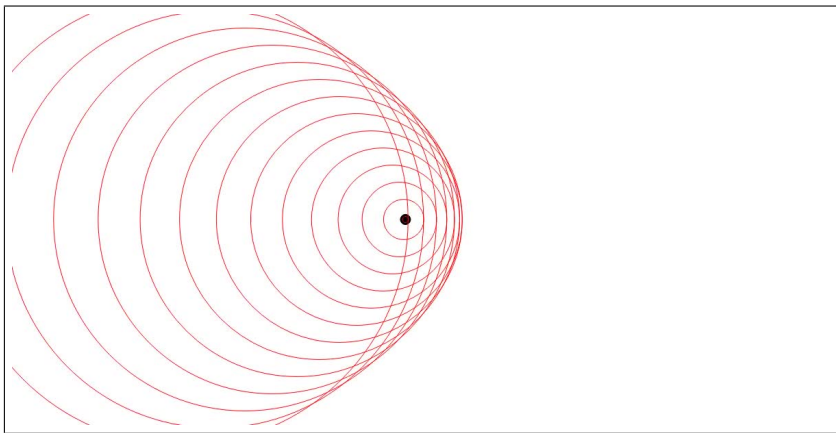


**Abbildung 2.59:** Das Feld beim Bohrschen Atommodell. Die Zeichenfläche hat eine Größe von 200 mal 200 nm.

Das Feld des Hertzschen Dipols ist bereits gut aus der klassischen Elektrodynamik bekannt. Weniger bekannt dürfte das Feld sein, welches man im Bohrschen Atommodell erhalten würde, wenn dieses denn korrekt wäre. Da die Anordnung als starrer, rotierender Dipol angesehen werden kann, die Ausbreitung der Kraft aber durch die Lichtgeschwindigkeit begrenzt wird, sollte das Feld diesmal spiralförmig erscheinen. [Abbildung 2.59](#) zeigt das Ergebnis der numerischen Berechnung. Das Elektron umkreist das Proton im Abstand von ca.  $5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ . Wie erwartet, ist das resultierende Feld spiralförmig. Die Wellenlänge der abgegebenen Strahlung entspricht der Umlaufzeit des Elektrons (etwa  $0.15 \text{ fs}$ ) mal der Lichtgeschwindigkeit, also ca.  $45 \text{ nm}$ , was weicher Röntgenstrahlung entspricht.

## 2.8 Die Entstehung der Trägheit

Die Tatsache, dass sich die schwere Masse als [Effekt der elektrischen Kraft](#) erklären lässt, führt automatisch zu der Frage, wodurch die träge Masse entsteht und weshalb diese - zumindest bei normaler, ungeladener und langsamer Materie - zur schweren Masse äquivalent ist. Es wurde [bereits erwähnt](#), dass eine Ladung, sofern sie beschleunigt wird, mit ihren selbst emittierten Quantinos in Wechselwirkung treten muss.



**Abbildung 2.60:** Wenn eine Quelle beschleunigt wird, holt sie ihre eigenen Quantinos wieder ein. Es entsteht eine Selbstwechselwirkung, also eine Kraft, die der Beschleunigung entgegengerichtet ist.

Die [Abbildung 2.60](#) zeigt dieses anhand einer animierten Skizze. Wie zu erkennen ist, ändert sich durch eine Beschleunigung die relative Geschwindigkeit der Quelle zu den Quantinos, die sie selbst zuvor ausgesendet hat. Dieses führt dazu, dass der Ladung ein kleiner Teil des eigenen Quantinofeldes entgegen kommt. Dabei muss nach den Regeln der Quantinotheorie eine Kraftwirkung auftreten, welche überdies der Beschleunigungsrichtung immer genau entgegen gerichtet ist, da die eigenen Quantinos einerseits immer das gleiche Vorzeichen haben, wie die Quellladung selbst und andererseits genau aus der Richtung zu kommen scheinen, in die beschleunigt wird.

Es lässt sich also festhalten, dass in der Quantinotheorie eine jede beschleunigte elektrische Ladung eine Kraft wahrnehmen muss, die der Beschleunigung genau entgegen gerichtet ist. Das lässt sich auch mathematisch untermauern.



### 2.8.1 Der Quantinoeigendruck

Wir betrachten eine Einheitsladung, welche linear in x-Richtung beschleunigt wird. Für die Bahnkurve linear beschleunigter Objekte  $\vec{r}$  gilt ganz allgemein

$$\vec{r}(t) = \vec{e}_x \left( x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \right). \quad (2.380)$$

Dabei ist  $x_0$  der Ort an dem sich das Objekt zum Zeitpunkt  $t = 0$  befindet und  $v_0$  die Geschwindigkeit in diesem Augenblick.  $a$  steht für die konstante Beschleunigung.

Gesucht ist der Quantinodruck (2.284) der beschleunigten Einheitsladung zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t \geq 0$  auf sich selbst. Um diesen berechnen zu können, werden die Geschwindigkeiten (2.280) und (2.281) benötigt. Da in diesem speziellen Fall Quelle und Empfänger der Quantinos gleich sind, gilt  $\vec{r}_s(t) = \vec{r}_d(t) = \vec{r}(t)$ . Das heißt

$$\vec{w}(\tau) = \frac{\vec{r}(t) - \vec{r}(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}(\tau) \quad (2.381)$$

und

$$\vec{u}(\tau) = \frac{\vec{r}(t) - \vec{r}(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}(t). \quad (2.382)$$

Durch Einsetzen der Bahnkurve (2.380) folgt

$$\vec{w}(\tau) = \frac{1}{2} a (t - \tau) \vec{e}_x \quad (2.383)$$

und

$$\vec{u}(\tau) = -\frac{1}{2} a (t - \tau) \vec{e}_x = -\vec{w}(\tau). \quad (2.384)$$

Dies kann nun in die Formel des Quantinodrucks (2.284) eingesetzt werden. Wegen  $\vec{u}(\tau) = -\vec{w}(\tau)$  gilt zunächst

$$\vec{\mathcal{P}}_{e,i} = -\vec{e}_x \frac{a_c m_{pho}}{8\pi} \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma(w(\tau)) \Gamma_0^c(w(\tau))}{(t - \tau)^3} d\tau. \quad (2.385)$$

Die Gleichung (2.380) beschreibt eine Parabel. Für  $t = -v_0/a$  ist die Geschwindigkeit der Einheitsladung Null. Zu diesem Zeitpunkt kehrt sich ihre Bewegungsrichtung um. Für hinreichend kleine  $a$  liegt dieser Zeitpunkt aber weit genug in der Vergangenheit um ignoriert zu werden. Das Integral (2.385) wird damit zu

$$\vec{\mathcal{P}}_{e,i} = -\vec{e}_x \frac{a_c m_{pho}}{8\pi} \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma(w(\tau))}{(t-\tau)^3} d\tau. \quad (2.386)$$

Im nächsten Schritt verwenden wir die Gleichungen (2.250) und (2.383) und erhalten

$$\vec{\mathcal{P}}_{e,i} = -\vec{e}_x \frac{a_c m_{pho}}{16\pi} \Gamma_1 a \int_{-\infty}^t \frac{1}{(t-\tau)^2} d\tau. \quad (2.387)$$

Dieses Integral divergiert. Dies ist eine Folge der aufgrund der mathematischen Modellierung entstandenen Singularität der Quantinodichte am Ort der Einheitsladung. Um trotzdem weiterrechnen zu können formen wir Gleichung (2.387) um und schreiben

$$\vec{\mathcal{P}}_{e,i} = -\vec{e}_x \frac{a_c m_{pho}}{16\pi} \Gamma_1 a \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{t-\Delta t} \frac{1}{(t-\tau)^2} d\tau. \quad (2.388)$$

Die Lösung des Integrals lautet

$$\vec{\mathcal{P}}_{e,i} = -\vec{e}_x \frac{a_c m_{pho}}{16\pi} \Gamma_1 a \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t}, \quad (2.389)$$

wobei der Limes-Term gegen unendlich strebt. In der physikalischen Realität dürfte der Term aber stattdessen einer endlichen Konstante entsprechen, da  $\Delta t$  wegen des endlichen Durchmessers der Einheitsladung nicht exakt Null sein kann. Das bedeutet, dass eine beschleunigte Einheitsladung eine Art „Quantinogewind“

$$\vec{\mathcal{P}}_{e,i} = -\kappa_i \vec{a} \quad (2.390)$$

wahrnimmt, welcher direkt proportional zur Beschleunigung ist. Die Proportionalitätskonstante  $\kappa_i$  ist allerdings unbekannt und hängt von den Details der Nahfeldwechselwirkungsphysik einer Einheitsladung mit dem eigenen Quantinofeld ab.

## 2.8.2 Die Grundgleichung der Mechanik

Bis hierher wurde gezeigt, dass eine beschleunigte Ladungen einen bremsenden „Quantinogegenwind“ wahrnimmt. Der Umstand, dass eine Ladung überhaupt beschleunigt ist, impliziert aber, dass ein äußerer Quantinodruck  $\vec{\mathcal{P}}_{e,o}$  vorhanden ist. Ohne diesen äußeren Quantinodruck gäbe es nämlich keine Beschleunigung und damit wiederum keinen Quantinogegendruck. Beschleunigung, äußerer Quantinodruck und Quantinogegendruck befinden sich bei einer gleichförmigen Beschleunigung also in einer Art Gleichgewichtszustand.

Wir wollen nun annehmen, dass ohne den zuvor erläuterten Quantinogegendruck-Effekt jeder noch so kleine Quantinodruck zu einer sehr großen Beschleunigung führen würde. Alle Objekte würden sich damit so verhalten, als ob sie trägheitslos wären. Dieser Zusammenhang lässt sich mathematisch durch

$$\vec{a} = \frac{1}{\kappa_e} \vec{\mathcal{P}}_e \quad \text{mit} \quad \kappa_e \rightarrow 0 \quad (2.391)$$

ausdrücken.

Der Gesamtquantinodruck  $\vec{\mathcal{P}}_e$  ist die Summe aus dem äußerem Quantinodruck  $\vec{\mathcal{P}}_{e,o}$ , der die Ladung beschleunigt, und dem Quantinogegendruck  $\vec{\mathcal{P}}_{e,i}$ , d.h.

$$\vec{a} = \frac{1}{\kappa_e} \left( \vec{\mathcal{P}}_{e,o} + \vec{\mathcal{P}}_{e,i} \right) = \frac{1}{\kappa_e} \left( \vec{\mathcal{P}}_{e,o} - \kappa_i \vec{a} \right). \quad (2.392)$$

Durch Umformen gelangen wir zu

$$\vec{a} = \frac{1}{\kappa_e + \kappa_i} \vec{\mathcal{P}}_{e,o}. \quad (2.393)$$

Und da  $\kappa_e$  gegen Null geht, folgt

$$\vec{a} = \frac{1}{\kappa_i} \vec{\mathcal{P}}_{e,o}. \quad (2.394)$$

Da aber der Quantinodruck mit Hilfe der Formel (2.309) immer in eine Kraft umgerechnet werden kann, lässt sich dass auch zu

$$\vec{F}_o = m \vec{a} \quad \text{mit} \quad m := \frac{\kappa_i \sigma_e q^2}{e^2} \quad (2.395)$$

umformen. Damit ist gezeigt, dass eine endliche äußere Kraft auch eine endliche Beschleunigung verursacht und dass der Quantinogegendruck-Effekt zu einer Art Trägheit führt, welche die Reaktion auf ein Ungleichgewicht im äußeren Quantinofeld begrenzt.

Des Weiteren wird deutlich, dass ein gleichförmig beschleunigtes Objekt **lokal** kein Ungleichgewicht im Quantinofeld feststellen kann. Setzt man nämlich Gleichung (2.394) in die Gleichung (2.390) ein, so erhält man

$$\vec{\mathcal{P}}_{e,i} = -\vec{\mathcal{P}}_{e,o} \quad \text{oder} \quad \vec{\mathcal{P}}_{e,i} + \vec{\mathcal{P}}_{e,o} = 0. \quad (2.396)$$

Das bedeutet, dass ein gleichförmig beschleunigter Körper in einem homogenen Kraftfeld immer den Eindruck hat, als ob auf ihn keinerlei Kräfte einwirken. Diese Aussage entspricht dem [Äquivalenzprinzip der Allgemeinen Relativitätstheorie](#).

### 2.8.3 Gegenseitige Trägheitskompensation bei extrem dicht benachbarten Ladungen

In Abschnitt 2.8 wurde gezeigt, dass eine einzelne Einheitsladung auf sich selbst eine Kraft ausübt, wenn sie durch eine äußere Kraft beschleunigt wird. Es liegt nahe sich zu fragen, was geschieht, wenn sich zwei Ladungen exakt am gleichen Ort aufhalten.

Zunächst zeigt Formel (2.395), dass die träge Masse  $m$  proportional zum Quadrat(!) der Gesamtladung  $q$  an einem bestimmten Raumpunkt ist. Weiterhin zeigt die Gleichung, dass zwei gleich große Ladungsmengen mit unterschiedlichem Vorzeichen, die sich exakt am gleichen Ort aufhalten, zusammen keine träge Masse haben. Die Ladungen kompensieren sich also in einem solchen Fall vollständig, also nicht nur nach außen hin und untereinander, sondern auch nach innen. Das bedeutet, dass an dieser Stelle die Grenzen der klassischen Physik überschritten werden. Erst wenn sich die Ladungen etwas voneinander entfernen, treten wieder Kräfte untereinander und auf sich selbst auf.

# Kapitel 3

## Anhang

### 3.1 Spezielle Relativitätstheorie

#### 3.1.1 Lorentztransformation

Mit der Lorentztransformation ([Lehner, 2004] Seite 635, Formel A.6.26)

$$\vec{r}' = \vec{r} + (\gamma(v) - 1) \vec{r} \cdot \vec{v} \frac{\vec{v}}{v^2} - \gamma(v) \vec{v} t \quad (3.1)$$

$$t' = \gamma(v) \left( t - \frac{1}{c^2} \vec{r} \cdot \vec{v} \right) \quad (3.2)$$

lässt sich berechnen, wie ein sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  gleichförmig bewogender Beobachter die Koordinaten eines **punktförmigen** Objektes aus seiner Perspektive wahrnimmt. Die Lorentztransformation besagt, dass sich für ihn das Objekt zum Zeitpunkt  $t'$  am Ort  $\vec{r}'$  befindet.

#### 3.1.2 Lorentzkontraktion

Möchte man die Koordinaten von zwei punktförmigen Objekten  $\vec{r}_1$  und  $\vec{r}_2$  mit der Lorentztransformation in ein anderes Bezugssystem übertragen,

so ist wichtig zu berücksichtigen, dass die Gleichung (3.1) Ortskoordinaten im bewegten Bezugssystem liefert, die vom Zeitpunkt her nicht zueinander passen. Möchte man die Ortskoordinaten zum gleichen Zeitpunkt, so kann man ohne Einschränkung der Allgemeinheit den Zeitpunkt  $t'$  in Gleichung (3.2) null setzen und nach  $t$  auflösen. Daraus folgt

$$t = \frac{1}{c^2} \vec{r} \cdot \vec{v} \quad (3.3)$$

was dann Eingesetzt in Gleichung (3.1) zu

$$\vec{r}' = \vec{r} + \left( (\gamma(v) - 1) \frac{\vec{v}}{v^2} - \gamma(v) \frac{\vec{v}}{c^2} \right) \vec{r} \cdot \vec{v} \quad (3.4)$$

führt.

Wie man durch Einsetzen überprüfen kann folgt daraus

$$\|\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2\| = \sqrt{\|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|^2 - \left( \frac{\vec{v} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{c} \right)^2} \quad (3.5)$$

Für den Spezialfall, dass  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$  parallel zur Geschwindigkeit  $\vec{v}$  ausgerichtet ist, gilt  $\vec{v} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = v \|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|$  und man erhält

$$\|\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2\| = \frac{1}{\gamma(v)} \|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|. \quad (3.6)$$

Dies bezeichnet man als Lorentzkontraktion, da für  $v \rightarrow c$  der Vorfaktor gegen Null geht. Falls aber der Vektor  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$  senkrecht zur Geschwindigkeit  $\vec{v}$  ausgerichtet ist, gibt es keine Lorentzkontraktion und es folgt einfach

$$\|\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2\| = \|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|. \quad (3.7)$$

### 3.1.3 Additionstheorem

Falls sich ein punktförmiges Objekt mit der Geschwindigkeit  $\vec{u}$  gleichförmig bewegt, so hat dieses Objekt in einem mit  $\vec{v}$  gleichförmig bewegten Bezugssystem die Geschwindigkeit

$$\vec{u}' = \frac{c^2}{c^2 - \vec{u} \cdot \vec{v}} \left( \frac{1}{\gamma(v)} \vec{u} + \left( 1 - \frac{1}{\gamma(v)} \right) \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{v^2} \vec{v} - \vec{v} \right). \quad (3.8)$$

Dieses Ergebnis erhält man durch Berechnung von

$$\vec{u}' := \frac{d\vec{r}'}{dt} \left( \frac{dt'}{dt} \right)^{-1} = \frac{d\vec{r}'}{dt'} \quad (3.9)$$

und durch Einsetzen der Lorentztransformation (3.1) und (3.2). Die Gleichung (3.8) bezeichnet man als inverses relativistisches Additionstheorem für Geschwindigkeiten.

## 3.2 Die Intervallfunktion

### 3.2.1 Definition

Die Intervallfunktion ist durch

$$\mathbb{I}_{\begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix}}(x) := \begin{cases} 1, & a \leq x < b \\ -1, & b \leq x < a \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.10)$$

definiert [Kühn, 2010]. Sie eignet sich hervorragend zur kompakten Darstellung stückweise definierter Funktionen, wie z.B. Splines. Auch für das Rechnen mit Dirac-Funktionen ist sie recht hilfreich, da die Ausblendeigenschaft formal nur für die Integrationsgrenzen von Minus- bis Plus-Unendlich definiert ist. Die Intervallfunktion ermöglicht ein Herausziehen andersartiger Integrationsgrenzen und damit eine formale Lösung von Ausdrücken der Form  $\int_a^b f(x)\delta(x-y) dy$  denn es gilt:

$$\int_a^b f(x)\delta(x-y) dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{I}_{\begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix}}(x) f(x) \delta(x-y) dy = \mathbb{I}_{\begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix}}(y) f(y) \quad (3.11)$$

### 3.2.2 Eigenschaften

$$\mathbb{I}_{\begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix}}(x) = -\mathbb{I}_{\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}}(x) \quad (3.12)$$

Für beliebige reelle Zahlen  $c \neq 0$  gilt

$$\frac{b}{a}(x)^c = \frac{b}{a}(x) \quad (3.13)$$

$$\operatorname{sgn}(x) = 2 \frac{\infty}{0}(x) - 1 \quad (3.14)$$

### 3.2.3 Alternative Definitionen

Ein alternative Definition der Intervallfunktion ist

$$\frac{b}{a}(x) := \Theta(x - a) - \Theta(x - b) \quad (3.15)$$

wobei  $\Theta(x)$  die [Heaviside-Funktion](#) ist.

Man kann die Intervallfunktion auch durch eine stetige Funktion approximieren:

$$\frac{b}{a}(x) \approx e^{-\left(\frac{a+b-2x}{a-b}\right)^{2s}} \quad (3.16)$$

Für eine große natürliche Zahl  $s$  entspricht diese Näherung sehr gut der Intervallfunktion.

## 3.3 Einschlagsgeschwindigkeit

Angenommen, ein bewegtes Objekt wird zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  von einem anderen Objekt getroffen. Die Einschlagsgeschwindigkeit beider Objekte beträgt dann gegenseitig

$$u = \left\| \dot{\vec{r}}_1(t) - \dot{\vec{r}}_2(t) \right\|, \quad (3.17)$$

Dabei ist  $\dot{\vec{r}}_1(t)$  und  $\dot{\vec{r}}_2(t)$  die jeweilige Momentangeschwindigkeit eines Objektes zum Zeitpunkt  $t$ . Für jeden beliebigen Zeitpunkt  $\tau < t$  gilt



deshalb auch

$$u = \frac{\left\| \left( \dot{\vec{r}}_1(t) - \dot{\vec{r}}_2(t) \right) (t - \tau) \right\|}{t - \tau}. \quad (3.18)$$

Da beide Objekte zum Zeitpunkt  $t$  zusammenstoßen gilt natürlich  $\vec{r}_1(t) = \vec{r}_2(t)$  oder anders ausgedrückt

$$\vec{r}_1(t) - \vec{r}_2(t) = 0. \quad (3.19)$$

Aus diesem Grund lässt sich Formel (3.18) zu

$$u = \frac{\left\| \left( \vec{r}_1(t) - \vec{r}_2(t) \right) - \left( \dot{\vec{r}}_1(t) - \dot{\vec{r}}_2(t) \right) (t - \tau) \right\|}{t - \tau}. \quad (3.20)$$

erweitern. Das kann man wiederum zu

$$u = \frac{\left\| \left( \vec{r}_1(t) - \dot{\vec{r}}_1(t)(t - \tau) \right) - \left( \vec{r}_2(t) - \dot{\vec{r}}_2(t)(t - \tau) \right) \right\|}{t - \tau} \quad (3.21)$$

umformen.

Wenn sich nun das zweite Objekt immer mit konstanter Geschwindigkeit  $\dot{\vec{r}}_2(t) = \vec{w}$  bewegt, so gilt

$$\vec{r}_2(t) = \vec{r}_2(\tau) + \dot{\vec{r}}_2(t)(t - \tau) = \vec{r}_2(\tau) + \vec{w}(t - \tau), \quad (3.22)$$

d.h.

$$\vec{r}_2(t) - \dot{\vec{r}}_2(t)(t - \tau) = \vec{r}_2(\tau). \quad (3.23)$$

Wenn man das in Formel (3.21) einsetzt erhält man

$$u = \frac{\left\| \vec{r}_1(t) - \dot{\vec{r}}_1(t)(t - \tau) - \vec{r}_2(\tau) \right\|}{t - \tau}. \quad (3.24)$$

Da  $t - \tau$  immer größer Null ist, kann man die Betragsbildung auch auf den Term unter dem Bruchstrich ausdehnen und anschließend kürzen. Dadurch folgt

$$u = \left\| \frac{\vec{r}_1(t) - \vec{r}_2(\tau)}{t - \tau} - \dot{\vec{r}}_1(t) \right\| \quad (3.25)$$

was genau dem entspricht, was zu zeigen war.

### 3.4 Kraft und verallgemeinertes Potential

Es soll bewiesen werden, dass für jede Kraft  $\vec{F}$ , für welche die Energieerhaltung gilt, die Gleichung

$$\vec{F} = -\dot{V} \frac{\vec{r}}{r \dot{r}} \quad (3.26)$$

erfüllt ist. Bei  $V$  handelt es sich um die zugehörige potentielle Energie und bei  $r = \sqrt{\vec{r} \cdot \vec{r}}$  um den Abstand zwischen Quelle und Ziel.

Bevor wir beginnen, benötigen wir einen Zwischenschritt. Für einen beliebigen zeitveränderlichen Vektor  $\vec{a}$  berechnen wir

$$\dot{a} = \frac{d}{dt} \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \frac{2 \vec{a} \cdot \dot{\vec{a}}}{2 \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}} = \frac{\vec{a} \cdot \dot{\vec{a}}}{a} \quad (3.27)$$

Anschließend multiplizieren wir beide Seiten mit  $a$  und gelangen zu

$$\vec{a} \cdot \dot{\vec{a}} = a \dot{a}. \quad (3.28)$$

Damit lässt sich nun die Formel (3.26) beweisen. Dazu multiplizieren wir zunächst beide Seiten mit  $\dot{\vec{r}}$ . Es folgt

$$\vec{F} \cdot \dot{\vec{r}} = -\dot{V} \frac{\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}}{r \dot{r}}. \quad (3.29)$$

Wegen Gleichung (3.28) gilt  $\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}} = r \dot{r}$ . Damit vereinfacht sich Gleichung (3.29) zu

$$\vec{F} \cdot \dot{\vec{r}} = -\dot{V}. \quad (3.30)$$

Nun setzen wir für  $\vec{F}$  die Grundgleichung der Mechanik  $\vec{F} = m \ddot{\vec{r}}$  ein und gelangen so zu

$$m \ddot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} = -\dot{V}. \quad (3.31)$$

Wegen Gleichung (3.28) gilt weiterhin  $\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} = \dot{r} \ddot{r}$ . Das eingesetzt ergibt

$$m \ddot{r} \cdot \dot{r} = -\dot{V}. \quad (3.32)$$

Links steht nun die Ableitung  $\dot{T}$  der kinetischen Energie

$$T = \frac{1}{2} m \dot{r}^2, \quad (3.33)$$

d.h. wir sind zu

$$\dot{T} = -\dot{V} \quad (3.34)$$

gelangt. Das aber entspricht dem Energieerhaltungssatz  $T + V = \text{const}$ , also einer wahren Aussage, womit die Formel (3.26) bewiesen ist.

### 3.5 Formelzeichen und Konstanten

Symbol	Beschreibung	in SI-Einheiten	Einheit
$\vec{A}$	Vektorpotential	kg m/(A s <sup>2</sup> )	V s/m
$\vec{A}$	Laplace-Runge-Lenz-Vektor	kg <sup>2</sup> m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup>	kg <sup>2</sup> m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup>
$\vec{a}, \vec{r}$	Beschleunigung	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>
$\vec{B}$	Magnetische Flussdichte	kg/(A s <sup>2</sup> )	T
$C$	Elektrische Kapazität	(A <sup>2</sup> s <sup>4</sup> )/(kg m <sup>2</sup> )	F
$\vec{d}$	elektrisches Dipolmoment	A s m	C m
$\vec{E}$	Elektrische Feldstärke	kg m/(A s <sup>3</sup> )	V/m
$\mathcal{E}$	Gesamtenergie	kg m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	J
$\varepsilon$	Permittivität	A <sup>2</sup> s <sup>4</sup> /(kg m <sup>3</sup> )	A s/(V m)
$\vec{F}$	Kraft	kg m/s <sup>2</sup>	N
$f$	Frequenz	1/s	Hz
$I$	elektrischer Strom	A	A
$J$	Trägheitsmoment	kg m <sup>2</sup>	kg m <sup>2</sup>
$\vec{j}$	elektrische Stromdichte	A/m <sup>2</sup>	A/m <sup>2</sup>
$\vec{L}$	Drehimpuls	kg m <sup>2</sup> /s	kg m <sup>2</sup> /s
$\lambda$	Wellenlänge	m	m
$\lambda$	Linienladungsdichte	A s/m	C/m
$M$	schwere Masse	kg	kg
$m$	träge Masse	kg	kg
$\vec{\mu}$	magnetisches Dipolmoment	A m <sup>2</sup>	A m <sup>2</sup>
$\omega$	Kreisfrequenz	1/s	Hz
$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit	rad/s	rad/s

$P$	Leistung	$\text{kg m}^2/\text{s}^3$	W
$P$	Druck	$\text{kg}/(\text{m s}^2)$	Pa
$\vec{P}$	Quantinodruck	$\text{kg}/(\text{m s}^2)$	Pa
$\vec{p}$	Impuls	$\text{kg m/s}$	N s
$\varphi$	Elektrisches Potential	$\text{kg m}^2/(\text{A s}^3)$	V
$q, Q$	elektrische Ladung	A s	C
$\vec{r}$	Ortsvektor	m	m
$\rho$	Massendichte	$\text{kg}/\text{m}^3$	$\text{kg}/\text{m}^3$
$T$	Kinetische Energie	$\text{kg m}^2/\text{s}^2$	J
$t, \tau$	Zeit, Zeitdauer	s	s
$\Theta$	Temperatur	K	K
$U$	elektrische Spannung	$\text{kg m}^2/(\text{A s}^3)$	V
$V$	Potentielle Energie	$\text{kg m}^2/\text{s}^2$	J
$V$	Volumen	$\text{m}^3$	$\text{m}^3$
$\vec{v}, \vec{u}, \vec{w}$	Geschwindigkeit	m/s	m/s
$W$	mechanische Arbeit	$\text{kg m}^2/\text{s}^2$	J

# Literaturverzeichnis

- [Aldo Antognini 2018] ALDO ANTOGNINI, Klaus Kirch Andreas Knecht Derrick C. Mancini James D. Phillips Thomas J. Phillips Robert D. Reasenberg Thomas J. Roberts Anna S.: Studying Antimatter Gravity with Muonium. In: *Atoms* (2018). – URL <https://arxiv.org/pdf/1802.01438.pdf>
- [Anonymous 2018] ANONYMOUS: *Advances in Weber and Maxwell Electrodynamics*. Amazon Fulfillment, 2018
- [Assis 1990] ASSIS, André Koch T.: Deriving Ampere’s Law from Weber’s Law. In: *Hadronic Journal* 13 (1990), S. 441–451. – URL [https://www.ifi.unicamp.br/~assis/Hadronic-J-V13-p441-451\(1990\).pdf](https://www.ifi.unicamp.br/~assis/Hadronic-J-V13-p441-451(1990).pdf)
- [Assis 1992] ASSIS, André Koch T.: Deriving Gravitation from Electromagnetism. In: *Canadian Journal of Physics* (1992). – URL [https://www.ifi.unicamp.br/~assis/Can-J-Phys-V70-p330-340\(1992\).pdf](https://www.ifi.unicamp.br/~assis/Can-J-Phys-V70-p330-340(1992).pdf)
- [Assis 1994] ASSIS, André Koch T.: *Weber’s electrodynamics*. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1994. – ISBN ISBN 0-7923-3137-0
- [Bertozzi 1964] BERTOZZI, William: Speed and Kinetic Energy of Relativistic Electrons. In: *American Journal of Physics*, 32 (7): 551–555 (1964). – URL <https://doi.org/10.1119/1.1970770>
- [d’Inverno 1998] D’INVERNO, Ray: *Einführung in die Relativitätstheorie*. VCH Verlagsgesellschaft mbH, 1998 (ISBN 3-527-29073-7)
- [Dürr 2001] DÜRR, Detlef: *Bohmsche Mechanik als Grundlage der Quantenmechanik*. Springer, 2001 (ISBN 3-540-41378-2)

- [Feynman 1985] FEYNMAN, Richard P.: *QED - The Strange Theory of Light and Matter*. Princeton University Press, Princeton 1985, 1985
- [Harry Pfeifer 1997] HARRY PFEIFER, Herbert S.: *Grundlagen der Experimentalphysik*. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1997
- [Hertz 1887] HERTZ, Heinrich: Ueber sehr schnelle electrische Schwingungen. In: *Annalen der Physik* (1887), Nr. Band 267, Nummer 7. – URL [https://zs.thulb.uni-jena.de/servlets/MCRFileNodeServlet/jportal\\_derivate\\_00146629/18872670707\\_ftp.pdf](https://zs.thulb.uni-jena.de/servlets/MCRFileNodeServlet/jportal_derivate_00146629/18872670707_ftp.pdf)
- [J.J Hudson. 2011] J.J HUDSON., I.J. Smallman B.E. Sauer M.R. Tarbutt E.A. H.: Improved measurement of the shape of the electron. In: *Nature, Volume 473, Issue 7348, pp. 493-496 (2011)* (2011)
- [Kühn 2010] KÜHN, Steffen: *Stochastik Engineering - Berechnung, Entwicklung und Modellierung bei unsicherer Information*. Shaker Verlag, 2010 (ISBN 978-3-8322-9188-4)
- [Lehner 2004] LEHNER, Günther: *Elektromagnetische Feldtheorie*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2004 (ISBN 3-540-00998-1)
- [Leuchtmann 2005] LEUCHTMANN, Pascal: *Einführung in die elektromagnetische Feldtheorie*. Pearson Studium, 2005 (ISBN 3-8273-7144-9)
- [Maxwell 1865] MAXWELL, James C.: A dynamical theory of the electromagnetic field. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* (1865). – URL <http://rstl.royalsocietypublishing.org/content/155/459>
- [Motschmann 2015] MOTSCHMANN, Prof. Dr. U.: *Plasmaphysik - Skriptum zur Vorlesung*. 2015. – URL <https://www.tu-braunschweig.de/Medien-DB/theophys/plasmaskript.pdf>
- [Orear 1979] OREAR, Jay: *Physik*. Carl Hanser Verlag München Wien, 1979

- [O’Rahilly 1965] O’RAHILLY, A.: *Electromagnetic Theory: A Critical Examination of Fundamentals*. Dover Publications, 1965. – URL <http://archive.org/details/ElectrodynamicsORahilly>
- [Passon 2010] PASSON, Oliver: *Bohmsche Mechanik*. Verlag Harri Deutsch, 2010 (ISBN 978-3-8171-1856-4)
- [Resag 2017] RESAG, Jörg: *Feynman und die Physik: Leben und Forschung eines außergewöhnlichen Menschen*. Springer Berlin Heidelberg, 2017. – ISBN 9783662547977
- [S. P. Walborn und Monken 2000] S. P. WALBORN, S. P. ; MONKEN, C. H.: Double-slit quantum eraser. In: *Physical Review A, Volume 65* (2000). – URL <http://grad.physics.sunysb.edu/~amarch/Walborn.pdf>
- [Schmutzer 1989] SCHMUTZER, Ernst: *Grundlagen der theoretischen Physik I und II*. Wissenschaftsverlag Mannheim/Wien/Zürich, 1989 (ISBN 3-411-03145-X)
- [Siegmond Brandt 2005] SIEGMUND BRANDT, Hans Dieter D.: *Mechanik: Eine Einführung in Experiment und Theorie*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2005
- [Szostek 2018] SZOSTEK, Roman: Derivation Method of Numerous Dynamics in the Special Theory of Relativity. In: *www.researchgate.net* (2018). – URL [https://www.researchgate.net/publication/325258718\\_Derivation\\_method\\_of\\_numerous\\_dynamics\\_in\\_the\\_Special\\_Theory\\_of\\_Relativity](https://www.researchgate.net/publication/325258718_Derivation_method_of_numerous_dynamics_in_the_Special_Theory_of_Relativity)
- [Tiandho 2016] TIANDHO, Yuant: Weber’s Gravitational Force as Static Weak Field Approximation. In: *AIP Conference Proceedings* (2016). – URL <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.4941185>
- [Timm ] TIMM, Carsten: *Script: Theoretische Mechanik*. – URL [https://www.physik.tu-dresden.de/~timm/personal/teaching/mech\\_s14/Theoretische\\_Mechanik.pdf](https://www.physik.tu-dresden.de/~timm/personal/teaching/mech_s14/Theoretische_Mechanik.pdf)
- [Weber 1893] WEBER, Wilhelm E.: *Wilhelm Weber’s Werke (Band 3). Galvanismus und Elektrodynamik. Erster Teil*. Königliche Gesell-

schaft zu Göttingen, 1893. – URL <https://archive.org/stream/wilhelmweberswe02fiscgoog>

[Wesley 1990] WESLEY, James P.: Weber electrodynamics: part III. mechanics, gravitation. In: *Foundations of Physics Letters, Vol. J, No. 6* (1990). – URL [https://www.jamespaulwesley.org/Document\\_Files/Weber\\_Electrodynamics\\_Part\\_III\\_Mechanics\\_Gravitation\\_JP-Wesley.pdf](https://www.jamespaulwesley.org/Document_Files/Weber_Electrodynamics_Part_III_Mechanics_Gravitation_JP-Wesley.pdf)

[Will 1993] WILL, C.M.: *Theory and Experiment in Gravitational Physics*. Cambridge University Press, 1993