

Causes of river channel curvature

Baer's law and Einstein's tea leaf paradox are considered.

Introduction

A. Einstein has indicated the issue of river channel curvature in his article "The Cause of the Formation of Meanders in the Courses of Rivers and of the So-Called Baer's Law" http://ufn.ru/ufn56/ufn56_5/Russian/r565j.pdf.

The causes of the meanders are, of course, the effects of the forces that make them curved. It remains to be seen what these forces are.

Some of them are caused by the movement of the surface itself, while others are caused by the change of its shape.

The liquid is physically simulated by a ball indicating its local volume.

Free motion

If the surface is flat and horizontal, the ball can lie on it without moving. If you give the surface a translatory motion, the ball retains its spatial position by inertia and moves backwards from the surface. We can say that the motion is caused by the inertia. But this force is fictitious, because it is not the ball that moves, but the surface pulled out of under it.

The same thing happens when the surface rotates. The ball retains its spatial position by inertia and will rotate backwards from the surface with a radius determined by the distance to the centre of rotation. The rotation of the ball relative to the surface can be described within the balance of centrifugal F_{CF} and centripetal F_{CP} forces, which are also fictitious in this case.

The same is true of the motion of water relative to the earth's surface caused by its rotation. At first, this motion is free and inverse to the earth's rotation, but then due to friction resistance on the surface, the river channel is formed. The motion of the liquid becomes already bounded.

Bonds

The bonds restrict the possibility of moving in the selected directions. The water placed in the extended channel, simulating the river channel, is bounded in the direction across the channel and is not bounded to the possibility of free motion along it.

The bonds create forces that act in a given direction. Now they are real, not fictitious, as in the absence of bonds.

What are the forces acting on the liquid here? Due to the bond represented by the channel, the liquid cannot move perpendicularly to it. The channel rotates together with the surface, *forcing* the liquid to rotate. It can also be replaced by a straight edge that simulates a steep river bank.

Why do rivers flow

Let the channel on the rotating surface simulating the river channel be positioned along the rotation radius.

Forced rotation of the liquid causes the appearance of a centrifugal force F_{CF} acting on it, directed along the channel.

If an angular velocity is ω , then $F_{CF} = m\omega^2 R$, where m is liquid mass, R is rotation radius. In the absence of a bond that prevents the liquid from moving along the channel, there is no centripetal force F_{CP} to counteract centrifugal force F_{CF} . Under the influence of a single centrifugal force F_{CF} ,

the rotating liquid comes into accelerated motion along the channel from the center to the edge of rotation.

This is the natural cause of water courses on the rotating surface. But this rotational-induced centrifugal force F_{CF} is not the only one.

Another force, called *Coriolis force*, is caused by the motion of fluid along the channel.

Coriolis force

The linear rotation speed V_{\perp} of the liquid in the channel is $V_{\perp} = \omega R$ and is perpendicular to the rotation radius R . The change of V_{\perp} corresponds to the acceleration of the liquid

$a_{\perp} = \frac{dV_{\perp}}{dt} = \omega \frac{dR}{dt}$ and the Coriolis force $F_{C\perp} = ma_{\perp}$ acting on it, also perpendicular to the rotation radius R .

So, the liquid moving along the radial channel is affected by two mutually perpendicular forces – the centrifugal force F_{CF} directed along the channel and the Coriolis force $F_{C\perp}$ directed perpendicularly to the channel. The centrifugal force F_{CF} does not act on the radial channel, and the Coriolis force $F_{C\perp}$ acts on the liquid from the side of the channel in the direction of rotation, with the channel itself being counteracted $F_{CA\perp} = -F_{C\perp}$, causing one of the banks of the river flowing along the earth's surface to be eroded, gradually shifting towards the direction of counteraction.

Baer's law

Baer's law defines which of these two banks is affected by this counteraction. The rotation of the surface and the Coriolis force are directed in the same direction, and the counterforce is the opposite. If the surface rotates counter clockwise, the *right* bank of the course is eroded, and if it rotates clockwise, the *left* bank is eroded. This corresponds to the northern and southern hemispheres of the Earth, which differs from the flat model in that its surface is spherical with a radius R_E and geographical latitude φ , and the observer of the northern hemisphere is the antipode of the observer of the southern hemisphere. That's why the rotation with the radius $R = R_E \cos \varphi$ is counter clockwise in the northern hemisphere and clockwise in the southern hemisphere. When the direction of the river course is radial from the centre of the river to the edge of rotation, the Earth's surface can be *equipotential* when there is no effect of gravity.

The reverse radial direction of the river course from the edge of the surface to the centre of rotation is *not possible* for the equipotential surface and can only be caused by gravity that exceeds the centrifugal force. At the same time, water is directed towards a lower potential, i.e. in the direction from top to bottom. And acceleration is determined by two components – centrifugal a_{CF} , determined by rotation, and centripetal a_{CP} , determined by gravity. They're directed in the opposite direction, so they're subtracted. If $a_{CF} > a_{CP}$, the course is still directed from the center to the edge of rotation, although it slows down; if $a_{CF} = a_{CP}$, the course stops; if $a_{CF} < a_{CP}$, the course moves from the edge of the surface to the center of its rotation (Nile, Irtysh, Lena). This motion reduces the linear rotation speed V_{\perp} , which corresponds to the action of the opposite Coriolis force, which is no longer accelerating but *braking* force and is directed at the opposite direction of rotation.

At the same time, when the course changes direction, the right and left river banks are swapped. The Coriolis force is now directed in the opposite direction of rotation, and the counterforce is still applied to the right bank of the river course.

Now the contents of Baer's law are becoming clear. It is also clear that it defines the *only possible* direction of river channel shift: towards the right bank for the northern hemisphere; a shift to the *west* for rivers flowing south; to the *east* for rivers flowing north.

In practice

And how is this law enforced in practice?

Here we need a comment on the wording of the law itself:

"Baer's law is the rule that erosion occurs mostly on the right banks of rivers in the Northern Hemisphere, and in the Southern Hemisphere on the left banks."

Which is that the law is somehow also called the "rule" here. And the "rule" also implies *exceptions*, and it is not known which ones – rare, frequent or permanent.

This law is, to a certain extent, unique in this respect. On the one hand, it is a law, on the other hand, it is not, because it can be defined by the words "usually (but not always)", "as a rule (i.e. quite often, but not necessarily)". Other laws of physics do not suggest anything like this.

What is this supposed to mean? Let's consider it on concrete examples.

What does the impact of current water on any of its banks mean? The fact that the water erodes it away, shifting the river channel in the direction of its impact. Since the course affects the right bank in the northern hemisphere, all rivers flowing from the north to the south (Volga, Dnieper) should eventually move to the west and rivers flowing from the south to the north (Nile, Irtysh, Lena) should move to to the east.

And until when? Until they encounter a significant obstacle in the form of steep ground rise, although not stopping the motion itself, but slowing it down. If the steep is rocky, the river, continuing its shift before and after the obstacle, first bends along its contour, then gradually breaks through the new channel behind it, then joins again, leaving the obstacle behind and continues to shift further in the same direction, leaving a sign of temporary slowing down of the process in the form of a curve in this area which may be the first possible answer to the question about the reasons for the channel curvature, which is not explained by Baer's law. And the right river bank is always steep, and the left bank is gentle.

It all looks simple and clear. It remains to look at the map to check the correctness of these logical structures. And what do we see? The Dnieper should turn to the west, and instead it is clearly going to the east in the southern part. The Volga in the south also turns to the east. As if Baer's law does not apply at all.

Here is a clear illustration (Fig. 1).



Fig. 1. Barge Haulers at Volga by Ilya Repin

What can we say about this picture? Barge haulers at Volga, of course, go up the river, that is, on its *right* bank.

Which, according to Baer's law, should be eroded by the river course, and therefore be *steep*, while the left bank should be gentle.

But the picture doesn't look right, or rather, even wrong. But it's still just a picture. A product of artistic creativity. But maybe it can be *wrong* in life, too? Would barge haulers have even been possible, if the right bank, following Baer's law, had been steep, not gentle? They would have to go only on the left bank.

The Baer's law seems to be cautiously called the "rule" due to such strange behaviour of the river course. Although its physical proof does not imply any exceptions.

Statement of a question

Einstein marked the issue with these words:

"It is common knowledge that **streams tend to curve in serpentine shapes instead of following the line of the maximum declivity of the ground**. *It is also well known to geographers that the rivers of the northern hemisphere tend to erode chiefly on the right side. The rivers of the southern hemisphere behave in the opposite manner (Baer's law).* **Many attempts have been made to explain this phenomenon**, and I am not sure whether anything I say in the following pages will be new to the expert; some of my considerations are certainly known. Nevertheless, **having found nobody who was thoroughly familiar with the causal relations involved**, I think it is appropriate to give a short qualitative exposition of them."

Here, his key phrases are highlighted in bold:

– streams tend to curve in serpentine shapes instead of following the *line of the maximum declivity of the ground*,

– many attempts have been made to explain this phenomenon,

– having found nobody who was thoroughly familiar with the causal relations involved.

Therefore, the issue of river stream behaviour is only the declivity of the ground.

When encountering a vertical obstacle, the horizontal stream pushes it off like a billiard ball when hitting a table wall in the direction determined by the angle of incidence i between the normal to the obstacle and the stream. Here, the force that deflects the stream is the repulsive force. To the opposite bank, locally *breaking* Baer's law in the part of eroding only one of its banks.

The declivity of the ground to the horizontal plane, measured by the angle α , can vary in range $0 < \alpha < \pi$. It can be either positive (climbing) or negative (descending).

Here the effect of gravity is immediately apparent, slowing or accelerating the river stream.

The declivity can be located not in the direction of the river stream, but at an angle β to it, which can be changed in the range $0 < \beta < \pi$. The gravity is affected as follows.

Gravity ($P = mg$, where m is liquid mass, g is gravitational acceleration) forms a projection F_1 on an inclined plane, equal to $F_1 = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$. It in turn forms a projection F_2 perpendicular to the river stream, equal to $F_2 = F_1 \sin \beta = mg \sin \alpha \sin \beta$.

The projection F_2 is summed up with the Coriolis force $F_{C\perp}$ causing the river stream bend.

The result of this *vector* summation is determined by the angles α and β .

If the directions of F_2 and $F_{C\perp}$ coincide, their joint action reinforces the manifestation of Baer's law.

Otherwise, if $F_{C\perp} - F_2 \geq 0$, Baer's law weakens from the value defined for the horizontal surface to zero, and if $F_{C\perp} - F_2 < 0$, *Baer's law ceases to be true*, and the impact of the river stream on its banks changes to the *opposite*.

This explains the river channel curvature, which reflects the vertical bends of the earth's surface, which are randomly oriented to the direction of the river stream (Fig. 2).



Fig. 2. Example of a real river channel curvature

Accordingly to what the real river channel curvature can follow or *not follow* Baer's law, which consequently is named a *rule*.

Over a cup of tea

In fact, Einstein concludes the case with a verbal description of the problem of following Baer's law, as he immediately turns to another problem that allegedly explains it – the behaviour of tea leaves in a cup of tea, trying to find the reason for the gradual migration of tea leaves to the centre of the cup after being stirred (Fig. 3).



Fig. 3. Tea leaves in a cup of tea migrate to the centre of the cup after being stirred

... объяснить , почему чайники собираются в центре стакана при помешивании чая ложечкой , оказалось не шуточным делом. Так основоположник квантовой механики Э. Шредингер не сумел найти разумного ответа. В этом он признался основателю теории относительности А. Эйнштейну, впоследствии посвятившему верному объяснению этого опыта отдельную научную публикацию.

...explain why tea leaves migrate to the centre of the glass when stirring tea with a spoon proved to be a serious matter. For example, the founder of quantum

mechanics, E. Schrödinger, could not find a reasonable answer. He confessed this to the founder of the theory of relativity, A. Einstein, who later devoted a separate scientific publication to the correct explanation of this experience.

Fig. 4. Attempting to solve this problem.

His proposed explanation is as follows.

To make the tea leaves distributed horizontally in the rotating water to be migrated to the centre of its rotation, you need, of course, some force that would put them there. What is this force?

Since there is nothing else here, it is necessary to look for it in the water itself, which seems to rush from all sides *on the cup bottom* to the centre of rotation, carrying away the tea leaves. And then where does it go? Here the only way is from the bottom up to the surface from the centre of the cup, followed by spreading to the edges of the cup. The result is a vertical circular current in the form of a torus.

But what would make a horizontal circular current move perpendicularly to the centre of rotation? Since, again, there is nothing else, the only possible explanation is the friction of the rotating water against the wall and bottom of the cup. But friction only slows down rotation until it stops. A completely unexpected result of friction is immediately proposed, which is not opposite to the motion, as is always understood in physics, but *perpendicular* to it, *parallel* to the axis of rotation on the walls and *parallel* to the centre of rotation on the bottom of the cup (Fig. 5).

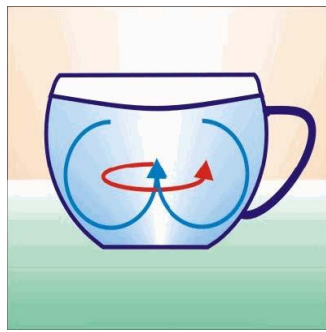


Fig. 5. The scheme proposed by Einstein

The rest is a mere formality. Some circular arrows are drawn in the meridian section, allegedly explaining the migration of tea leaves to the center of the cup. The fact that the water then rushes upwards *without taking away* the tea leaves is explained quite simply: tea leaves are heavier than water and just sink faster than the water carrying them upwards moves.

All this looks somewhat plausible, except for the key thing – why the horizontal circular motion suddenly turns into a vertical one. The Coriolis force is used to explain this, because it is directed perpendicularly to both the stream and the axis of rotation, but it is manifested not somewhere, but only at the bottom of the cup, acting from all sides towards the centre of rotation. But even if this is accepted, the result of such a symmetrical circular impact is a force balance, not a shift of water from all sides to the centre of rotation. So, the proposed explanation just doesn't work.

By the way, it's all easy to check it out experimentally. According to Einstein, if to throw yet not wet dry tea leaf floating on surface in the center of a surface of the rotating water, it will immediately find itself in an unstable equilibrium in the center of rotation and should immediately rush from the center to the edge of the glass at the slightest violation of symmetry, carried away rising from the inside and spreading on the sides of the water stream. It is easy to see that it is not true at all. The floating tea leaf remains stable in the center of rotation.

So, what remains? How it all began – the unexplained phenomenon of migration of sunken tea leaves to the centre of the rotation of the aquatic environment, designed to explain another phenomenon – the reason for the river curving in serpentine shapes instead of following the line of

the *maximum declivity of the ground*, that is, on a non-equipotential surface. In fact, both explanations have failed.

But the fact that Einstein did not find an explanation does not mean that it does not exist at all.

Solution of the problem

Let's look at the behaviour of drowning tea leaves. Its explanation is as follows.

Wet tea leaves are heavier than the volume of water they displaced (have negative buoyancy) and therefore slowly sink. If you now raise the glass vertically at a speed V , then sinking tea leaves will rise at a speed $V - \Delta V$ (tea leaves lag the water motion). The same is true for the horizontal water motion. The tea leaves carried away by water acquire the same momentum $mV = m_l V_l$, where m is the mass of the displaced water, V is the speed of its movement, m_l is tea leaf mass ($m_l > m$), V_l is tea leaf speed ($V_l < V$). The tea leaves move more slowly (also begin to sink, now in the horizontal direction).

The same thing happens with circular motion. After stirring, the water gets the same momentum as the tea leaves, but different speed. With even rotation, the centrifugal and centripetal forces acting on the displaced water volume are *balanced*. This corresponds to the linear rotation speed V for the given layer. However, the linear rotation speed of the tea leaf V_l is less than the linear rotation speed of the water layer V ($V_l = V - \Delta V$), so it has the equality of centrifugal and centripetal forces broken in the direction of exceeding the centripetal force. Its linear speed V_l corresponds to the adjacent circular layer, closer to the center of rotation.

Under the unbalanced centripetal force, the tea leaf moves to the inner adjoining circular layer, which has a smaller momentum $m(V - \Delta V)$. There the situation repeats itself, so that the rotating tea leaves gradually shift to the centre of rotation. This was to be proved (Fig. 6).



Fig. 6. Circular motion trajectory of sinking tea leaf is a fading spiral

The tea leaves floating on the surface, however, are lighter than the displaced water and are not fully immersed in it. Having not negative, but zero buoyancy, they are carried away in movement by a water surface with the same speed, as water itself. Therefore, being placed closer to the edge, they do not gather in the center of its rotation.

Conclusion

We cannot say that readers do not feel that Einstein's "solution" is not enough.

Not only feel it, but also try to improve it. Here are two such examples, taken from the Internet: <http://kvant.mccme.ru/pdf/1999/05/kv0599surdin.pdf>, <http://web-local.rudn.ru/web-local/prep/rj/files.php?f=1830>.

Their proposed improvement is as follows. Rotating water, encountering an external obstacle formed by the edges of the cup, puts pressure on it, rising from the centre to the edge of the surface, taking the form of a paraboloid of revolution (Fig. 7).

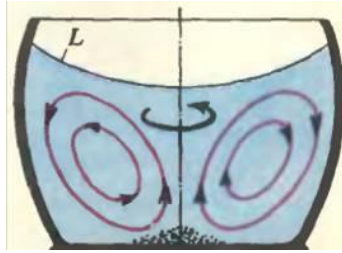


Fig. 7. So-called improvement of Einstein's "proof"

This increases the pressure of the water layer on the bottom of the cup from the centre to the edge, which is supposed to form a meridian rotation invented by Einstein.

But it is the same fiction that breaks the balance of the acting forces, although enriched with a certain number of formulas. The problem is that the authors dare not even assume that he could have been simply mistaken in this not too complicated issue.

ПРИМЕЧАНИЕ. Это перевод статьи с русского на английский язык. Ниже прилагается оригинальный авторский текст.

Сомсиков А.И.

Причины искривления речных русел

Рассмотрены закон Бера и задача Эйнштейна о поведении чаинки.

Введение

Проблема искривления речных русел обозначена в статье А.Эйнштейна «Причины образования извилин в руслах рек и так называемый закон Бера» http://ufn.ru/ufn56/ufn56_5/Russian/r565j.pdf.

Причинами извилин являются, естественно, воздействие сил, дающих их искривление. Остается выяснить, какие же это силы.

Одни из них вызываются движением самой поверхности, другие же изменением ее формы.

Жидкость физически моделируется с помощью шарика, обозначающего локальный ее объем.

Свободное движение

Если поверхность плоская и расположена горизонтально, то шарик может лежать на ней без движения. Если привести ее в поступательное движение, то шарик по инерции сохраняет пространственное положение, придя относительно поверхности в обратное движение. Его можно назвать вызываемым силой инерции. Но эта сила фиктивная, поскольку движется не шарик, а поверхность, выдергиваемая из-под него.

То же происходит и при вращении поверхности. Шарик по инерции сохраняет пространственное положение, а относительно поверхности придет во вращение, обратное вращению поверхности, с радиусом R , определяемым расстоянием до центра вращения. Вращение шарика относительно поверхности может быть описано в рамках равновесия центробежной $F_{цб}$ и центростремительной $F_{цс}$ сил. Которые в данном случае тоже фиктивны.

То же наблюдается и при движении воды относительно земной поверхности, вызываемым ее вращением. Вначале это движение свободное – обратное земному вращению. Но затем вследствие сопротивления трения на поверхности образуется углубление – речное русло. Движение жидкости при этом становится уже связанным.

Связи

Связь ограничивают возможность движения по выделенным направлениям. Вода, помещенная в протяженный жёлоб, моделирующий речное русло, связана в направлении поперек желоба и не связана с возможностью свободного движения вдоль него.

Связи создают силы, действующие по заданному направлению. Теперь уже реальные, а не фиктивные, как при отсутствии связей.

Какие силы, действующие на жидкость, здесь возникают? Ввиду наличия связи, представленной желобом, движение жидкости перпендикулярно ему невозможно. Желоб вращается вместе с поверхностью, приводя жидкость в *принудительное* вращение. Он может быть также заменён прямолинейным выступом, имитирующим крутой берег речного течения.

Почему реки текут

Пусть желоб на вращающейся поверхности, моделирующий речное русло, расположен по радиусу вращения.

Принудительное вращение жидкости вызывает появление действующей на нее центробежной силы $F_{цб}$, направленной вдоль желоба.

При угловой скорости ω вращения $F_{цб} = m\omega^2 R$, где m – масса жидкости, R – радиус вращения. В отсутствие связи, препятствующей движению жидкости вдоль желоба, центростремительная сила $F_{цс}$ противодействия центробежной силе $F_{цб}$ отсутствует. Под действием единственной центробежной силы $F_{цб}$ вращающаяся жидкость приходит в ускоренное движение вдоль желоба от центра к краю вращения.

Такова естественная причина появления водных течений на вращающейся поверхности. Но эта вызываемая вращением центробежная сила $F_{цб}$ не единственная.

Другая сила, называемая *силой Кориолиса*, вызывается движением жидкости вдоль желоба.

Сила Кориолиса

Линейная скорость V_{\perp} вращения жидкости в жёлобе составляет $V_{\perp} = \omega R$ и направлена перпендикулярно радиусу R вращения. Изменению V_{\perp} соответствует ускорение $a_{\perp} = \frac{dV_{\perp}}{dt} = \omega \frac{dR}{dt}$ жидкости и действующая на нее сила Кориолиса $F_{к\perp} = ma_{\perp}$, тоже перпендикулярные радиусу R вращения.

Итак, на жидкость, движущуюся вдоль радиального желоба, действуют две взаимно перпендикулярные силы – центробежная $F_{цб}$, направленная вдоль желоба, и сила Кориолиса

$F_{K\perp}$, направленная перпендикулярно желобу. Центробежная сила $F_{ЦБ}$ на радиально направленный желоб не действует, а сила Кориолиса $F_{K\perp}$ действует на жидкость со стороны желоба в направлении вращения, при этом сам желоб испытывает противодействие $F_{Пр\perp} = -F_{K\perp}$. Вызывающее подмывание одного из берегов рек, текущих по земной поверхности. Постепенно сдвигаемого в сторону направления противодействия.

Закон Бера

Закон Бера определяет, какой именно из этих двух берегов испытывает это противодействие. Вращение поверхности и сила Кориолиса направлена в одну и ту же сторону, а сила противодействия – противоположно. Если вращение поверхности происходит против часовой стрелки, то подмывается *правый* берег течения, а если по часовой стрелке – *левый*. Это соответствует северному и южному полушариям Земли, отличающейся от плоской модели тем, что ее поверхность сферическая с радиусом R_3 и географической широтой φ , а наблюдатель северного полушария является антиподом южного. Поэтому вращение с радиусом $R = R_3 \cos \varphi$ в северном полушарии происходит против, а в южном – по часовой стрелке. Земная поверхность при радиальном направлении речного течения от центра к краю вращения может быть *эквипотенциальной*, когда влияние земного тяготения отсутствует.

Обратное радиальное направление речного течения – от края поверхности к центру вращения для эквипотенциальной поверхности *невозможно* и может быть вызвано только лишь гравитацией, преодолевающей центробежную силу. Вода при этом устремляется в сторону меньшего потенциала, т.е. в направлении сверху вниз. А ускорение определяется двумя составляющими – центробежной $a_{ЦБ}$, определяемой вращением, и центростремительной $a_{ЦС}$, определяемой гравитацией. Они направлены противоположно и потому вычитаются. При $a_{ЦБ} > a_{ЦС}$ течение по-прежнему направлено от центра к краю вращения, хотя и замедляется, при $a_{ЦБ} = a_{ЦС}$ течение прекращается, при $a_{ЦБ} < a_{ЦС}$ течение устремляется от края поверхности к центру ее вращения (Нил, Иртыш, Лена). При этом движении линейная скорость V_{\perp} вращения уменьшается, что соответствует действию уже не ускоряющей, а *тормозящей* силы Кориолиса. Направленной противоположно вращению.

Одновременно при смене направления течения правый и левый берега меняются местами.

Сила Кориолиса теперь уже направлена противоположно вращению, а сила противодействия по-прежнему приложена к правому берегу речного течения.

Теперь становится понятным содержание закона Бера. Ясно также и то, что он определяет *единственно возможное* направление смещения речного русла. Для северного полушария – в сторону правого берега. Для рек, текущих на юг это смещение к *западу*. Для рек текущих на север – к *востоку*.

На практике

А как выполняется этот закон практически?

Здесь необходим комментарий к самой формулировке закона:

«Закон Бера – правило, согласно которому в северном полушарии реки, текущие в любом направлении, подмывают правый берег (в южном полушарии – левый)».

Состоящий в том, что здесь закон назван почему-то также и «правилом». А «правило» подразумевает и *исключения*, причем неизвестно какие – редкие, частые или же постоянные.

Этим данный закон в известной степени уникален. С одной стороны он как бы закон, с другой же – как бы и нет. Поскольку может определяться словами «обычно (но не всегда)», «как правило (т.е. довольно часто, но все же не обязательно)». Другие законы физики ничего подобного не предполагают.

Как это понимать? – Рассмотрим это на конкретных примерах.

Что означает воздействие текущей воды на какой-нибудь ее берег? – То, что вода его размывает, смещая речное русло в направлении своего воздействия. Поскольку в северном полушарии течение воздействует на правый берег, все реки, текущие с севера на юг (Волга, Днепр), должны в итоге смещаться к западу, а реки, текущие с юга на север (Нил, Иртыш, Лена), – к востоку.

А до каких пор? – Пока не встретят существенное препятствие в виде крутого подъема местности. Хотя и не останавливающего само движение, но тормозящего его. Если подъем скалистый, то река, продолжая свое смещение до и после возникающего препятствия, сначала изгибается по его контуру, затем постепенно прорывает позади него новое русло, после чего снова соединяется, оставив препятствие позади, и продолжает дальнейшее свое смещение по прежнему направлению. Оставив след временного замедления процесса в виде изгиба на этом участке. Что может быть первым возможным ответом на вопрос о причинах искривления русел, не объясняемого законом Бера. При этом правый берег реки всегда крутой, а левый – пологий.

Все выглядит простым и понятным. Остается только взглянуть на карту, чтобы проверить правильность этих логических построений. И что же мы видим? Днепр должен отклоняться к западу, а вместо этого он в южной части явно идет к востоку. И Волга на юге тоже отклоняется к востоку. Как будто закон Бера вовсе не действует.

Вот наглядная иллюстрация Рис. 1.



Рис. 1. И.Е. Репин. Бурлаки на Волге.

Что можно сказать об этой картинке? – Бурлаки на Волге идут, естественно, вверх по реке. То есть по **правому** ее берегу.

Который должен, согласно закону Бера, подмываться речным течением. И соответственно быть **крутым**, тогда как левый берег – пологим.

Но на картине все это выглядит как-то не так, вернее сказать, даже совсем не так. Но это все-таки всего лишь картина. Продукт художественного творчества. Но, может, и в жизни тоже бывает *не так*? Да и были бы вообще возможны бурлаки, если бы правый берег, подчиняясь закону Бера, оказался высоким, а не пологим? Они должны были бы идти только по левому берегу.

Из-за подобных странностей поведения речного течения закон Бера, по-видимому, осторожно и назван «правилом». Хотя его физическое доказательство отнюдь не подразумевает каких-либо исключений.

Постановка вопроса

Проблема обозначена Эйнштейном такими словами:

«Общеизвестно, что **русла рек имеют тенденцию приобретать извилистую форму вместо того, чтобы следовать линии максимального уклона местности.** Географам также хорошо известно, что реки северного полушария размывают главным образом правый берег. Реки южного полушария ведут себя противоположным образом (закон Бера). **Предпринималось много попыток для объяснения,** и я не уверен, будет ли для знатоков новым то, что я скажу ниже; некоторая часть моих соображений, несомненно, является уже известной. Тем не менее, **не найдя никого, кто бы до конца был знаком с причинами обсуждаемых эффектов,** я считаю уместным дать здесь их краткое качественное описание».

Здесь жирным шрифтом выделены его ключевые фразы:

- русла рек имеют тенденцию приобретать извилистую форму вместо того, чтобы следовать *линии максимального уклона местности,*
- предпринималось много попыток для объяснения,
- не найдя никого, кто бы до конца был знаком с причинами обсуждаемых эффектов.

Проблема поведения речных течений, стало быть, состоит только в уклоне местности.

При встрече с вертикальным препятствием, горизонтальное течение отталкивается от него подобно бильiardному шару при столкновении со стенкой стола. В направлении, определяемом углом падения i между нормалью к препятствию и течением. Здесь сила, отклоняющая течение, есть сила отталкивания. Причем к противоположному берегу. Локально *нарушающему* закон Бера в части подмыва только одного ее берега.

Наклон местности к горизонтальной плоскости, измеряемый углом α , может изменяться в диапазоне $0 < \alpha < \pi$. Он может быть как положительным (подъем местности) так и отрицательным (спуск местности).

Здесь сразу же проявляется влияние гравитации, замедляющей или ускоряющей речное течение.

Наклон может располагаться не в направлении речного течения, а под углом β к нему, изменяемом в диапазоне $0 < \beta < \pi$. При этом влияние гравитации проявляется следующим образом.

Сила тяжести $P = mg$, где m – масса жидкости, g – ускорение свободного падения, образует проекцию F_1 на наклонную плоскость, составляющую $F_1 = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$. Она в свою очередь образует проекцию F_2 на перпендикуляр к речному течению, равную $F_2 = F_1 \sin \beta = mg \sin \alpha \sin \beta$.

Проекция F_2 суммируется с силой Кориолиса $F_{K\perp}$, вызывающей отклонение речного течения.

Результат этого *векторного* суммирования определяется значениями углов α и β .

Если направления F_2 и $F_{K\perp}$ совпадают, то их совместное действие усиливает проявление закона Бера.

В противном же случае, при $F_{K\perp} - F_2 \geq 0$ закон Бера ослабевает от значения, определяемого для горизонтальной поверхности, до нуля, а при $F_{K\perp} - F_2 < 0$ *не выполняется*, при этом воздействие речного течения на его берег меняется на *противоположное*.

Этим и объясняются искривления речных русел, отражающие вертикальные изгибы земной поверхности, произвольно ориентированные к направлению речного течения Рис. 2.



Рис. 2. Пример реального искривления речного русла.

Соответственно чему реальное отклонение речного течения может подчиняться или *не подчиняться* закону Бера. Который поэтому и назван *правилом*.

За чашкой чаю

Словесным обозначением проблемы выполнения закона Бера Эйнштейн фактически дело и завершает, поскольку сразу же переходит к другой проблеме, якобы ее объясняющей, — поведению чаинок в чашке чая. Пытаясь найти причину постепенного сноса затонувших чаинок в центр чашки после размешивания воды Рис. 3.



Рис. 3. После кругового помешивания чаинки собираются в центре стакана

... объяснить , почему чаинки собираются в центре стакана при помешивании чая ложечкой , оказалось не шуточным делом. Так основоположник квантовой механики Э. Шредингер не сумел найти разумного ответа. В этом он признался основателю теории относительности А. Эйнштейну, впоследствии посвятившему верному объяснению этого опыта отдельную научную публикацию.

Рис. 4. Попытка решения этой проблемы.

Предложенное им объяснение состоит в следующем.

Чтобы чайники, распределенные в горизонтально вращающейся воде, оказались собранными в центре ее вращения нужна, конечно, какая-то сила, которая туда бы их поместила. Что это за сила?

Поскольку ничего другого здесь нет, искать ее приходится в самой воде. Которая будто бы и должна со всех сторон устремиться *по дну чашки* к центру вращения, унося за собой чайники. А куда ей потом деваться? Здесь путь один – снизу из центра вверх до поверхности, с последующим растеканием по сторонам к краям чашки. С получением в итоге вертикального кругового течения в виде тороида.

Но что могло бы заставить горизонтальное круговое течение двинуться в перпендикулярном направлении – к центру вращения? Поскольку опять-таки ничего другого нет, предложено единственно возможное объяснение – трение вращающейся воды о стенки и дно чашки. Но трение вызывает всего лишь замедление вращения до его остановки. Тут же предлагается уже совершенно неожиданный результат трения. Направленный не противоположно движению, как это всегда понимают в физике, а *перпендикулярно* ему, причем на стенках – *параллельно* оси вращения, а на дне чашки – к центру вращения Рис. 5.



Рис. 5. Схема предлагаемая Эйнштейном.

Дальнейшее уже дело техники. Рисуются некие круговые стрелки в меридиональном сечении. Якобы объясняющие снос чайнок в центр чашки. То, что вода затем устремляется вверх, *не унося* за собой чайники, объясняется уже совсем просто – чайники тяжелее воды и попросту тонут. Быстрее чем движется уносящая их вверх вода.

Все это выглядит отчасти правдоподобно, за исключением главного – почему это горизонтальное круговое движение вдруг превращается в вертикальное. Для объяснения этого привлекается сила Кориолиса. Поскольку она направлена перпендикулярно как самому течению, так и оси вращения. Однако проявляется не где-нибудь, а только лишь на дне чашки. Действуя со всех сторон в сторону центра вращения. Но даже если это принять, то результат такого симметричного кругового воздействия дает силовое равновесие, а вовсе не смещение воды со всех сторон к центру вращения. Так что предлагаемое объяснение попросту не работает.

Между прочим, все это довольно просто проверить экспериментально. Ведь по Эйнштейну выходит, что если бросить в центр поверхности вращающейся воды еще не намоченную сухую чайнику, плавающую на ней, то она сразу же окажется в неустойчивом равновесии в центре вращения. И при малейшем нарушении симметрии тотчас же должна устремиться из центра к краю стакана. Уносимая поднимающимся изнутри и растекающимся по сторонам водным потоком. Легко убедиться, что это вовсе не так. Плавающая чайника устойчиво остается в центре вращения.

Так что же остается? – С чего все и начиналась – необъясненный феномен сноса затонувших чайнок в центр вращения водной среды. Призванный в свою очередь объяснить другой феномен – причину приобретения реками извилистой формы вместо того, чтобы следовать линии *максимального уклона местности*. То есть на неэквипотенциальной поверхности. Фактически же оба эти объяснения не состоялись.

Но то, что Эйнштейн не нашел этому объяснения, еще не означает, что его вовсе не существует.

Решение задачи

Рассмотрим поведение тонущих чайнок. Его объяснение таково.

Намокшие чайнки тяжелее вытесненного ими объема воды (имеют отрицательную плавучесть) и потому медленно тонут. Если теперь поднимать стакан вертикально со скоростью V , то тонущие чайнки будут подниматься со скоростью $V - \Delta V$ (чайнки отстают от движения воды). Так же обстоят дела и при горизонтальном движении воды. Чайнки, увлекаемые водой, приобретают одинаковое с ней количество движения $mV = m_1V_1$, где m – масса вытесненного объема воды, V – скорость ее движения, m_1 – масса чайнки ($m_1 > m$), V_1 – скорость чайнки ($V_1 < V$). Чайнки движутся медленнее (тоже начинают «тонуть», теперь уже в горизонтальном направлении).

То же происходит при круговом движении. Вода после размешивания приобретает одинаковое с чайнками количество движения, но неодинаковые скорости. При равномерном вращении центробежная и центростремительная силы, действующие на вытесненный объем воды, *уравновешены*. Этому соответствует линейная скорость V вращения для данного слоя. Однако, линейная скорость V_1 вращения чайнки меньше линейной скорости V вращения водного слоя ($V_1 = V - \Delta V$). Поэтому у нее равенство центробежной и центростремительной сил нарушено в сторону превышения центробежной силы. Ее линейная скорость V_1 соответствует примыкающему круговому слою, ближе к центру вращения.

Под действием неуравновешенной центростремительной силы чайнка смещается во внутренний примыкающий круговой слой. Имеющий меньшее количество движения $m(V - \Delta V)$. Там ситуация в точности повторяется, вследствие чего вращающиеся чайнки постепенно смещаются к центру вращения. Что и требовалось доказать Рис. 6.



Рис. 6. Траектория кругового движения тонущей чайнки – затухающая спираль.

Чайнки же, плавающие на поверхности, легче вытесненного объема вода и не погружены в нее полностью. Имея при этом не отрицательную, а нулевую плавучесть, они увлекаются в движение водной поверхностью с той же скоростью, что и сама вода. И потому, будучи помещенными ближе к краю, не собираются в центре ее вращения.

Заключение

Нельзя сказать, чтобы читатели не чувствовали недостаточность предлагаемого Эйнштейном «решения».

Не только чувствовали, но и пытались его усилить. Вот два такого рода примера, навскидку взятые из Интернета, <http://kvant.mccme.ru/pdf/1999/05/kv0599surdin.pdf> , <http://web-local.rudn.ru/web-local/prep/rj/files.php?f=1830> .

Предлагаемое ими усовершенствование сводится к следующему. Вращающаяся вода, сталкиваясь с внешним препятствием, образуемым краями кружки, оказывает на него давление, приподнимаясь от центра к краю поверхности, принимающей форму параболоида вращения Рис. 7.

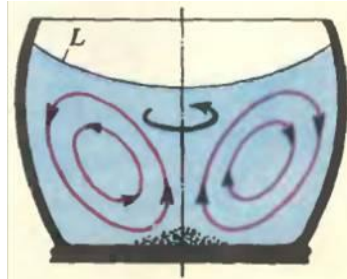


Рис. 7. Якобы усиление «доказательства» Эйнштейна.

От этого давление водного слоя на дно кружки от центра к краю возрастает, из-за чего якобы и образуется придуманное Эйнштейном меридиональное вращение.

Но это такая же фикция, нарушающая равновесие действующих сил, хотя и одобренная определенным количеством неких формул. Проблема в том, что авторы не смеют даже предположить, что он мог попросту ошибаться. В этом не слишком сложном вопросе.