

Закон Бэра и задача Эйнштейна о поведении чайнок

Рассмотрены причины искривления речных русел. Предложено решение задачи Эйнштейна о поведении чайнок.

Введение.

Проблема искривления речных русел обозначена в статье А.Эйнштейна «Причины образования извилин в руслах рек и так называемый закон Бэра» http://ufn.ru/ufn56/ufn56_5/Russian/r565j.pdf.

Причинами извилин являются, естественно, воздействие сил, дающих их искривление. Остается выяснить, какие же это силы.

Одни из них вызываются движением самой поверхности, другие же изменением ее формы.

Жидкость физически моделируется с помощью шарика, обозначающего локальный ее объем.

Свободное движение

Если поверхность плоская и расположена горизонтально, то шарик может лежать на ней без движения. Если привести ее в поступательное движение, то шарик по инерции сохраняет пространственное положение, придя относительно поверхности в обратное движение. Его можно назвать вызываемым силой инерции. Но эта сила фиктивная, поскольку движется не шарик, а поверхность, выдергиваемая из-под него.

То же происходит и при вращении поверхности. Шарик по инерции сохраняет пространственное положение, а относительно поверхности придет во вращение, обратное вращению поверхности, с радиусом R , определяемым расстоянием до центра вращения. Вращение шарика относительно поверхности может быть описано в рамках равновесия центробежной $F_{цб}$ и центростремительной $F_{цс}$ сил. Которые в данном случае тоже фиктивны.

То же наблюдается и при движении воды относительно земной поверхности, вызываемым ее вращением. Вначале это движение свободное - обратное земному вращению. Но затем вследствие сопротивления трения на поверхности образуется углубление - речное русло. Движение жидкости при этом становится уже связанным.

Связи

Связь ограничивают возможность движения по выделенным направлениям. Вода, помещенная в протяженный жёлоб, моделирующий речное русло, связана в направлении поперек желоба и не связана с возможностью свободного движения вдоль него.

Связи создают силы, действующие по заданному направлению. Теперь уже реальные, а не фиктивные, как при отсутствии связей.

Какие силы, действующие на жидкость, здесь возникают? Ввиду наличия связи, представленной желобом, движение жидкости перпендикулярно ему невозможно. Желоб

вращается вместе с поверхностью, приводя жидкость в принудительное вращение. Он может быть также заменён прямолинейным выступом, имитирующим крутой берег речного течения.

Почему реки текут

Пусть желоб на вращающейся поверхности, моделирующий речное русло, расположен по радиусу вращения.

Принудительное вращение жидкости вызывает появление действующей на нее центробежной силы $F_{цб}$, направленной вдоль желоба.

При угловой скорости ω вращения $F_{цб} = m\omega^2 R$, где m - масса жидкости, R - радиус вращения. В отсутствие связи, препятствующей движению жидкости вдоль желоба, центростремительная сила $F_{цс}$ противодействия центробежной силе $F_{цб}$ отсутствует. Под действием единственной центробежной силы $F_{цб}$ вращающаяся жидкость приходит в ускоренное движение вдоль желоба от центра к краю вращения.

Такова естественная причина появления водных течений на вращающейся поверхности. Но эта вызываемая вращением центробежная сила $F_{цб}$ не единственная.

Другая сила, называемая *силой Кориолиса*, вызывается движением жидкости вдоль желоба.

Сила Кориолиса

Линейная скорость V_{\perp} вращения жидкости в желобе составляет $V_{\perp} = \omega R$ и направлена перпендикулярно радиусу R вращения. Изменению V_{\perp} соответствует ускорение $a_{\perp} = \frac{dV_{\perp}}{dt} = \omega \frac{dR}{dt}$ жидкости и действующая на нее сила Кориолиса $F_{к\perp} = ma_{\perp}$, тоже перпендикулярные радиусу R вращения.

Итак, на жидкость, движущуюся вдоль радиального желоба, действуют две взаимно перпендикулярные силы – центробежная $F_{цб}$, направленная вдоль желоба, и сила Кориолиса $F_{к\perp}$, направленная перпендикулярно желобу. Центробежная сила $F_{цб}$ на радиально направленный желоб не действует, а сила Кориолиса $F_{к\perp}$ действует на жидкость со стороны желоба в направлении вращения, при этом сам желоб испытывает противодействие $F_{пп\perp} = -F_{к\perp}$. Вызывающее подмывание одного из берегов рек, текущих по земной поверхности. Постепенно сдвигаемого в сторону направления противодействия.

Закон Бэра

Закон Бэра определяет, какой именно из этих двух берегов испытывает это противодействие. Вращение поверхности и сила Кориолиса направлена в одну и ту же сторону, а сила противодействия – противоположно. Если вращение поверхности происходит против часовой стрелки, то подмывается *правый* берег течения, а если по часовой стрелке - *левый*. Это соответствует северному и южному полушариям Земли, отличающейся от плоской модели тем, что ее поверхность сферическая с радиусом R_3 и географической широтой φ , а наблюдатель северного полушария является антиподом южного. Поэтому вращение с радиусом $R = R_3 \cos \varphi$

в северном полушарии происходит против, а в южном – по часовой стрелке. Земная поверхность при радиальном направлении речного течения от центра к краю вращения может быть эквипотенциальной, когда влияние земного тяготения отсутствует.

Обратное радиальное направление речного течения – от края поверхности к центру вращения для эквипотенциальной поверхности *невозможно* и может быть вызвано только лишь гравитацией, преодолевающей центробежную силу. Вода при этом устремляется в сторону меньшего потенциала, т.е. в направлении сверху вниз. А ускорение определяется двумя составляющими – центробежной $a_{цб}$, определяемой вращением, и центростремительной $a_{цс}$, определяемой гравитацией. Они направлены противоположно и потому вычитаются. При $a_{цб} > a_{цс}$ течение по-прежнему направлено от центра к краю вращения, хотя и замедляется, при $a_{цб} = a_{цс}$ течение прекращается, при $a_{цб} < a_{цс}$ течение устремляется от края поверхности к центру ее вращения (Нил, Иртыш, Лена). При этом движении линейная скорость V_{\perp} вращения уменьшается, что соответствует действию уже не ускоряющей, а *тормозящей* силы Кориолиса. Направленной противоположно вращению.

Одновременно при смене направления течения правый и левый берега меняются местами.

Сила Кориолиса теперь уже направлена противоположно вращению, а сила противодействия по-прежнему приложена к правому берегу речного течения.

Теперь становится понятным содержание закона Бэра. Ясно также и то, что он определяет *единственно возможное* направление смещения речного русла. Для северного полушария – в сторону правого берега. Для рек, текущих на юг это смещение к *западу*. Для рек текущих на север – к *востоку*.

На практике

А как выполняется этот закон практически?

Здесь необходим комментарий к самой формулировке закона:

«Закон Бэра – правило, согласно которому в северном полушарии реки, текущие в любом направлении, подмывают правый берег (в южном полушарии — левый)».

Состоящий в том, что здесь закон назван почему-то также и «правилом». А «правило» подразумевает и *исключения*, причем неизвестно какие – редкие, частые или же постоянные.

Этим данный закон в известной степени уникален. С одной стороны он как бы закон, с другой же – как бы и нет. Поскольку может определяться словами «обычно (но не всегда)», «как правило (т.е. довольно часто, но все же не обязательно)». Другие законы физики ничего подобного не предполагают.

Как это понимать? – Рассмотрим это на конкретных примерах.

Что означает воздействие текущей воды на какой-нибудь ее берег? – То, что вода его размывает, смещая речное русло в направлении своего воздействия. Поскольку в северном полушарии течение воздействует на правый берег, все реки, текущие с севера на юг (Волга, Днепр), должны в итоге смещаться к западу, а реки, текущие с юга на север (Нил, Иртыш, Лена), – к востоку.

А до каких пор? – Пока не встретят существенное препятствие в виде крутого подъема местности. Хотя и не останавливающего само движение, но тормозящего его. Если подъем скалистый, то река, продолжая свое смещение до и после возникающего препятствия, сначала изгибается по его контуру, затем постепенно прорывает позади него новое русло, после чего снова соединяется, оставив препятствие позади, и продолжает дальнейшее свое смещение по прежнему направлению. Оставив след временного замедления процесса в виде изгиба на этом

участке. Что может быть первым возможным ответом на вопрос о причинах искривления русел, не объясняемого законом Бэра. При этом правый берег реки всегда крутой, а левый – пологий.

Все выглядит простым и понятным. Остается только взглянуть на карту, чтобы проверить правильность этих логических построений. И что же мы видим? Днепр должен отклоняться к западу, а вместо этого он в южной части явно идет к востоку. И Волга на юге тоже отклоняется к востоку. Как будто закон Бэра вовсе не действует.

Вот наглядная иллюстрация рис. 1.



Рис. 1. И.Е. Репин. Бурлаки на Волге.

Что можно сказать об этой картинке? - Бурлаки на Волге идут, естественно, вверх по реке. То есть по **правому** ее берегу.

Который должен, согласно закону Бэра, подмываться речным течением. И соответственно быть **крутым**, тогда как левый берег – пологим.

Но на картине все это выглядит как-то не так, вернее сказать, даже совсем не так. Но это все-таки всего лишь картина. Продукт художественного творчества. Но, может, и в жизни тоже бывает *не так*? Да и были бы вообще возможны бурлаки, если бы правый берег, подчиняясь закону Бэра, оказался высоким, а не пологим? Они должны были бы идти только по левому берегу.

Из-за подобных странностей поведения речного течения закон Бэра, по-видимому, осторожно и назван «правилом». Хотя его физическое доказательство отнюдь не подразумевает каких-либо исключений.

Постановка вопроса

Проблема обозначена Эйнштейном такими словами:

«Общеизвестно, что **русла рек имеют тенденцию приобретать извилистую форму вместо того, чтобы следовать линии максимального уклона местности. Географам также хорошо известно, что реки северного полушария размывают главным образом правый берег. Реки южного полушария ведут себя противоположным образом (закон Бэра). Предпринималось много попыток для объяснения**, и я не уверен, будет ли для знатоков новым то, что я скажу ниже; некоторая часть моих соображений, несомненно, является уже

известной. Тем не менее, **не найдя никого, кто бы до конца был знаком с причинами обсуждаемых эффектов**, я считаю уместным дать здесь их краткое качественное описание».

Здесь жирным шрифтом выделены его ключевые фразы:

- русла рек имеют тенденцию приобретать извилистую форму вместо того, чтобы следовать *линии максимального уклона местности*,
- предпринималось много попыток для объяснения,
- не найдя никого, кто бы до конца был знаком с причинами обсуждаемых эффектов.

Проблема поведения речных течений, стало быть, состоит только в уклоне местности.

При встрече с вертикальным препятствием, горизонтальное течение отталкивается от него подобно бильiardному шару при столкновении со стенкой стола. В направлении, определяемом углом падения i между нормалью к препятствию и течением. Здесь сила, отклоняющая течение, есть сила отталкивания. Причем к противоположному берегу. Локально *нарушающему* закон Бэра в части подмыва только одного ее берега.

Наклон местности к горизонтальной плоскости, измеряемый углом α , может изменяться в диапазоне $0 < \alpha < \pi$. Он может быть как положительным (подъем местности) так и отрицательным (спуск местности).

Здесь сразу же проявляется влияние гравитации, замедляющей или ускоряющей речное течение.

Наклон может располагаться не в направлении речного течения, а под углом β к нему, изменяем в диапазоне $0 < \beta < \pi$. При этом влияние гравитации проявляется следующим образом.

Сила тяжести $P = mg$, где m - масса жидкости, g - ускорение свободного падения, образует проекцию F_1 на наклонную плоскость, составляющую $F_1 = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$. Она в свою очередь образует проекцию F_2 на перпендикуляр к речному течению, равную $F_2 = F_1 \sin \beta = mg \sin \alpha \sin \beta$.

Проекция F_2 суммируется с силой Кориолиса $F_{K\perp}$, вызывающей отклонение речного течения.

Результат этого *векторного* суммирования определяется значениями углов α и β .

Если направления F_2 и $F_{K\perp}$ совпадают, то их совместное действие усиливает проявление закона Бэра.

В противном же случае, при $F_{K\perp} - F_2 \geq 0$ закон Бэра ослабевает от значения, определяемого для горизонтальной поверхности, до нуля, а при $F_{K\perp} - F_2 < 0$ *не выполняется*, при этом воздействие речного течения на его берег меняется на *противоположное*.

Этим и объясняются искривления речных русел, отражающие вертикальные изгибы земной поверхности, произвольно ориентированные к направлению речного течения.



Рис. 2. Пример реального искривления речного русла.

Соответственно чему реальное отклонение речного течения может подчиняться или *не подчиняться* закону Бэра. Который поэтому и назван *правилом*.

За чашкой чаю

Словесным обозначением проблемы выполнения закона Бэра Эйнштейн фактически дело и завершает, поскольку сразу же переходит к другой проблеме, якобы ее объясняющей, - поведению чайнок в чашке чая. Пытаясь найти причину постепенного сноса затонувших чайнок в центр чашки после размешивания воды рис. 3.



Рис. 3. После кругового помешивания чайники собираются в центре стакана

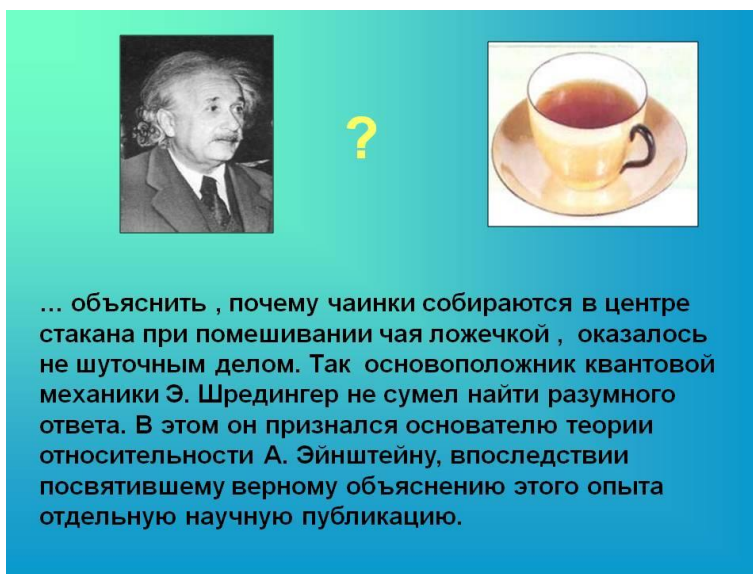


Рис. 4. Попытка решения этой проблемы.

Предложенное им объяснение состоит в следующем.

Чтобы чайники, распределенные в горизонтально вращающейся воде, оказались собранными в центре ее вращения нужна, конечно, какая-то сила, которая туда бы их поместила. Что это за сила?

Поскольку ничего другого здесь нет, искать ее приходится в самой воде. Которая будто бы и должна со всех сторон устремиться *по дну чашки* к центру вращения, унося за собой чайники. А куда ей потом деваться? Здесь путь один – снизу из центра вверх до поверхности, с последующим растеканием по сторонам к краям чашки. С получением в итоге вертикального кругового течения в виде тороида.

Но что могло бы заставить горизонтальное круговое течение двинуться в перпендикулярном направлении - к центру вращения? Поскольку опять-таки ничего другого нет, предложено единственно возможное объяснение – трение вращающейся воды о стенки и дно чашки. Но трение вызывает всего лишь замедление вращения до его остановки. Тут же предлагается уже совершенно неожиданный результат трения. Направленный не противоположно движению, как это всегда понимают в физике, а *перпендикулярно* ему, причем на стенках – *параллельно* оси вращения, а на дне чашки – к центру вращения рис. 5.



Рис. 5. Схема предлагаемая Эйнштейном.

Дальнейшее уже дело техники. Рисуются некие круговые стрелки в меридиональном сечении. Якобы объясняющие снос чайников в центр чашки. То, что вода затем устремляется

вверх, *не унося* за собой чайнки, объясняется уже совсем просто – чайнки тяжелее воды и попросту тонут. Быстрее чем движется уносящая их вверх вода.

Все это выглядит отчасти правдоподобно, за исключением главного – почему это горизонтальное круговое движение вдруг превращается в вертикальное. Для объяснения этого привлекается сила Кориолиса. Поскольку она направлена перпендикулярно как самому течению, так и оси вращения. Однако проявляется не где-нибудь, а только лишь на дне чашки. Действуя со всех сторон в сторону центра вращения. Но даже если это принять, то результат такого симметричного кругового воздействия дает силовое равновесие, а вовсе не смещение воды со всех сторон к центру вращения. Так что предлагаемое объяснение попросту не работает.

Между прочим, все это довольно просто проверить экспериментально. Ведь по Эйнштейну выходит, что если бросить в центр поверхности вращающейся воды еще не намокшую сухую чайнку, плавающую на ней, то она сразу же окажется в неустойчивом равновесии в центре вращения. И при малейшем нарушении симметрии тотчас же должна устремиться из центра к краю стакана. Уносимая поднимающимся изнутри и растекающимся по сторонам водным потоком. Легко убедиться, что это вовсе не так. Плавающая чайнка устойчиво остается в центре вращения.

Так что же остается? – С чего все и начиналась – необъясненный феномен сноса затонувших чайнок в центр вращения водной среды. Призванный в свою очередь объяснить другой феномен – причину приобретения реками извилистой формы вместо того, чтобы следовать линии *максимального уклона местности*. То есть на неэквипотенциальной поверхности. Фактически же оба эти объяснения не состоялись рис. 6.

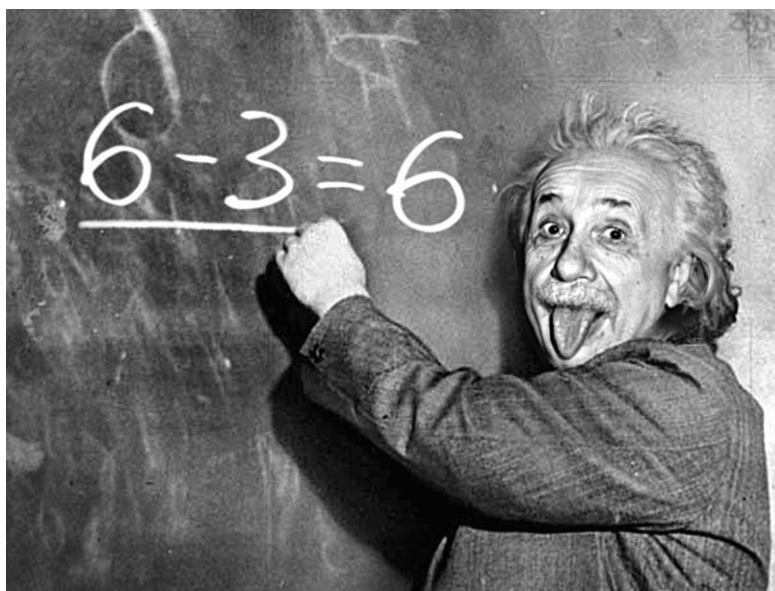


Рис. 6. «Доказательство» Эйнштейна.

Но то, что Эйнштейн не нашел этому объяснения, еще не означает, что его вовсе не существует.

Решение задачи

Рассмотрим поведение тонущих чайнок. Его объяснение таково.

Намокшие чайники тяжелее вытесненного ими объема воды (имеют отрицательную плавучесть) и потому медленно тонут. Если теперь поднимать стакан вертикально со скоростью V , то тонущие чайники будут подниматься со скоростью $V - \Delta V$ (чайники отстают от движения воды). Так же обстоят дела и при горизонтальном движении воды. Чайники, увлекаемые водой, приобретают одинаковое с ней количество движения $mV = m_1V_1$, где m - масса вытесненного объема воды, V - скорость ее движения, m_1 - масса чайники ($m_1 > m$), V_1 - скорость чайники ($V_1 < V$). Чайники движутся медленнее (тоже начинают «тонуть», теперь уже в горизонтальном направлении).

То же происходит при круговом движении. Вода после размешивания приобретает одинаковое с чайниками количество движения, но неодинаковые скорости. При равномерном вращении центробежная и центростремительная силы, действующие на вытесненный объем воды, *уравновешены*. Этому соответствует линейная скорость V вращения для данного слоя. Однако, линейная скорость V_1 вращения чайники меньше линейной скорости V вращения водного слоя ($V_1 = V - \Delta V$). Поэтому у нее равенство центробежной и центростремительной сил нарушено в сторону превышения центростремительной силы. Ее линейная скорость V_1 соответствует примыкающему круговому слою, ближе к центру вращения.

Под действием неуравновешенной центростремительной силы чайника смещается во внутренний примыкающий круговой слой. Имеющий меньшее количество движения $m(V - \Delta V)$. Там ситуация в точности повторяется, вследствие чего вращающиеся чайники постепенно смещаются к центру вращения. Что и требовалось доказать рис. 7.



Рис. 7. Траектория кругового движения тонущей чайники – затухающая спираль.

Чайники же, плавающие на поверхности, легче вытесненного объема вода и не погружены в нее полностью. Имея при этом не отрицательную, а нулевую плавучесть, они увлекаются в движение водной поверхностью с той же скоростью, что и сама вода. И потому, будучи помещенными ближе к краю, не собираются в центре ее вращения.

Заключение

Нельзя сказать, чтобы читатели не чувствовали недостаточность предлагаемого Эйнштейном «решения».

Не только чувствовали, но и пытались его усилить. Вот два такого рода примера, навскидку взятые из Интернета, <http://kvant.mccme.ru/pdf/1999/05/kv0599surdin.pdf> , <http://web-local.rudn.ru/web-local/prep/rj/files.php?f=1830> .

Предлагаемое ими усовершенствование сводится к следующему. Вращающаяся вода, сталкиваясь с внешним препятствием, образуемым краями кружки, оказывает на него давление,

приподнимаясь от центра к краю поверхности, принимающей форму параболоида вращения рис. 8.

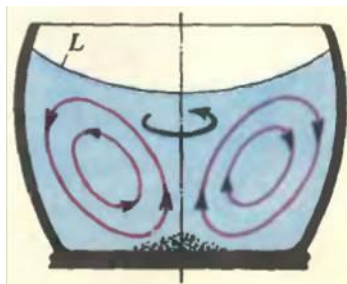


Рис. 8. Якобы усиление «доказательства» Эйнштейна.

От этого давление водного слоя на дно кружки от центра к краю возрастает, из-за чего якобы и образуется придуманное Эйнштейном меридиональное вращение.

Но это такая же фикция, нарушающая равновесие действующих сил, хотя и одобренная определенным количеством неких формул. Проблема в том, что авторы не смеют даже предположить, что он мог попросту ошибаться. В этом не слишком сложном вопросе.