

Structuur in de Fysieke Werkelijkheid

Door J.A.J. van Leunen

Laatst gewijzigd: 10 april 2018

Abstract

De fysieke werkelijkheid bezit duidelijk structuur, en deze structuur heeft een of meer fundamenteën. Deze fundamenteën zijn vrij eenvoudig en derhalve gemakkelijk te begrijpen. Het belangrijkste fundament evolueert zoals een zaadje in meer gecompliceerde niveaus van de structuur, zodat na een reeks van stappen een structuur resulteert die fungeert als de structuur van de fysieke werkelijkheid die mensen tenminste gedeeltelijk kunnen waarnemen. Om de kracht van deze aanpak te tonen, verklaart dit document de oorsprong van de zwaartekracht en de fijnstructuur van fotonen.

1 Inleiding

De naam fysieke werkelijkheid wordt gebruikt om het heelal met alles wat daarin bestaat en beweegt weer te geven. Het maakt niet uit of de aspecten van deze werkelijkheid waarneembaar zijn. Het is zelfs aannemelijk dat een groot deel van deze realiteit op geen enkele wijze waarneembaar is. Het deel dat wel waarneembaar is, vertoont tegelijk een enorme complexiteit en toch een merkwaardig grote samenhang. De fysieke werkelijkheid heeft duidelijk een structuur. Bovendien heeft deze structuur een hiërarchie. Hogere lagen worden steeds gecompliceerder. Dat betekent meteen dat een duik in de diepere lagen een steeds eenvoudiger structuur blootlegt.

Uiteindelijk komen we bij een fundament dat erg begrijpelijk moet zijn. De weg terug naar hogere structuurlagen levert een interessante bijkomstigheid. De realiteit moet zich op een of andere wijze gedwongen uit dit fundament ontwikkeld hebben. De evolutie van de realiteit lijkt op de evolutie van een zaadje waaruit een bepaalde plant kan groeien. Het groeiproces levert beperkingen op, zodat alleen dit soort plant kan ontstaan. Deze vergelijking betekent dus dat uit het fundament van de realiteit zich alleen de aan ons bekende realiteit kan ontwikkelen.

Deze gedachtengang betekent dat de ontwikkeling van de fysica in twee verschillende wijzen kan verlopen die elkaar op een bepaald punt ontmoeten en vervolgens elkaar corrigeren.

1.1 Conventionele fysica

De eerste, reeds lang in gebruik zijnde wijze gebruikt het interpreteren van waarnemingen van het gedrag en de structuur van de werkelijkheid. Deze methode levert beschrijvingen op die in de praktijk zeer bruikbaar zijn. Dat geldt vooral als de structuur en het gedrag gevangen kunnen worden in wiskundige structuren en formules, waardoor de beschrijving ook toepasbaar wordt voor situaties die niet of nog niet waargenomen zijn. Dit heeft het vakgebied van de toegepaste natuurkunde zeer succesvol gemaakt. De werkwijze levert echter geen betrouwbare verklaringen voor de oorsprong van de ontdekte structuur en het ontdekte gedrag. Wel geeft dit aanleiding tot giswerk, waarbij gegokt wordt of een bruikbare oorsprong gevonden kan worden. Deze pogingen zijn tot nu toe niet erg vruchtbaar gebleken.

1.2 Van de grond af

De andere wijze gaat uit van een mogelijke kandidaat voor het fundament van de fysieke realiteit. Daarbij wordt uitgegaan van het feit dat dit fundament een dusdanig eenvoudige structuur heeft dat intelligente mensen deze structuur inmiddels als een interessante structuur aan de lijst van ontdekte structuren toegevoegd hebben. Daarvoor is niet nodig dat zij daarbij naar het fundament van de fysieke werkelijkheid gezocht hebben. We kunnen ervan uitgaan, dat het fundament van de structuur van in de realiteit al in de wiskunde opgenomen is zonder dat deze structuur het stempel “fundament van de fysieke werkelijkheid” draagt. Wel zal deze structuur de eigenschap dragen, dat deze eenvoudige structuur automatisch in een meer ingewikkeldere structuur overgaat, die op zijn beurt ook weer naar een ingewikkeldere structuur overgaat. Na enkele evolutiestappen moet duidelijk worden dat de opvolgers van de initiële structuur steeds meer bekende eigenschappen van de waargenomen realiteit gaan vertonen. Met andere woorden de twee benaderingswijzen zullen elkaar naderen.

2 Kader

De zoektocht naar een geschikte kandidaat lijkt haast onmogelijk, maar we hebben geluk. Ongeveer tachtig jaar geleden ontdekten twee geleerden een wiskundige structuur die aan de voorwaarden lijkt te voldoen. Het gebeurde in een woelige tijd, toen iedereen nog zocht naar een verklaring voor het gedrag van uiterst kleine objecten. Een van de twee geleerden, John von Neumann, zocht naar een kader waarin kwantummechanica gemodelleerd kan worden. De andere geleerde, Garrett Birkhoff, was een specialist in relationele structuren die de wiskundigen tralies noemen. Samen introduceerden zij het orthomodulaire tralie en noemden deze structuur kwantumlogica. Deze naam kozen zij omdat de structuur van de reeds bekende klassieke logica in sterke mate lijkt op de nieuw ontdekte kwantumlogica. Dit was een ongelukkige naamgeving want deze structuur blijkt helemaal geen logisch systeem te zijn. In het document, waarin het duo hun ontdekking wereldkundig maakt, bewijzen ze dat een pas door David Hilbert ontdekte structuur een orthomodulair tralie als deelstructuur bevat. De ontdekking van David Hilbert is een vectorruimte die een aftelbaar aantal dimensies kan hebben. Deze nieuwe structuur wordt Hilbertruimte genoemd. De elementen van het orthomodulaire tralie komen overeen met gesloten deelruimten van de vectorruimte. Het zijn zeker geen logische uitspraken. Tezamen spannen ze de hele Hilbertruimte op. De Hilbertruimte heeft als extra eigenschap dat het inwendige product van twee vectoren een getal oplevert waarmee lineaire combinaties van vectoren gevormd kunnen worden die opnieuw deel van de vectorruimte uitmaken. In het getal-systeem waarmee dat kan, moet elk getal dat niet gelijk aan nul is een uniek bepaalde inverse hebben. Er zijn maar drie getal-systemen die aan deze eis voldoen. Dat zijn de reële getallen, de complexe getallen en de quaternionen [1]. Deze eis legt meteen een stevige beperking op aan de uitbreiding van het orthomodulaire tralie naar een ingewikkeldere structuur. Dit soort beperking is wat we zoeken, als het fundament evolueert naar een hoger niveau.

Mechanismen die een Hilbertruimte op zichzelf afbeelden noemen we operatoren. Als daarbij vectoren over zichzelf heen vallen, dan levert het inwendige vectorproduct een bijbehorende eigenwaarde op. De betreffende vector is dan de bijbehorende eigenvector. Quaternionen blijken een uitstekende opslagplaats te vormen voor de combinatie van een tijdstempel en een driedimensionale locatie. De door Hilbert ontdekte structuur blijkt een zeer flexibele opslagplaats voor dynamische geometrische gegevens van puntvormige objecten te zijn. De operatoren vormen de beheerders van deze opslagplaatsen.

Dit is pas een eerste stap. Quaternionische getal-systemen bestaan in vele versies die verschillen in de wijze dat Cartesische en polaire coördinatensystemen deze getal-systemen kunnen ordenen. Dat betekent dat bij één enkele onderliggende vectorruimte een hele reeks Hilbertruimten passen, waarbij de getal-systemen over elkaar heen kunnen bewegen. Bij elke Hilbertruimte hoort een parameterruimte met een eigen set coördinatensystemen. Het getal-systeem vult de parameterruimte met zijn getallen. Een referentie operator beheert de parameterruimte.

Met behulp van de parameterruimte en een quaternionische functie kan een nieuwe operator gedefinieerd worden. Deze nieuwe operator gebruikt de eigenvectoren van de referentieoperator en benut de functiewaarden als de daarbij behorende eigenwaarde. Deze procedure verbindt de operatorentechnologie van de Hilbertruimte met de quaternionische functietheorie. Dit basismodel vormt een krachtig hulpmiddel om er kwantummechanische systemen mee te modelleren.

Een van deze platformen fungeert als achtergrond en levert dus de achtergrond-parameterruimte.

Het is mogelijk om een reële progressiewaarde te kiezen en deze waarde te verbinden aan de deelruimte die overeenkomt met de eigenvectoren van de achtergrond referentieoperator waarvan het reële deel van de eigenwaarde overeenkomt met deze progressiewaarde. De gekozen

progressiewaarde verdeelt het model nu in een historisch deel en een toekomstig deel. De afgescheiden deelruimte vertegenwoordigt de huidige status quo van het model.

De Hilbertruimten, welke een aftelbare dimensie hebben, ondersteunen alleen operatoren waarvan de eigenruimte ook aftelbaar is. Die eigenruimten kunnen alleen verzamelingen van rationale getallen omvatten. Rationale vormen van quaternionen zijn. Dit kunnen Elke oneindigdimensionale aftelbare Hilbertruimte bezit een unieke niet-aftelbare compagnon Hilbertruimte die zijn aftelbare partner inbedt. De niet-aftelbare Hilbertruimte bevat operatoren die eigenruimten bevatten welke niet aftelbaar zijn. Deze eigenruimtes vormen continuüms en ze zijn wiskundig synoniem met velden. Deze velden en continuüms kunnen met quaternionische functies beschreven worden. De parameterruimten van deze functies zijn vlakke continuüms.

Deze structuur begint al aardig gecompliceerd te worden, maar bevat nog erg weinig dynamiek. Alleen platformen die over elkaar heen kunnen zweven vormen de tot nu toe bedachte dynamische objecten.

3 Ontmoeting

Toch ontstaan er al overeenkomsten met de structuur die de conventionele natuurkunde ontdekt heeft. Het basismodel fungeert als een opslagruimte voor dynamische geometrische gegevens. Dynamiek kan ontstaan als deze opslagruimte gevuld is met gegevens die na sortering van de tijdstempels een dynamisch verhaal vertellen. Het model vertelt dan het verhaal van een schepper die op het moment van de schepping de aftelbare Hilbertruimten vult met dynamische geometrische eigenschappen van zijn schepsels. Daarna laat de schepper zijn schepping met rust.

De conventionele natuurkunde heeft elementaire deeltjes ontdekt. Feitelijk zijn het elementaire modules, want gezamenlijk stellen zij alle modules samen die in het universum voorkomen en sommige modules vormen modulaire systemen. De elementaire modules blijken op de rondzwevende platformen te leven. Zij erven de eigenschappen van hun platform. De symmetrie van het platform bepaalt de intrinsieke eigenschappen van het platform. Op elk nieuw progressiemoment krijgt het elementair deeltje een nieuwe locatie. Hoe dit precies gebeurt is niet direct duidelijk, maar de bevindingen van de conventionele natuurkunde geven een aanwijzing. Het elementaire deeltje bezit een golf functie die suggereert dat een stochastisch proces de locaties genereert. Als dit waar is, dan doorloopt het elementaire deeltje een huppelpad en de landingsplaatsen vormen na enige tijd een landingslocatiezwerm. Deze zwerm bezit een locatiedichtheidsverdeling en die is gelijk aan het kwadraat van de modulus van de golf functie. Het elementaire deeltje wordt dus vertegenwoordigd door een privé platform, door een stochastisch proces, door een huppelpad, door een dichte en samenhangende landingslocatiezwerm en door zijn golf functie.

Wat de elementaire deeltjes betreft, komen de twee benaderingswijzen dus goed overeen. Ook de quaternionische differentiaal theorie blijkt grote overeenstemming op te leveren met de vergelijkingen die Maxwell en anderen via interpretaties van experimenten gevonden hebben. De quaternionische differentiaalrekening maakt tot in het diepste detail duidelijk hoe de velden op puntvormige artefacten reageren. De artefacten zijn de landingslocaties van de huppelsprongen. Het veld reageert daarop met een bolvormig schokfrontje, dat vervolgens integreert in een klein volume. Wiskundigen noemen de vorm van dit volume de Green's functie van het veld. Op zijn beurt verspreidt dat plopje over het hele veld. Elke huppelsprong veroorzaakt lokaal een kleine vervorming die snel vervaagt. Tevens vergroot de sprong het volume van het veld een klein beetje. De plopjes overdekken elkaar. Dit geeft de verklaring waardoor het elementaire deeltje zijn levensruimte voortdurend vervormt en derhalve een hoeveelheid massa bezit. Tegelijk met de oorsprong van gravitatie wordt hier duidelijk gemaakt dat de huppelsprongen het universum laten expanderen. De Green's functie vervaagt de locatiedichtheidsverdeling van de huppellandingslocatiezwerm. Het resultaat vormt de bijdrage van het deeltje aan de lokale gravitatiepotentialiaal.

Hierdoor blijkt dat beide benaderingswijzen elkaar kunnen aanvullen of corrigeren.

Het wordt wel duidelijk dat niet alles via waarnemingen en metingen ontdekt kan worden. Grote delen van de fysieke realiteit kunnen alleen via deductie ontdekt worden. Het samenspel van metingen en deductie kan daarbij het nodige vertrouwen bewerkstelligen. De eis dat alles via experimenten geverifieerd moet kunnen worden is duidelijk klinkklare onzin. Veel van de fysieke realiteit is ontoegankelijk voor meten. Deduceren blijft daarvoor de enige benaderingswijze.

4 Hoe de gravitatie werkt

Door toepassing van de geschetste aanpak, verklaart deze sectie meer in detail hoe gravitatie werkt.

Kennelijk bestaat er een veld dat een aantrekking implementeert tussen objecten die massa bezitten. Allereerst moet duidelijk worden hoe de interactie tussen dit veld en de objecten plaats vindt. Wiskunde bevat vergelijkingen die de interactie tussen velden en puntvormige verstoringen beschrijven. Dit document beschrijft velden met behulp van quaternionische functies en gebruikt tweede orde partiële differentiaalvergelijkingen om de interactie met puntvormige actuatoren te beschrijven.

4.1 Quaternionische differentiaalrekening

De quaternionische nabla ∇ fungeert als een quaternionische vermenigvuldigingsoperator. Quaternionische vermenigvuldiging gehoorzaamt de vergelijking

$$c = c_r + \mathbf{c} = ab = (a_r + \mathbf{a})(b_r + \mathbf{b}) = a_r b_r - \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle + a_r \mathbf{b} + \mathbf{a} b_r \pm \mathbf{a} \times \mathbf{b} \quad (1)$$

Dit document gebruikt suffix $_r$ om het reële deel aan te duiden en geeft het imaginaire deel in **bold** lettertype. Dus, de eerste orde partiële differentiaal volgt uit

$$\nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right\} = \nabla_r + \nabla \quad (2)$$

$$\phi = \nabla \psi = \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \nabla \right) (\psi_r + \boldsymbol{\psi}) = \nabla_r \psi_r - \langle \nabla, \boldsymbol{\psi} \rangle + \nabla_r \boldsymbol{\psi} + \nabla \psi_r \pm \nabla \times \boldsymbol{\psi} \quad (3)$$

De differentiaal $\nabla \psi$ beschrijft de wijziging van veld ψ . De vijf afzonderlijke termen in de eerste orde partiele differentiaal hebben een afzonderlijke fysieke betekenis. Alle basisvelden bezitten deze ontleding. De afzonderlijke termen vertegenwoordigen nieuwe velden.

$$\phi_r = \nabla_r \psi_r - \langle \nabla, \boldsymbol{\psi} \rangle \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\phi} = \nabla_r \boldsymbol{\psi} + \nabla \psi_r \pm \nabla \times \boldsymbol{\psi} = -\mathbf{E} \pm \mathbf{B} \quad (5)$$

4.2 De excitatie van het veld

Zwaartekracht is een interactie tussen een afzonderlijk object en een veld dat wordt vervormd door de interactie.

Ten eerste richten we ons op de kleinste interactie. Het is een impulsresponsie [2]. Deze impulsresponsies zijn oplossingen van een van twee quaternionische tweede orde partiele differentiaalvergelijkingen.

$$\varphi = \left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \langle \nabla, \nabla \rangle \right) \psi \quad (6)$$

$$\rho = \left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \langle \nabla, \nabla \rangle \right) \psi \quad (7)$$

De eerste van de twee tweede-orde partiele differentiaalvergelijkingen is het quaternionische equivalent van de reeds lang bekende golfvergelijking. De andere tweede-orde partiele differentiaalvergelijking kan in twee eerste-orde partiele differentiaalvergelijkingen verdeeld worden.

$$\rho = \nabla^* \nabla \psi = \nabla^* \phi = (\nabla_r - \nabla)(\nabla_r + \nabla)(\psi_r + \psi) = \left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \langle \nabla, \nabla \rangle \right) \psi \quad (8)$$

Integratie in het tijddomein resulteert in de Poisson vergelijking

$$\rho = \langle \nabla, \nabla \rangle \psi \quad (9)$$

Een zeer bijzondere oplossing van deze vergelijking is de Greense functie $\frac{1}{q-q'}$ van het betreffende veld

$$\nabla \frac{1}{q-q'} = -\frac{(q-q')}{|q-q'|^3} \quad (10)$$

$$\langle \nabla, \nabla \rangle \frac{1}{|q-q'|} \equiv \langle \nabla, \nabla \frac{1}{q-q'} \rangle = -\langle \nabla, \frac{(q-q')}{|q-q'|^3} \rangle = 4\pi\delta(q-q') \quad (11)$$

4.3 Isotrope aandrijver

Als een quaternion in een veld wordt ingebed, terwijl de symmetrie niet compatibel is met de symmetrie van het inbeddend veld, dan behoort het quaternion tot een andere versie van het quaternionische getalsysteem dan de versie die de achtergrondparameter ruimte vormt. Een quaternionische functie die de achtergrondparameter ruimte benut, definieert het inbeddende veld. Zodoende, breekt het ingebedde quaternion de symmetrie van de inbeddende veld. Daarom veroorzaakt de inbedding een impulsresponsie van het betreffende veld. Alleen versies van het quaternionische getalsysteem die een isotrope symmetriebreuk veroorzaken, kunnen de trigger produceren die een bolvormige impulsresponsie oplevert.

Voor een isotrope aandrijver, is de Greense functie de statische impulsreactie van het veld. Het is de tijd integraal over de overeenkomstige enkelvoudige impulsresponsie van het veld. Deze dynamische impulsreactie is een oplossing van een homogene tweede orde partiele differentiële vergelijking.

$$\psi = \frac{f(r \mathbf{i} \pm \tau)}{r} \quad (12)$$

Voor de golfvergelijking, reduceert de virtuele vector \mathbf{i} tot scalar 1. Anders wijst de vector \mathbf{i} langs de straal \mathbf{r} .

De Greense functie bezit een beetje volume. Het volume dat de dynamische impuls toevoegt aan het veld vervormt plaatselijk het veld en verspreidt zich vervolgens snel over het volledige veld. De lokale vervorming verdwijnt dus snel. Globaal wordt het volume echter blijvend aan het veld toegevoegd.

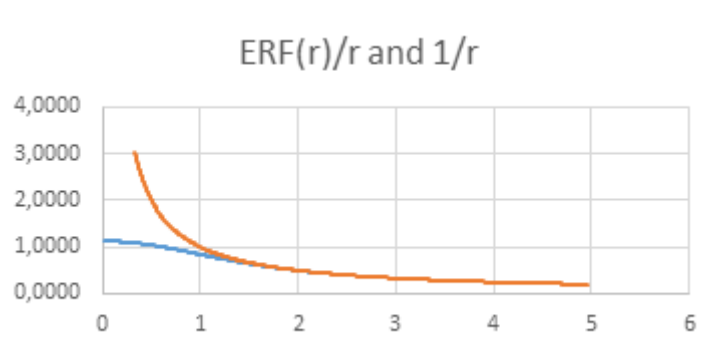
De oplossing (12) is een bolvormig schokfront. Tijdens de reis, blijft de vorm f van het front constant, maar de amplitude vermindert als $1/r$ met afstand r van de triggerlocatie.

4.4 Ensembles van bolvormige schokfronten

Herhaaldelijk geregenereerde, dichte en samenhangende zwermen van huppellandingslocaties veroorzaken de overlapcondities die ervoor zorgen dat een aanhoudende en significante vervorming ontstaat van het veld dat de huppellandingen inbedt. Een stochastisch proces dat de daaropvolgende

huppellandingslocaties in een huppelpad van een puntvormig object genereert kan een dergelijke voorwaarde vastleggen. Op elk volgend moment, genereert het proces een nieuwe locatie voor de huppellanding. Deze locatie archiveert samen met zijn tijdstempel in een eigenwaarde van een speciale operator die in de separabele Hilbertruimte resideert. De zwerm moet coherent zijn en bevat een groot aantal elementen. Deze voorwaarden kunnen worden gegarandeerd wanneer het stochastische proces eigenaar is van een karakteristieke functie. De karakteristieke functie is de Fouriergetransformeerde van van de locatiedichtheidsverdeling die de zwerm beschrijft. Als de karakteristieke functie een gaugefactor bevat, dan kan deze factor als verplaatsingsgenerator fungeren. Het betekent dat op het inbeddingsveld het huppelpad niet gesloten is. Het pad is wel gesloten op het platform waarop het elementaire deeltje zich bevindt. Dus, in eerste benadering, beweegt de zwerm zich met inbegrip van het platform waarop het zich bevindt, coherent en soepel als één enkele eenheid. Met andere woorden, het platform, het stochastische proces met zijn karakteristieke functie, het huppelpad, de huppellandingslocatiezwerm en de locatiedichtheidsverdeling vertegenwoordigen het puntvormige object dat rondhuppelt en vloeiend als één enkel object beweegt. Het object is een **elementair deeltje**. Het kwadraat van de modulus van zijn golf functie is gelijk aan de locatiedichtheidsverdeling van de zwerm. De karakteristieke functie fungeert als een golfpakket dat voortdurend wordt geregenereerd. Meestal dispergeren bewegende golfpakketten, maar omdat het voortdurend geregenereerd wordt disperseert dit golfpakket juist niet. Bijgevolg combineert het object deeltjesgedrag met golfgedrag. De huppellandingslocatiezwerm kan interferentiepatronen simuleren. De huppellandingslocaties veroorzaken bolvormige schokfronten die in een Greense functie integreren. De Greense functie vervaagt de locatiedichtheidsverdeling. Het resultaat is de convolutie van de Greense functie met de locatiedichtheidsverdeling. Dit is de bijdrage van het elementaire deeltje aan de lokale gravitatiepotentiaal.

Als, bijvoorbeeld, de locatiedichtheidsverdeling van de zwerm gelijk is aan een Gauss-verdeling, dan beschrijft $\text{erf}(r)/r$ de vorm van de zwaartekrachtspotentiaal van de elementaire module. Deze kromme is een perfect gladde functie. Op een kleine afstand van het centrum, krijgt de gravitatie potentiaal de bekende $1/r$ vorm.



Terugredenerend verklaart dit dat de bolvormige schokfronten een massa-capaciteit bezitten. De mate van overlapping bepaalt de waarde van de massa-capaciteit. De impulseresponsies dragen een deel van die capaciteit bij aan de massa van het elementaire deeltje. Met andere woorden, de massa van het elementaire deeltje is evenredig met het aantal elementen van de huppellandingslocatiezwerm. Het begrip massa-capaciteit kan worden gebruikt om het bestaan van meerdere generaties van elementaire deeltjes uit te leggen. Het geëxploiteerde deel van de massa-capaciteit bepaalt de generatie.

Als het geometrische centrum van de zwerm en het geometrische centrum van het platform samenvallen, dan zullen, afgezien van een vermenigvuldigingsfactor, de gravitatiepotentiaal van de huppellandingszwerm en de Greense functie van het symmetrie-gerelateerde veld op enige afstand van het geometrische centrum samenvallen. In dat geval kan de gravitatiepotentiaal en de potentiaal van het symmetrie-gerelateerde veld in één enkele eenvoudige vergelijking samengevat worden.

$$(\nabla - eA)\varphi = m\varphi \quad (13)$$

In atomen vallen de geometrische centra van de platformen van de elektronen en het geometrische centrum van hun zwerm niet samen. Dus, daar past deze eenvoudige vergelijking niet. Dit wordt in hoofdstuk 8 behandeld.

4.5 Eendimensionale aandrijver

Een eendimensionale enkelschots aandrijver genereert een eendimensionaal schokfront.

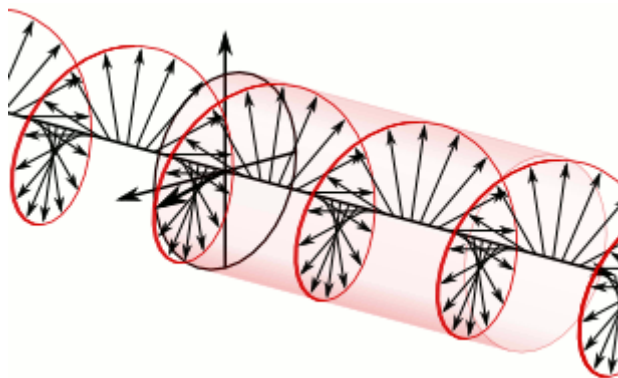
$$\psi = f(x \mathbf{i} \pm \tau) \quad (14)$$

Tijdens de reis, behoudt het front zijn vorm en zijn amplitude. Het eendimensionale schokfront integreert niet in een volume. Daarom wordt het betreffende veld niet vervormd.

Deze interacties zijn zo klein, en de vervorming verdwijnt zo snel dat geen waarnemer ooit zal slagen om het effect van een afzonderlijke impulsresponsie te observeren. Deze bewering betekent niet dat grote ensembles van pulsen niet tot een merkbaar effect kunnen leiden. De elementaire deeltjes tonen dit aan voor de bolvormige schokfronten. De fotonen bewijzen het voor de één-dimensionale impulsresponsies.

4.6 Fotonen

Een lange keten van equidistante eendimensionale schokfronten kan de functionaliteit van een foton implementeren. De Einstein-Planck relatie $E = hv$ betekent dat eendimensionale schokfronten een standaardhoeveelheid energie vertegenwoordigen. Deze schokfronten bezitten zelf een hoeveelheid energie, maar ze hebben geen eigen massa. De keten vertoont een vaste emissieduur die onafhankelijk is van de frequentie v . Deze duur wordt door de Planck-constante bepaald.



In de [animatie](#) van dit linkshandige circulair gepolariseerde foton, vertegenwoordigen de zwarte pijlen de bewegende schokfronten. De rode lijn verbindt de vectoren die de amplitude aangeven van de losse schokfronten. Hier wordt het beeld van een EM-golf geleend om de gelijkens tussen een foton en de EM-golven te tonen. Echter,

fotonen zijn geen EM-golven!

Het is bekend dat lichtbundels zich als golven gedragen. Dat betekent niet dat fotonen zelf golven zijn. Fotonen zijn discrete eendimensionale


objecten. Het zijn ketens met een vaste ruimtelijke lengte. Zij volgen de vervorming van hun drager. Hun emitters vormen een waarschijnlijkheidsgolf van fotonen. Die zwerm gedraagt zich als een golfpakket. De fotonen gedragen zich als discrete voorwerpen. De waarschijnlijkheidsverdeling betreft de verdeling van de detectielocatie, de hoekverdeling en de energieverdeling. Ook de homogeniteit van de fazen wordt aangegeven. Dezelfde verdelingen spelen een rol in de optiek.

5 Deeltjesplatform

De beschrijving van elementaire deeltjes zegt niets over het feit dat er verschillende generaties bestaan en dat voor elke generatie het aantal elementen van de zwerm vastligt. Het elementaire deeltje erft veel eigenschappen van het platform waarop het zich bevindt. Elk elementair deeltje exploiteert een privé separabele Hilbertruimte, en dit platform exploiteert een privéversie van het quaternionische getalsysteem. Deze versie bepaalt de symmetriegerelateerde eigenschappen van het platform. Om die reden, bezit het platform symmetriegerelateerde ladingen die lokaliseren op het geometrische centrum van het platform. De ladingen corresponderen met bijdragen aan een symmetriegerelateerd veld. In de vrije ruimte, koppelt het geometrisch centrum van het platform het gravitatieveld met de symmetriegerelateerde velden.

















De stochastische processen hanteren een doelcentrum. In atomen oscilleert het doelcentrum van de huppellandendingslocatiezwerm van de elektronen ten opzichte van het geometrische centrum van het platform van het elektron. De gemiddelde locatie van het doelcentrum valt samen met het geometrische centrum van het platform.

5.1 Symmetrieboeket

De [Cartesische ordening](#) van zijn privé parameterruimte bepaalt het symmetrieboeket van het platform en vervolgens wordt dit resultaat vergeleken met het referentiesymmetrieboeket. Dit boeket is het symmetrieboeket van de achtergrondparameterruimte. We geven het symmetrieboeket aan met vier pijltjes. 

Nu volgt de symmetriegerelateerde lading in drie stappen uit het verschil tussen de symmetrieboeketten.

1. Bepaal het verschil van het ruimtedeel van het symmetrieboeket van het platform met het ruimtedeel van het symmetrieboeket van de achtergrondparameterruimte.
2. Als de handigheid verandert van **Rechtshandig** naar **Linkshandig**, dan verander het teken van de telling.
3. Verander het teken van het resultaat voor antideeltjes.

Symmetrieboeket					
Ordering x y z τ	Nummer	Handigheid Rechts/links	Kleur lading	Elektrische lading * 3	Symmetrie type.
	①	R	N	+ 0	neutrino
	②	L	R	- 1	down quark
	③	L	G	- 1	down quark
	④	L	B	- 1	down quark
	⑤	R	B	+ 2	up Quark
	⑥	R	G	+ 2	up Quark
	⑦	R	R	+ 2	up Quark
	⑧	L	N	- 3	elektron
	⑨	R	N	+ 3	positron
	⑩	L	R	- 2	anti-up quark
	⑪	L	G	- 2	anti-up quark
	⑫	L	B	- 2	anti-up quark
	⑬	R	B	+ 1	anti-down quark
	⑭	R	R	+ 1	anti-down quark
	⑮	R	G	+ 1	anti-down quark
	⑯	L	N	- 0	anti-neutrino

De voorgestelde namen van de deeltjes die het symmetrietype aangeven zijn geleend van het standaardmodel. Sommige verschillen bestaan in deze tabel ten opzichte van het officiële standaardmodel bij de selectie van het anti-predikaat. Alle beschouwde deeltjes zijn elementaire fermions. De keuzevrijheid in het [polair coördinatenstelsel](#) kan de spin van het deeltje bepalen. Het azimutbereik is 2π radialen, en het polaire hoekbereik is π radialen. Fermionen benutten de polaire hoek en bosonen benutten de azimuth.

6 Modules

Elementaire deeltjes zijn elementaire modules. De elementaire modules vormen samen alle andere modules, en enkele van de modules vormen de modulaire systemen die zich voordoen in het universum.

Net als bij elementaire modules genereert een stochastisch proces de voetafdruk van de module. De karakteristieke functie van dit proces is gelijk aan een dynamische superpositie van de karakteristieke functies van de componenten van de module. De superpositiecoëfficiënten fungeren als interne verplaatsingsgeneratoren en bepalen de interne posities van de componenten. De karakteristieke functie van de module bevat ook een gauge-factor die fungeert als een verplaatsingsgenerator. Op deze wijze beweegt de module als één enkele eenheid. Daarom bindt het stochastische proces van de module de componenten van de module. De voetafdruk genereert een zwerm van bolvormige schokfronten die tezamen het inbeddingsveld vervormen. Deze vervorming bepaalt de bijdrage van de module aan de lokale gravitatiepotentiaal. De vervorming ondersteunt de binding van de componenten.

6.1 Het breken van de symmetrie

Tijdens de inbedding, breken de elektronen op passende wijze de isotrope symmetrie. Dus, kunnen voor elektronen de ingebedde quaternionen gemakkelijk bolvormige schokfronts genereren. Deze schokfronten pompen volume in het veld en daarmee vervormen zij deze drager.

Neutrinos worden gevormd door quaternionen die slechts door hun links- of rechtshandigheid van het inbeddingsveld kunnen verschillen. Ze hebben geen elektrische lading of kleurlading.

Zonder extra maatregelen kunnen quarks hun drager niet vervormen. De quaternionen die gegeneerd worden door de privé stochastische processen van de quarks moeten eerst worden omgezet in isotrope actuatoren voordat ze de vervorming kunnen genereren die helpt om de quarks te binden in hadronen. Dit kan het bestaan van kleuropsluiting verklaren. Binnen hadrons, kunnen quarks massa verkrijgen door zwermen van bolvormige schokfronten te veroorzaken die volume in het inbeddende veld pompen. De samengevoegde quaternionen vormen de isotrope triggers die bolvormige pulsresponsies veroorzaken.

6.2 Bosonen

Elementaire fermionen passen goed als elementaire modules. Elementaire bosonen, zoals W_+ , W_- en Z lijken echter niet goed geschikt om modules op hoger niveau samen te stellen. Zij kunnen wel hun drager vervormen.

7 De rol van volume

Een lokale vervorming komt overeen met een lokale uitbreiding van het volume van het inbeddingsveld. Een globale uitbreiding van het volume correspondeert met de expansie van het veld dat het universum vertegenwoordigt. De lokale vervormingen neigen om snel weg te vervagen door zich over het volledige veld te verspreiden. De stochastische processen moeten nieuwe vervormingen blijven pompen om ervoor te zorgen dat de lokale vervorming persistent wordt.

Het vervormingsvolume stijgt eerder dan het totale volume. Daardoor wordt de ruimte tussen de zwermen relatief kleiner. Als gevolg daarvan, lijken de zwermen elkaar aan te trekken.

7.1 Massatraagheid en zwaartekracht

Gezien op een grotere afstand van het geometrische centrum, heeft de gravitatiepotentiaal van een module de vorm $\frac{m}{|r|}$ van de Greense functie. Als de module uniform beweegt, dan kan deze scalaire bronfunctie gezien worden als een vectorfunctie. Als niet iets anders in het veld verandert, dan betekent een versnelling van de module dat een nieuwe term aan de verandering van het veld wordt toegevoegd. Deze nieuwe term is een nieuw veld dat de versnelling tegengaat. Dit verklaart de massatraagheid die optreedt door het versnellen van voorwerpen. Hier volgt een meer gedetailleerde uitleg.

Mathematisch, geeft de verklaring dat in eerste benadering niets in het veld ψ wijzigt aan dat lokaal, de eerste orde partiele differentiaal $\nabla\psi$ gelijk aan nul zal zijn.

$$\phi = \nabla\psi = \nabla_r \psi_r - \langle \nabla, \boldsymbol{\psi} \rangle + \nabla_r \boldsymbol{\psi} + \nabla\psi_r \pm \nabla \times \boldsymbol{\psi} = 0 \quad (15)$$

De termen die nog in aanmerking komen voor verandering, moeten samen gelijk aan nul zijn.

$$\nabla_r \boldsymbol{\psi} + \nabla\psi_r = \mathbf{0} \quad (16)$$

Hier speelt $\boldsymbol{\psi}$ de rol van het vectorveld en ψ_r speelt de rol van de gravitatiepotentiaal van de module. Als de relatieve snelheid \boldsymbol{v} constant is, dan zijn beide termen gelijk aan nul. Bovendien is dan

$$\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{v} \psi_r \quad (17)$$

Uniforme versnelling $\dot{\boldsymbol{v}}$ van de module geeft een nieuw vectorveld $\nabla_r \boldsymbol{\psi}$ dat de massatraagheid van de module laat zien. Volgens vergelijking (16), gehoorzamen de nieuwe veldtermen:

$$\nabla_r \boldsymbol{\psi} = \dot{\boldsymbol{v}} \psi_r = -\nabla\psi_r \approx \frac{m \boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|^3} \quad (18)$$

De factor m stelt de massa van de module voor. Wanneer twee modules ten opzichte van elkaar met een gelijkmatige snelheid \boldsymbol{v} bewegen en vervolgens ten opzichte van elkaar versnellen, dan verklaart de massatraagheid de zwaartekracht die tussen de modules ontstaat.

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2) = \frac{m_1 m_2 (\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2)}{|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|^3} \quad (19)$$

De waargenomen wederzijdse versnelling vindt plaats omdat de ruimte tegelijkertijd lokaal vervormt en globaal uitbreidt. **Zonder de expansie van de ruimte zou de kracht niet bestaan.** Een dergelijke redenering geldt ook voor de Coulombkracht.

7.2 Eerste inflatie

Deze verklaring werpt een interessant licht op het begin van de geschiedenis van het heelal. Op dat ogenblik, hebben de stochastische processen nog geen werk gedaan. De ballon van het universum was toen nog leeg. Daardoor was de quaternionische functie die het universum beschrijft, gelijk aan zijn parameterruimte. Op voorhand was de ballon dus plat. Het duurde een volledige generatie cyclus van de elementaire deeltjes om wat volume in de ballon te pompen. The pompactie van de eerste cyclus vergroot de ballon over zijn volle omvang. Vanaf dat moment, groeit het volume bijna isotroop.

7.3 Zwarte gaten

De zwarte gaten vertegenwoordigen de dichtste verpakking van entropie. Deze kwalificatie zou kunnen vertalen in de dichtste verpakking van de pulsen die vervolgens de bolvormige schokfronten genereren.

8 Stochastische controle van het universum

Alle elementaire modules bevinden zich op een privé-platform dat een privé-separabele Hilbertruimte betreft. Die Hilbertruimte past een privé parameter ruimte toe die de elementen van een versie van het quaternionische getalsysteem vormen. Deze versie bepaalt de symmetrie-gerelateerde eigenschappen van het platform, en het elementaire deeltje erft deze eigenschappen. Op elk volgend moment genereert een particulier stochastisch proces een nieuwe locatie van het huppelpad dat op dit platform loopt. Een karakteristieke functie zorgt voor de samenhang van de zwerm van de gegenereerde huppellandingslocaties. De locatiedichtheidsverdeling van de zwerm is gelijk aan de Fouriertransformatie van de karakteristieke functie van het stochastische proces, en het is gelijk aan het kwadraat van de modulus van de golffunctie van de elementaire module. De karakteristieke functie bevat een gauge-factor die fungeert als een verplaatsingsgenerator. Bijgevolg, beweegt de zwerm in eerste benadering, als één enkele eenheid. Deze tamelijk vloeiende beweging impliceert dat de activiteit van het stochastische proces door een Lagrangiaan en de overeenkomstige Hamilton vergelijkingen beschreven kan worden [3].

Het stochastische proces is de combinatie van een onvervalst Poisson proces en een binomiaal proces. Een ruimtelijke puntspreidingsfunctie die gelijk is aan de locatiedichtheidsverdeling van de zwerm implementeert het binomiale proces.

Samen vormen de elementaire modules alle andere modules die in het universum voorkomen. Elke samengestelde module bezit een stochastisch proces dat een karakteristieke functie bezit, die gelijk is aan een superpositie van de karakteristieke functies van de componenten van de module. De dynamische superpositiecoëfficiënten fungeren als verplaatsingsgeneratoren voor de interne locaties van de componenten. De algemene karakteristieke functie bevat een gauge-factor die fungeert als een verplaatsingsgenerator van de samengestelde module. Dit feit betekent dat de algemene karakteristieke functie de componenten van de module zodanig bindt dat in een eerste benadering, de module als één enkele eenheid beweegt.

De superpositie coëfficiënten moeten zodanig worden gekozen dat zij de componenten bij elkaar houden en in geval van fermionen niet identieke locaties bezetten. Deze conditie is verzekerd wanneer de locaties in verschillende trajecten oscilleren. Bijvoorbeeld, in atomen, oscilleren de elektronen in banen die gelijk zijn aan verschillende oplossingen van de Helmholtzvergelijking, dat is een tijd-onafhankelijke vorm van de golfvergelijking [4].

Binnen het atoom, nemen de platformen van de elektronen niet aan de oscillaties deel. Daarom veroorzaken de elektrische ladingen van de elektronen geen electromagnetische golven. Alleen de doelcentra van de zwermen van de elektronen volgen de banen van de oscillaties. Het doelcentrum is het operationele geometrische centrum van de zwerm dat de stochastische proces van plan is om te produceren. Dus, niet de de hele zwerm oscilleert, maar in plaats daarvan oscilleert zijn geplande centrum.

Alleen de overstap naar een ander oscillatie traject van het geplande centrum van de zwerm veroorzaakt de emissie of absorptie van een corresponderend foton. Deze wijze van verandering betreft het gedrag van het stochastische proces en de verandering van de oscillatie is een gevolg. De locatie van de fotonemissie valt samen met het geometrische centrum van het atoom. De absorptie kan als een tijdomkering van een emissie worden beschouwd. Anders, vraagt de absorptie om een ongelooflijke richtingsprecisie van het invallende foton. De scheppersweergave ondersteunt tijdomkering. Waarnemers kunnen de absorptie niet goed interpreteren.

De kern is een conglomeraat van elementaire deeltjes die lokaliseert op het geometrische centrum van het atoom. Als de oscillaties de coherentie en de binding binnen de kern regelen, dan zal dit een zeer ingewikkelde constructie zijn die een hiërarchie van submodulen controleert. Nucleonen zijn baryonen en vormen de belangrijkste onderdelen van de atoomkern. Nucleonen kunnen protonen of neutronen zijn. Hadronen kunnen baryonen of mesonen zijn. Quarks vormen hadronen, en gluonen spelen een rol in de binding van quarks. De kleurbeperving verbiedt dat quarks stabiel in isolatie blijven.

8.1 Kleuropsluiting

Het HBM biedt geen gedetailleerde uitleg van de binding binnen de kern. Echter, kleurbeperving kan te wijten zijn aan het feit dat een puls die resulteert in een bolvormig schokfront alleen kan worden veroorzaakt door de inbedding van quaternionen die de symmetrie van het getroffen veld op een puur isotrope manier verbreken. Elektronen doen dat automatisch. In een atoom implementeren hun superpositiecoëfficiënten de interne oscillaties van het doelcentrum van de hoplandingslocatiezwerm. Quarks moeten eerst worden samengevoegd door een mechanisme dat hun anisotropie corrigeert. Speciale quaternioncombinaties kunnen de omzetting van een verzameling quaternionen in een bruikbaar symmetrieboeket bewerkstelligen. Verschillende soorten quarks moeten worden gecombineerd om een kleurloos resultaat te bereiken. De hedendaagse natuurkunde past gluonen toe om de binding van quarks te verklaren.

8.2 Krachtdragers

Deze beschrijving nenut geen krachten en geen krachtdragers. In plaats daarvan past de beschrijving stochastische processen toe die eigen karakteristieke functies bezitten. Het uitleggen van deeltjesbinding via krachtdragers vereist het verklaren van hoe het systeem deze dragers genereert. Het Hilbert boek model verklaart de oorsprong van de stochastische processen niet. Op dezelfde manier geeft de hedendaagse natuurkunde geen verklaring voor de oorsprong van golffunctie.

8.3 Verstrengeling

Het feit dat het stochastische proces van samengestelde modules een karakteristieke functie heeft, welke gelijk is aan de superpositie van de karakteristieke functies van de componenten is een algemeen geldig principe. Bovendien sluit de superpositie componenten uit die dezelfde toestand delen. Dus werkt het superposition-principe samen met een uitsluitingsprincipe. Objecten die aan dezelfde superpositie deelnemen, kunnen dezelfde status niet delen. Dus, bij de selectie van de componenten worden alleen exclusieve componenten geselecteerd. Ook, als een van de componenten zijn toestand verandert, dan moet de regeneratie van de componenten de exclusiviteit corrigeren door de aanpassing van de toestand van een overeenkomstig object dat aan de superpositie deelneemt. De regeneratiekeuze gebeurt op één enkel voortgangsmoment. De stochastische processen van de componenten voeren de regeneratie uit. Alleen eigenschappen die deze stochastische processen bepalen worden beïnvloed. Zodoende, worden de elektrische ladingen en de kleurladingen niet getroffen. De platformen waarop de gegenereerde locatiezwermen resideren bepalen deze onbeïnvloede eigenschappen. Platformen en velden worden niet geregenereerd. Fotonen en eendimensionale schokfronten vervagen niet.

Meestal, strekken modules zich over een beperkt ruimtelijk gebied uit. Het superposition-principe dat actief is tussen de karakteristieke functies van de particuliere stochastische processen vergt echter geen ruimtelijke restricties in de configuratie ruimte. Toch, handelt de uitsluiting van soortgelijke toestanden over de volledige module. Dus, als de karakteristieke functie eigenschappen die bepalend zijn voor de toestand van de overeenkomstige component controleert, dan is het

veranderen van de eigenschap van invloed op de superpositie van de module. Betrokken eigenschappen zijn spin, polarisatie en impulsmoment.

Het Hilbert boek model geeft aan dat het superpositieprincipe binnen modules actief is en dat het samengaat met een uitsluitingsprincipe. Nochtans, verklaart HBM niet waarom deze principes regeren.

9 Discussie

Alles wat er gebeurt met discrete objecten archiveert in de alleen-lezen repository. Deze objecten kunnen alleen via velden communiceren. Het inbeddingsveld fungeert als de leefruimte van de discrete objecten. Inbedding veroorzaakt vervorming van de leefruimte. Ook kan elke elementaire module aanleiding geven tot interactie met de symmetrie-gerelateerde velden. De betrokken symmetrie gerelateerde ladingen resideren op het geometrische centrum van hun platform. De eendimensionale schokfronten verzorgen de overdracht van stukjes energie tussen de modules. Deze handeling verandert de potentiële energie of de kinetische energie van de betreffende modules. Bolvormige schokfronten veroorzaken twee effecten. Een hiervan is een tijdelijke lokale vervorming van het veld. De andere is een aanhoudende uitbreiding van het volume van het veld. Alleen in grote verzamelingen die herhaaldelijk worden geregenereerd zodanig dat de bolvormige puls reacties op zijn minst gedeeltelijk zowel in de tijd en in de ruimte overlappen kan infusie van volume leiden tot een aanhoudende vervorming. Dit inzicht verschilt cruciaal van de visie van de hedendaagse fysica. Het universum moet uitbreiden, anders kunnen tijdelijke lokale vervormingen niet als onderling aantrekkelijk waargenomen worden. Hetzelfde mechanisme dat lokaal volume in het veld pompt, zal dat veld ook expanderen. De lokale toevoeging begint zich onmiddellijk over het veld te verspreiden. De bolvormige impulsresponsies zijn het resultaat van het mechanisme. De HBM maakt stochastische processen verantwoordelijk voor het breken van de chirale symmetrie waardoor volume aan het veld toegevoegd wordt. Deze stochastische processen lijken massa uit het niets te creëren. Deze stochastische processen verlenen hun drijvende kracht echter uit de inbedding van een separabele Hilbertruimte in een niet-separabele Hilbertruimte. De twee Hilbertruimten passen verschillende versies van het quaternionische-getalsysteem toe. Dit resulteert in het vereiste breken van de symmetrie. Bij de inbedding voegen de separabele Hilbertruimten hun inhoud toe aan de niet-separabele Hilbertruimte.

De elektronen zijn elementaire deeltjes die een platform benutten dat wanneer het vergeleken wordt met het inbeddingsplatform reeds de vereiste breking van de chirale symmetrie bezit. Hetzelfde geldt voor de neutrinos. Echter, bij het inbedden van de elektronen breekt de isotrope symmetrie. Bij neutrinos breekt alleen de chiraliteit. Ook de quarks breken de symmetrie, maar ze doen dat niet op een isotrope manier.

Het Hilbert boek model veronderstelt dat de enige veldexitatie die volume pompt in het beïnvloede veld een bolvormige impulsresponsie is [2]. Alleen een isotrope breking van de chirale symmetrie kan tot een bolvormig schokfront leiden en volume in het inbeddingsveld pompen. Het feit dat quarks massa bezitten betekent dat een kleurenbeperkingsmechanisme bestaat die combinaties van quarks in een cluster verandert die als actuator een bolvormige impulsresponsie kan veroorzaken.

De karakteristieke functie van het stochastische proces van het component implementeert reeds coherentie en binding van componenten. Waarnemers zien de aanhoudende vervorming als een extra bindingseffect. Zij kunnen de gravitatiepotentiaal interpreteren alsof deze een extra bindende kracht veroorzaakt.

Waarnemers reizen met de subruimte die door de progressieparameter bepaald wordt. Waarnemers kunnen alleen gegevens ophalen uit opslaglocaties die overeenkomen met een historische tijdstempel. Het inbeddingsveld brengt deze gegevens over van de waargenomen gebeurtenis naar de waarnemer. Bijgevolg zien de waarnemers de gegevens die in het Euclidische formaat in quaternionische eigenwaarden opgeslagen zijn, in ruimtetijd formaat. De hyperbolische Lorentz-transformatie beschrijft de overeenkomstige coördinaattransformatie. De gegevens worden ook beïnvloed door de vervorming van het informatiepad dat door het inbeddingsveld loopt dat als de leefruimte voor de waarnemers fungeert. Afgezien van het waarnemersaanzicht, biedt het model ook een opslagaanzicht, dat is het aanzicht van de schepper. De schepper kan ongeacht de waarde van het tijdstempel toegang krijgen tot alle gearhiveerde dynamische geometrische gegevens. Het aanzicht van de schepper is een geldig aanzicht. In dit aanzicht bezitten de schepselen geen vrije wil. De waarnemer krijgt de indruk dat hij een vrije keuze bezit. Deze indruk wordt ondersteund door de stochastische processen, waarvan het resultaat op het moment van de schepping wordt opgeslagen in de alleen-lezen repository archiveren. Deze voorbestemming blijft voor de waarnemers verborgen.

Verwijzingen

Het Hilbert boek model project [5] onderzoekt de wiskundige basis van de fysieke werkelijkheid. Een e-print archief [6] bevat documenten die bepaalde aspecten van dit project benadrukken.

- 1] https://Golem.Ph.utexas.edu/Category/2010/12/solers_theorem.html
- 2] <http://www.physics.iitM.ac.in/~Labs/Dynamical/pedagogy/VB/3dpart2.PDF>
- 3] https://en.wikiversity.org/wiki/Hilbert_Book_Model_Project/multi-mix_Path_Algorithm
- 4] https://en.wikipedia.org/wiki/Helmholtz_equation#Three-dimensional_solutions
- 5] https://en.wikiversity.org/wiki/Hilbert_Book_Model_Project
- 6] http://vixra.org/Author/j_a_j_van_leunen