L'équation de Dirac-Schrödinger

A.Balan

20 septembre 2017

Résumé

En prenant un temps dans une variété spinorielle, une équation de Dirac-Schrödinger est définie.

1 Variétés spinorielles et opérateurs de Dirac

Soit T une variété spinorielle, on suppose donc que la seconde classe de Stiefel-Whitney est nulle, on peut alors définir un opérateur de Dirac $\mathcal{D}$ au moyen de l'algèbre de Clifford.

$$\mathcal{D} = \sum_{i=1}^{n} e_i.\nabla_{e_i}$$

$$\mathcal{D}^2 = -\Delta + \frac{r}{4}$$

On cherche les solution à l'équation des valeurs propres :

$$\mathcal{D}(\psi) = \lambda\,\psi$$

2 L'équation de Schrödinger

Sur une variété riemannienne M, on peut définir une équation de Schrödinger.

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi = -\Delta(\psi) + V(\psi)$$

avec V le potentiel.

3 L'équation de Dirac-Schrödinger

On remarque que dans l'équation de Schrödinger, $i\frac{\partial}{\partial t}$ est un opérateur de Dirac vu que $i^2 = -1$. On se place sur le produit cartésien $T.M$ et on définit alors l'équation suivante, dite de Dirac-Schrödinger :

$$\mathcal{D}_t(\psi(t,x)) = -\Delta_x(\psi(t,x)) + V(\psi(t,x))$$

Références

[CFKS] H.L.Cycon, R.G.Froese, W.Kirsch, B.Simon, “Schrödinger Operators”, Springer, 2008.