

Experimentelle Überprüfung der Relativität oder Nichtrelativität der elektrischen Ladung in einem Zylinderkondensator mit rotierendem Kern

Steffen Kühn
steffen.kuehn@quantino-theory.de

12. Februar 2017

Zusammenfassung

Die elektrische Kraftwirkung einer gleichförmig bewegten Punktladung auf eine ruhende Probeladung entspricht nicht exakt der Coulombkraft. Dies lässt sich aus den Maxwellgleichungen über die Liénard-Wiechert-Potentiale herleiten. Bewegt sich eine elektrische Ladung auf eine Probeladung zu oder von ihr weg, so ist die elektrische Kraft im Vergleich zur Coulombkraft geschwächt. Bewegt sich die Ladung jedoch seitlich an der Probeladung vorbei, so ist die elektrische Kraft verstärkt. Letztlich kompensieren sich in der Maxwellschen Elektrodynamik beide Effekte genau so, dass die Gesamtladung von der Relativgeschwindigkeit unabhängig bleibt.

Dieser Artikel schlägt ein Experiment vor, mit der diese Aussage untersucht werden kann. Das Experiment ist unter anderem deshalb von großer Bedeutung, da neben der aus den Maxwellgleichungen folgenden Feldformel für die gleichförmig bewegte ideale Punktladung, eine weitere Feldformel existiert, die deutlich einfacher strukturiert ist und vollkommen ohne den magnetischen Anteil auskommt. Obwohl sich beide Formeln fundamental unterscheiden, ist es unmöglich, durch Experimente auf Basis von stromdurchflossenen Leiterschleifen beliebiger Form zwischen beiden Alternativen zu entscheiden, da sich, wie sich theoretisch zeigen lässt, immer die gleichen experimentellen Vorhersagen ergeben.

Der elektrische Anteil beider Feldformeln unterscheidet sich nur um einen Lorentzfaktor. Das aber hat zur Folge, dass die effektiv wirkende Gesamtladungsmenge bei der Alternativformel nicht mehr von der Relativgeschwindigkeit unabhängig ist. Die Ladung wird damit relativ und man erhält elektrische Ruhe- und Bewegungsladung. Mit dem in diesem Artikel vorgestellten Experiment kann das Vorhandensein dieses Effektes überprüft werden, wodurch eine Entscheidung zwischen beiden Alternativen möglich wird.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Ausgangspunkt	2
1.1	Hintergründe und Motivation	2
1.2	Interpretation des Feldes gleichförmig bewegter Punktladungen	3
2	Das Experiment	3
2.1	Prinzipieller Aufbau und Beschreibung des Messablaufes	3
2.2	Theoretische Untersuchung des Messaufbaus	4
3	Fazit	6
	Literatur	7

1 Einleitung und Ausgangspunkt

1.1 Hintergründe und Motivation

Das elektromagnetische Feld einer gleichförmig bewegten idealen Punktladung lässt sich aus den Maxwellgleichungen berechnen. Das elektrische Feld \vec{E} , welches von einer sich im Augenblick der Betrachtung am Koordinatenursprung befindlichen und sich mit der Geschwindigkeit \vec{u} bewegenden Punktladung der Ladungsmenge q_s am Ort \vec{r} erzeugt wird, lautet [2, p. 640]

$$\vec{E} = \frac{c q_s (c^2 - u^2) \vec{r}}{4 \pi \varepsilon_0 \sqrt{r^2 (c^2 - u^2) + (\vec{r}\vec{u})^2}^3}. \quad (1)$$

Für das magnetische Feld \vec{B} gilt

$$\vec{B} = \frac{\vec{u}}{c^2} \times \vec{E}. \quad (2)$$

Tatsächlich messbar sind nur Kraftwirkungen zwischen Ladungen. Um die Kraft \vec{F} der Ladung q_s auf eine andere Punktladung q_d zu berechnen, benötigt man zusätzlich noch deren Geschwindigkeit \vec{v} und die Formel der Lorentzkraft $\vec{F} = q_d \vec{E} + q_d \vec{v} \times \vec{B}$. Die Maxwellgleichungen liefern damit letztendlich die Formel

$$\vec{F}_M = \frac{c q_s q_d (c^2 - u^2) \vec{r}}{4 \pi \varepsilon_0 \sqrt{r^2 (c^2 - u^2) + (\vec{r}\vec{u})^2}^3} + \vec{v} \times \left(\frac{\vec{u}}{c^2} \times \frac{c q_s q_d (c^2 - u^2) \vec{r}}{4 \pi \varepsilon_0 \sqrt{r^2 (c^2 - u^2) + (\vec{r}\vec{u})^2}^3} \right) \quad (3)$$

für die Kraft einer gleichförmig bewegten idealen Punktladung q_s auf eine andere gleichförmig bewegte ideale Punktladung q_d .

Es wirkt erstaunlich, dass sich die gesamte Elektro- und Magnetostatik einschließlich des Induktionsgesetzes auch aus der Formel

$$\vec{F}_R = \frac{\gamma(w) c q_s q_d (c^2 - w^2) \vec{r}}{4 \pi \varepsilon_0 \sqrt{r^2 (c^2 - w^2) + (\vec{r}\vec{w})^2}^3} \quad (4)$$

ableiten lässt [1]. Dabei steht γ für den Lorentzfaktor und \vec{w} für die Differenzgeschwindigkeit $\vec{u} - \vec{v}$ zwischen den beiden Punktladungen. Es ist offensichtlich, dass die Kraft (4) eine einfachere Struktur als Formel (3) besitzt und die Kraftwirkung immer direkt von der Quelle ausgeht. \vec{F}_R ist damit eine Zentralkraft, während das für \vec{F}_M nicht gilt.

Trotz der deutlich unterschiedlichen Form liefern beide Kraftformeln die gleichen Vorhersagen, wenn man von Ladungen zu Strömen wechselt und diese als geschlossene Ketten von gleichförmig bewegten Punktladungen interpretiert. Das bedeutet, dass es ausgehend von den Gesetzen der klassischen Elektrotechnik unmöglich ist zu entscheiden, welches Kraftgesetz tatsächlich korrekt ist. Andererseits ist es jedoch nicht so, dass beide Formeln äquivalent wären, denn für bewegte Punktladungen ergeben sich winzige Unterschiede. Gleichzeitig entspricht das Feld

$$\vec{\mathcal{E}} := \vec{F}_R / q_d = \gamma \vec{E} \quad (5)$$

nicht dem elektrischen Feld \vec{E} , denn es gilt

$$\varepsilon_0 \oint_{\partial V} \vec{\mathcal{E}} \cdot d\vec{A} = \gamma q_s, \quad (6)$$

was aufgrund des zusätzlichen Lorentzfaktors nicht zur ersten Maxwellgleichung passt.

Dass sich die komplexen Zusammenhänge der klassischen Elektrotechnik auch aus der Gleichung (4) ableiten lassen, führt unweigerlich zu der Frage, ob die üblicherweise verwendete Aufteilung der elektromagnetischen Kraft in einen elektrischen und magnetischen Anteil sinnvoll und die elektrische Ladung möglicherweise relativ ist und sich mit zunehmender Geschwindigkeit erhöht. Für die Masse wird genau das ja als selbstverständlich angenommen. Ähnliches gilt möglicherweise und bislang unerkannt auch für die elektrische Ladung.

1.2 Interpretation des Feldes gleichförmig bewegter Punktladungen

Bei einem Vergleich der Gleichungen (3) und (4) fällt auf, dass sich beide Formeln nur durch einen Lorentzfaktor $\gamma(u)$ unterscheiden, falls sich die Zielladung q_d nicht bewegt. Für $\vec{v} = 0$ gilt also

$$\vec{F}_R = \gamma(u) \vec{F}_M \quad (7)$$

Für das Weitere ist es hilfreich zu verstehen, wie die Form des elektrischen Feldes \vec{F}_M/q_d aus Sicht einer ruhenden Zielladung von der Geschwindigkeit \vec{u} der Quellladung abhängt. Dazu wird in Gleichung (3) die Geschwindigkeit der Zielladung \vec{v} zu Null gesetzt und umgeformt. Es folgt

$$\vec{F}_M = \zeta_M \cdot \frac{q_s q_d}{4 \pi \epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}. \quad (8)$$

mit

$$\zeta_M = \frac{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}{\sqrt{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) + \left(\frac{\vec{r} \cdot \vec{u}}{r c}\right)^2}}. \quad (9)$$

Der hintere Teil des Ausdrucks (8) entspricht genau dem Coulombgesetz und ist daher nicht von Interesse. Wichtig ist jedoch der richtungsabhängige, dimensionslose und skalare Vorfaktor ζ_M . Für $\vec{r} \parallel \vec{u}$ wird ζ_M zu $1/\gamma(u)^2$, wie man durch Einsetzen leicht nachprüfen kann. Falls \vec{r} jedoch senkrecht zur Geschwindigkeit \vec{u} ausgerichtet ist, entspricht ζ_M genau $\gamma(u)$. Zusammengefasst gilt somit

$$\zeta_M^{\parallel} = \frac{1}{\gamma(u)^2} \quad \text{und} \quad \zeta_M^{\perp} = \gamma(u). \quad (10)$$

Da der Lorentzfaktor $\gamma(u)$ grundsätzlich größer oder gleich Eins ist folgt, dass sich die elektrische Kraft transversal zur bewegten Punktladung verstärkt und longitudinal gesehen abschwächt.

Diese Aussagen gelten nicht nur für die Lösung (3), die sich aus den Maxwellgleichungen ergibt, sondern auch für die konkurrierende Kraftformel (4). Hier gilt jedoch wegen der Beziehung (7)

$$\zeta_R^{\parallel} = \frac{1}{\gamma(u)} \quad \text{und} \quad \zeta_R^{\perp} = \gamma(u)^2. \quad (11)$$

Die Aufgabe des im Weiteren diskutierten Experiments besteht darin, den außerordentlich kleinen Faktor ζ^{\perp} messtechnisch mit minimalen impliziten Annahmen so genau wie möglich zu bestimmen und festzustellen, ob $\zeta^{\perp} = \gamma(u)$ oder $\zeta^{\perp} = \gamma(u)^2$ gilt.

2 Das Experiment

2.1 Prinzipieller Aufbau und Beschreibung des Messablaufes

Das Experiment verwendet einen Zylinderkondensator mit einem rotierenden Innenzylinder, dessen Drehzahl stufenlos eingestellt werden kann. Der gesamte Kondensator muss sich in einer Vakuumkammer befinden. Im ersten Schritt des Experiments wird der äußere Hohlzylinder gegen Masse kurzgeschlossen und der innere Zylinder mit einer positiven Hochspannung belegt (Abbildung 1). Nachdem der Kondensator vollständig aufgeladen ist, wird die Spannungsquelle entfernt, die Verbindung des Außenzylinders mit der Bezugsmasse durchtrennt und eine Spannungsmessvorrichtung mit extrem hohem Innenwiderstand zwischengeschaltet. Da sich der Außenzylinder noch immer auf dem gleichen Bezugspotential befindet wie die Bezugsmasse, wird die Spannungsmessvorrichtung genau 0V anzeigen. Anschließend wird der innere Zylinder langsam in Rotation versetzt und auf eine bestimmte Enddrehzahl gebracht. Nach dem Abklingen des durch die Drehzahländerung induzierten Stroms im äußeren Hohlzylinder wird dann eine Spannungsmessung durchgeführt.

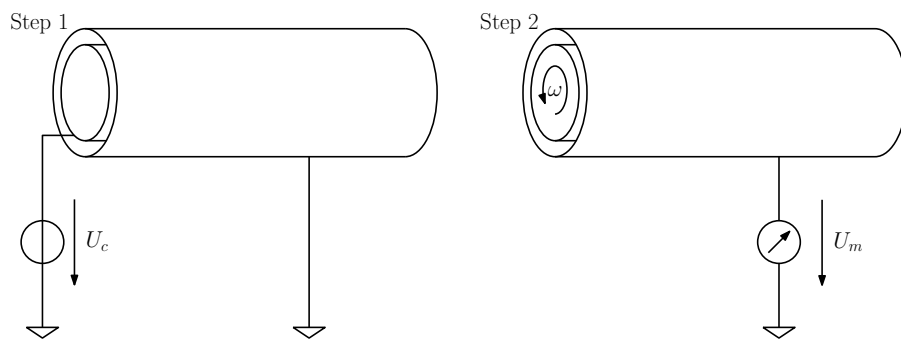


Abbildung 1: Ein Zylinderkondensator wird aufgeladen und anschließend von der Spannungsquelle sowie von Masse entkoppelt. Im zweiten Schritt wird der Innenzylinder in Rotation versetzt.

Falls die elektrische Ladung von der Relativgeschwindigkeit unabhängig ist, sollte sich auch bei Rotation des Innenzylinders keine Spannung messen lassen. Damit es nicht zu Fehlern kommt, muss jeglicher Ladungsaustausch zwischen den Hohlzylindern und der Umgebung verhindert werden. Dies ist nur möglich, wenn ein hinreichend großer Abstand zwischen den Kondensatorplatten eingehalten und gleichzeitig im Vakuum gearbeitet wird, sodass keinerlei Ladungsaustausch in Form von Überschlägen stattfinden kann.

2.2 Theoretische Untersuchung des Messaufbaus

In der maxwellschen Elektrodynamik wirkt auf eine *ruhende* Probeladung immer nur das elektrische Feld \vec{E} . Das gilt auch dann, wenn sich die felderzeugenden Ladungen bewegen. Betrachtet man die Seitenansicht des Zylinderkondensators (Abbildung 2), so wird deutlich, dass die mit der Geschwindigkeit ωR_i bewegten positiv geladenen Fehlstellen des Innenzylinders nicht auf die Elektronen im Außenzylinder wirken können, da diese ruhen. Aus Sicht der maxwellschen Elektrodynamik ist es daher ausreichend, ausschließlich das elektrische Feld zu betrachten. Dieses kann mit Hilfe der ersten Maxwellgleichung

$$\varepsilon_0 \oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q \quad (12)$$

ermittelt werden, wobei Q für die Gesamtladung steht, die auf dem Innenzylinder gespeichert ist.

Die Kernaussage der ersten Maxwellgleichung besteht darin, dass der elektrische Fluss durch eine beliebige geschlossene Oberfläche genau der eingeschlossen Gesamtladung Q entspricht. Es lässt sich nachrechnen, dass das für das elektrische Feld einer bewegten Punktladung gegeben durch Gleichung (1) tatsächlich immer zutrifft. Berücksichtigt man, dass das elektrische Feld einer jeden Ladungsverteilung - also auch die des Innenzylinders - aus einer Summe der Felder aller Einzel Ladungen besteht, so wird klar, dass die erste Maxwellgleichung tatsächlich immer gelten muss, und dass die Geschwindigkeiten, mit denen sich die einzelnen Ladungsträger des Innenzylinders bewegen, für das elektrische Feld \vec{E} ohne Bedeutung sind.

Das elektrische Feld eines mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Hohlzylinders mit dem Radius R lässt sich mit Hilfe der ersten Maxwellgleichung leicht bestimmen. Zunächst überlegt man sich, dass das Feld im Innern immer Null sein muss, da eine beliebige geschlossene Oberfläche die sich innerhalb des Zylinders befindet keine Ladung einschließt. Das elektrische Feld außerhalb des Hohlzylinders kann man berechnen, indem man den Hohlzylinder in einen Zylinder mit einem etwas größeren Radius einschließt. Die Gesamtladung Q des Hohlzylinders befindet sich somit vollständig innerhalb.

Man kann sich nun überlegen, dass aus Symmetriegründen das elektrische Feld nur eine radiale Komponente haben kann und dass daher $\vec{E} = E \vec{e}_r$ gelten muss. Vergleichbares folgt für das Oberflächenelement $d\vec{A}$ auf dem Mantel des Integrationszylinders. Berücksichtigt man, dass ein Zylinder mit der Länge L und dem Radius r eine Mantelfläche von $2\pi rL$ besitzt, so ergibt

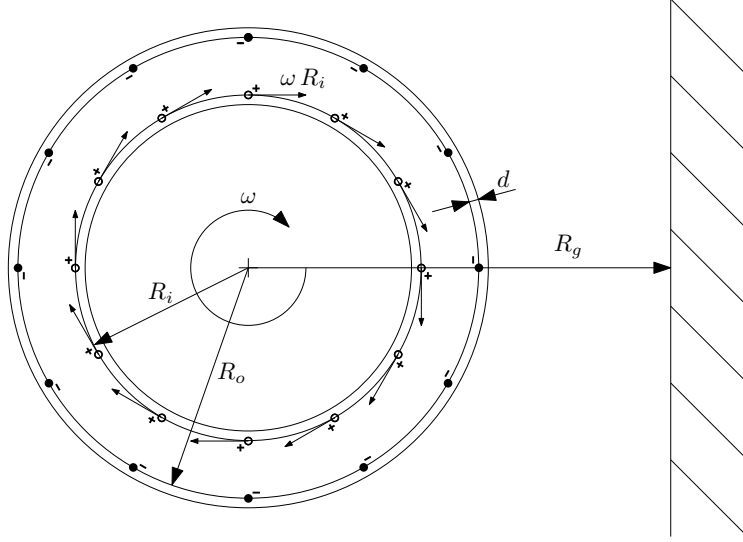


Abbildung 2: Seitenansicht

Gleichung (12) die Beziehung $\varepsilon_0 E 2\pi r L = Q$, d.h. man hat im Abstand r von der Symmetrieachse die Feldstärke

$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L} \vec{e}_r. \quad (13)$$

Das Feld \mathcal{E} kann nun wegen der Beziehung (5) in äquivalenter Weise berechnet werden. Man erhält

$$\vec{\mathcal{E}}(r, \omega) = \frac{\gamma(\omega R) Q}{2\pi\varepsilon_0 r L} \vec{e}_r. \quad (14)$$

Dabei wurde ausgenutzt, dass in diesem speziellen Fall der Lorentzfaktor γ für alle Ladungen des rotierenden Hohlzylinders gleich ist und somit eine Konstante darstellt, die nicht in die Integration über die Ladungsdichte eingeht und daher herausgezogen werden kann.

Für die Felder des Zylinderkondensators, der in Abbildung 2 im Querschnitt dargestellt ist, gilt, falls elektrische Ladung nicht relativ ist, die Beziehung

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L} \vec{e}_r \cdot \begin{cases} 0 & \text{für } r < R_i \\ 1 & \text{für } R_i \leq r < R_o \\ 0 & \text{für } R_o \leq r \end{cases}. \quad (15)$$

Falls aber die elektrische Ladung entgegen der Aussage der Maxwellgleichungen relativ ist, also von der Differenzgeschwindigkeit abhängt, so ergibt sich ein Feld der Form

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L} \vec{e}_r \cdot \begin{cases} 0 & \text{für } r < R_i \\ \gamma(\omega R_i) & \text{für } R_i \leq r < R_o \\ \gamma(\omega R_i) - 1 & \text{für } R_o \leq r \end{cases}. \quad (16)$$

und damit eine Kraft $\vec{F} = q_d \vec{\mathcal{E}}$ auf ruhende Ladungsträger der Ladung q_d außerhalb des Zylinderkondensators. Das bedeutet gleichzeitig, dass im Falle einer prinzipiellen *Ladungsrelativität* eine sehr kleine, von der Winkelgeschwindigkeit ω abhängende Spannung

$$U_m = \int_{R_o+d}^{R_g} \vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{e}_r dr = (\gamma(\omega R_i) - 1) Q \frac{\ln(R_g) - \ln(R_o + d)}{2\pi\varepsilon_0 L} \quad (17)$$

von der Außenseite des Kondensators gegen die Masse im Abstand R_g von der Symmetrieachse des Kondensators messbar sein sollte (Siehe Abbildung 2).

Da der Kondensator nur bei ruhendem Innenzylinder geladen wird, beträgt die gespeicherte Ladungsmenge bei einer Ladespannung U_c auf der Innenplatte

$$Q = C U_c. \quad (18)$$

Die Kapazität C des Kondensators ist dabei eine reine Geometriegröße und kann sowohl berechnet, als auch genau gemessen werden. Eine Berechnung ergibt in diesem Fall

$$C = \frac{2 \pi \varepsilon_0 L}{\ln(R_o) - \ln(R_i)}. \quad (19)$$

Setzt man die Formeln (18) und (19) in die Gleichung (17) ein, so folgt für die gemessene Spannung der Zusammenhang

$$U_m = (\gamma(\omega R_i) - 1) U_c \frac{\ln(R_g) - \ln(R_o + d)}{\ln(R_o) - \ln(R_i)}, \quad (20)$$

welcher nur noch im Experiment leicht zu kontrollierende und gut zu messende Größen enthält.

3 Fazit

Die Abbildung 3 zeigt die erwartete Messspannung unter realistischen Annahmen. Wie zu sehen ist, liegt die zu erwartende Spannung im Mikrovoltbereich und ist daher messbar. Gleichzeitig wird offensichtlich, dass dieser Effekt sehr klein ist und auch nur dann bemerkt werden kann, wenn absolut jeglicher Ladungsausgleich verhindert wird. Aus genau diesem Grund ist es auch nicht möglich, diesen Effekt bei stromdurchflossenen Leiterschleifen zu beobachten, da die den Stromfluss verursachende Spannungsquelle Ladungsträger zur Verfügung stellt, durch die sich dann die Leiterschleife nach außen hin elektrisch neutralisiert.

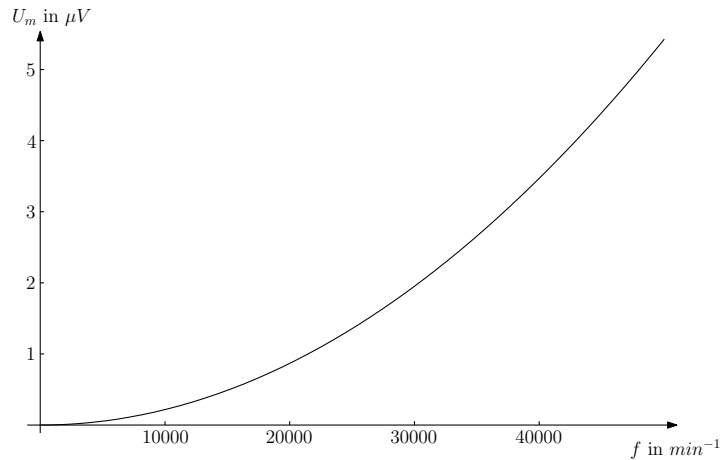


Abbildung 3: Erwartete Spannung U_m bei $R_i = 10\text{cm}$, $R_o = R_i + 3\text{mm}$, $R_g = 30\text{cm}$, $d = 3\text{mm}$ in Abhängigkeit von der Drehfrequenz $f = 2 \pi \omega$ bei einer Ladespannung U_c von 10kV .

Eine andere Möglichkeit diesen Effekt nachzuweisen bestünde noch darin, einen Stromfluss in einem Supraleiter zu erzeugen und diesen dann zu erwärmen, sodass der Strom bei Überschreitung der Sprungtemperatur zum Erliegen kommt. Würde man auch hier darauf achten, dass keinerlei Ladungsausgleich möglich ist, so würde man nach dem Aufwärmen feststellen, dass das Objekt nicht mehr elektrisch neutral ist. Aber auch hier wären die gemessenen Spannungen gering und es läge immer nahe, den Effekt durch elektrostatische Aufladung zu erklären.

In diesem Kontext mag es verständlich werden, dass der Autor dieses Artikels überhaupt die Möglichkeit in Betracht zieht, dass die elektrische Ladung relativ sein könnte und dass das bisher übersehen wurde. Immerhin zählt die maxwellsche Elektrodynamik zu den am besten überprüften Theorien überhaupt und bildet die Basis vieler darauf aufbauender Theorien und Technologien. Der Leser sollte sich an dieser Stelle jedoch klar machen, dass das hier untersuchte Thema nicht die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen untersucht, sondern die Dynamik der verursachenden Ladungsträger. Das Zeitverhalten der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen wird durch die Maxwellgleichungen vermutlich vollkommen richtig beschrieben. Nur ihre Amplituden stehen zur Diskussion, wobei auch hier die Abweichungen so klein sind, dass sie in der Elektrotechnik, wo sich Ladungen praktisch immer langsam im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit bewegen, keinerlei Rolle spielen.

Trotzdem ist es außerordentlich wichtig festzustellen, ob die Maxwellgleichungen in Bezug auf schnell bewegte Ladungsträger korrekt sind. Merkwürdigerweise wurde und wird niemals angenommen, dass auch die elektrische Ladung relativ sein könnte. Berechnungen, welche beispielsweise die Formel $q\vec{v} \times \vec{B}$ bei sehr schnell bewegten elektrischen Teilchen verwenden, wären dann inkorrekt und nur dadurch praktisch verwertbar, wenn der bei der Ladung fehlende Lorentzfaktor bei der Masse des Teilchens korrigiert wird. Sollte dieses Experiment also kein Nullresultat ergeben, so hätte das gravierende Auswirkungen auf die relativistische Dynamik. Die Tatsache, dass sich die klassische Elektro- und Magnetostatik durch den zusätzlichen Lorentzfaktor deutlich vereinfachen lässt, sollte darauf vorbereiten, dass möglicherweise kein Nullresultat auftritt.

Literatur

- [1] Steffen Kühn. Magnetism, interpreted as a multi-particle effect. *vixra:1611.0287*, 2016.
- [2] Günter Lehner. *Elektromagnetische Feldtheorie*. Number ISBN 3-540-00998-1. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2004.