Semaine du Calcul Intensif
ENIT, 27 novembre – 1er décembre 2006

Les Calculs Géodésiques

Par
Abdelmajid BEN HADJ SALEM, Ing. Général

Office de la Topographie et de la Cartographie

BP 156, 1080 Tunis Cedex
Tél: (216) 71 808 874 - Fax: (216) 71 797 359
Email: OTC2@email.ati.tn – abenhadjsalem@gmail.com
www.otc.nat.tn

Plan de la présentation

1. Introduction

2. Définition de la Géodésie
   2.1. Rappels de Géodésie
   2.2. Détermination des points géodésiques

3. Exemples de calculs intensifs en Géodésie
   3.1. Les calculs de compensation des réseaux géodésiques terrestres classiques
   3.2. La Méthode de Helmert
   3.3. Exemples de calculs

4. Conclusions

1. Introduction

Les origines de l'OTC remontent à la création du Service Topographique Tunisien (STT) le 15 juillet 1886, en application de la loi foncière du 1er juillet 1885.

Le 1er janvier 1968, le STT devenait la Division Topographique, puis le 5 janvier 1970 se transforma en Direction de la Topographie et de la Cartographie.

Le 25 décembre 1974 en application de la loi 74-100, l'Office de la Topographie et de la Cartographie fut créé.

Il a deux missions essentielles:

- une mission d'Etat qui comprend :

- l'établissement et la maintenance des référentiels géodésiques et de nivellement,

- l'établissement, la rédaction et l'édition de la cartographie de base et de ses dérivées,

- l'exécution des travaux topographiques consistant principalement à ceux de l'immatriculation foncière facultative et obligatoire.

- une mission à caractère commercial et industriel qui englobe les travaux de lotissements, de rétablissements des bornes et les travaux particuliers divers (TPD).

2. Définition de la Géodésie

2.1. Rappels de Géodésie

2.1.1.Définitions

Le grand géodésien Allemand F.R. Helmert (1880) définissait la Géodésie comme suit " ***la Géodésie est la science de la mesure et de la représentation de la surface terrestre***“.

Une définition contemporaine de la Géodésie est donnée par le Comité Associé Canadien de Géodésie et de Géophysique (1973) à savoir :

- la Géodésie est la discipline qui concerne la mesure et la représentation de la Terre, incluant son champ de gravité, dans un espace tridimensionnel variant avec le temps.

- Une autre définition récente (2002) est :" ***Geodesy*** *is an interdisciplinary science which uses spaceborne and airborne remotely sensed, and ground-based measurements to study the shape and size of the Earth, the planets and their satellites, and their changes; to precisely determine position and velocity of points or objects at the surface or orbiting the planet, within a realized terrestrial reference system, and to apply these knowledge to a variety of scientific and engineering applications, using mathematics, physics, astronomy, and computer science."*

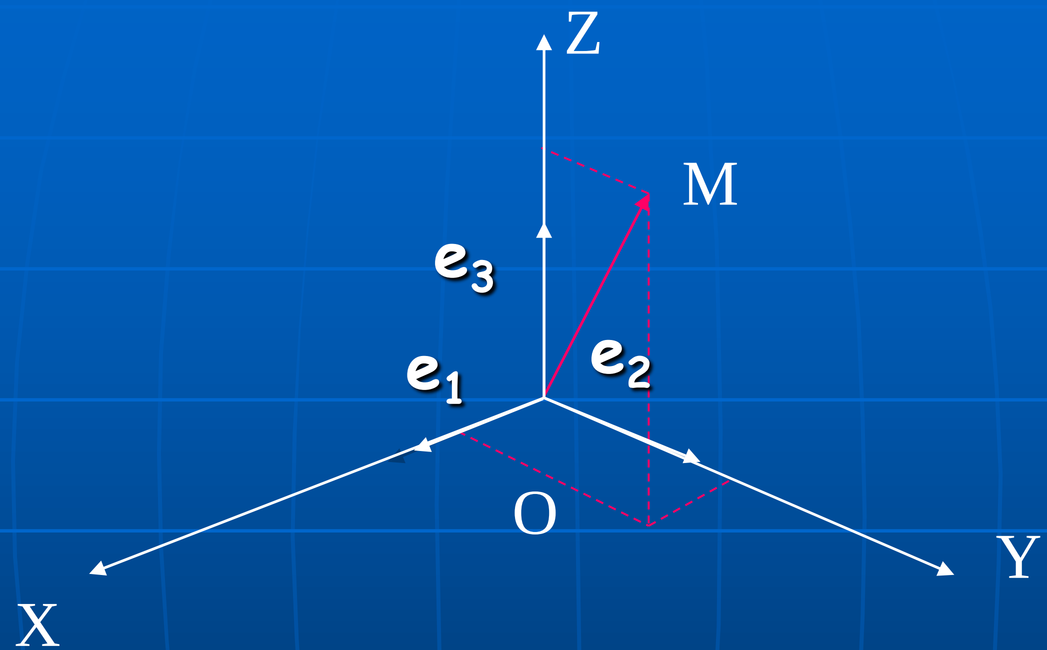
L’aspect pratique de la géodésie:

- L’établissement et la maintenance des réseaux géodésiques tridimensionnels nationaux et globaux, constituées de points matérialisés et de coordonnées connues.

Ces points vont servir comme points de base aux divers travaux topographiques et cartographiques.

Les coordonnées des points se réfèrent par rapport à un référentiel ou système géodésique donné.

- **Le système le plus utilisé est le système cartésien formé par un repère cartésien (OX,OY,OZ).**

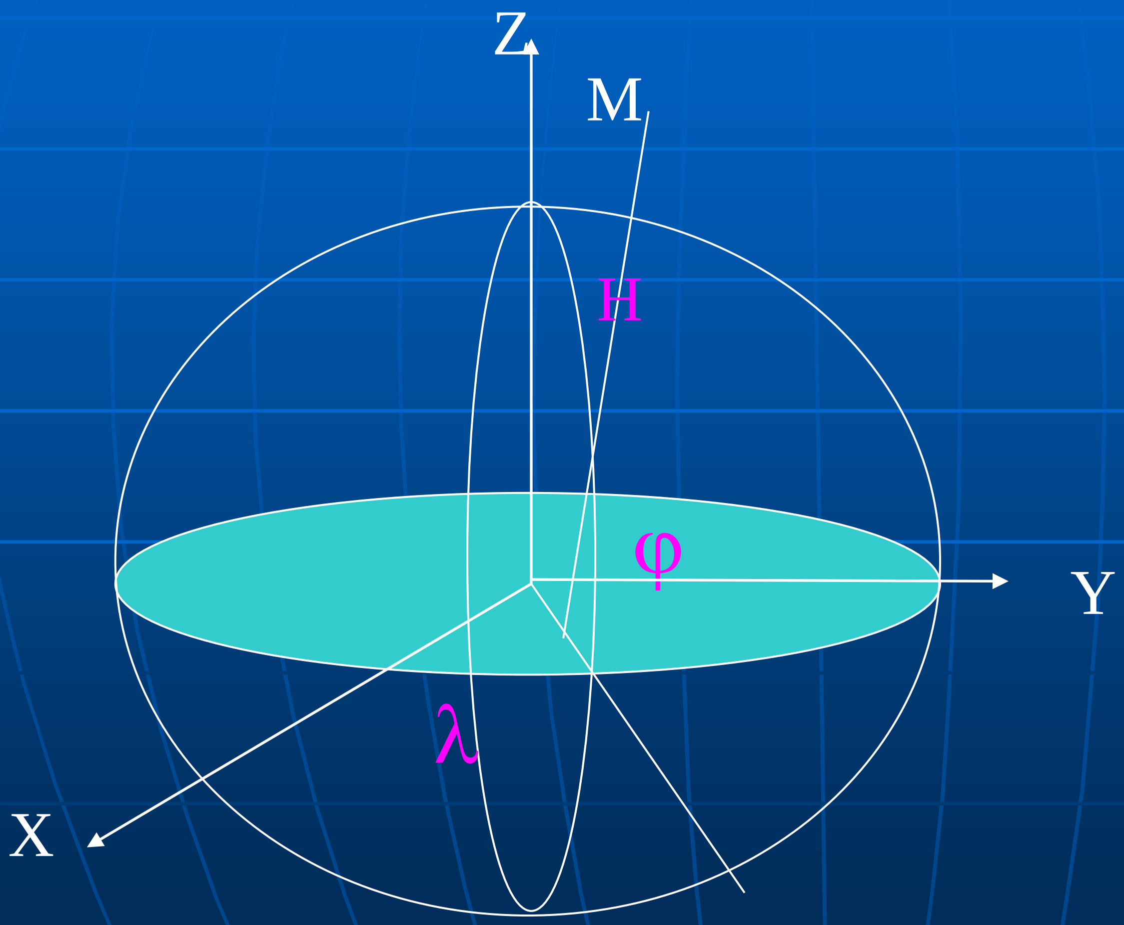


Avec:

- O l 'origine du système, presque le centre de la Terre,
- l'axe OZ parallèle à l'axe de la rotation de la Terre,
- le plan OXZ est parallèle au méridien de Greenwich,
- l'axe OY telque OXYZ est un trièdre direct orthonormé,
- (e_1, e_2, e_3) une base orthonormée soit :

$||e_1||=||e_2||=||e_3||$ **= 1 = l'unité des longueurs = le mètre**

A ce référentiel est associé un modèle de la Terre soit un ellipsoïde de révolution.



$X=(N+H)\cos\varphi \cos\lambda$
$Y=(N+H)\cos \varphi \sin\lambda$
$Z= (N(1-e^2)+H)\sin \varphi$

$N= a/(1-e^2\sin^2 \varphi)^{1/2}$

a = demi-grand axe
e = 1ère excentricité

2.2. Détermination des points géodésiques

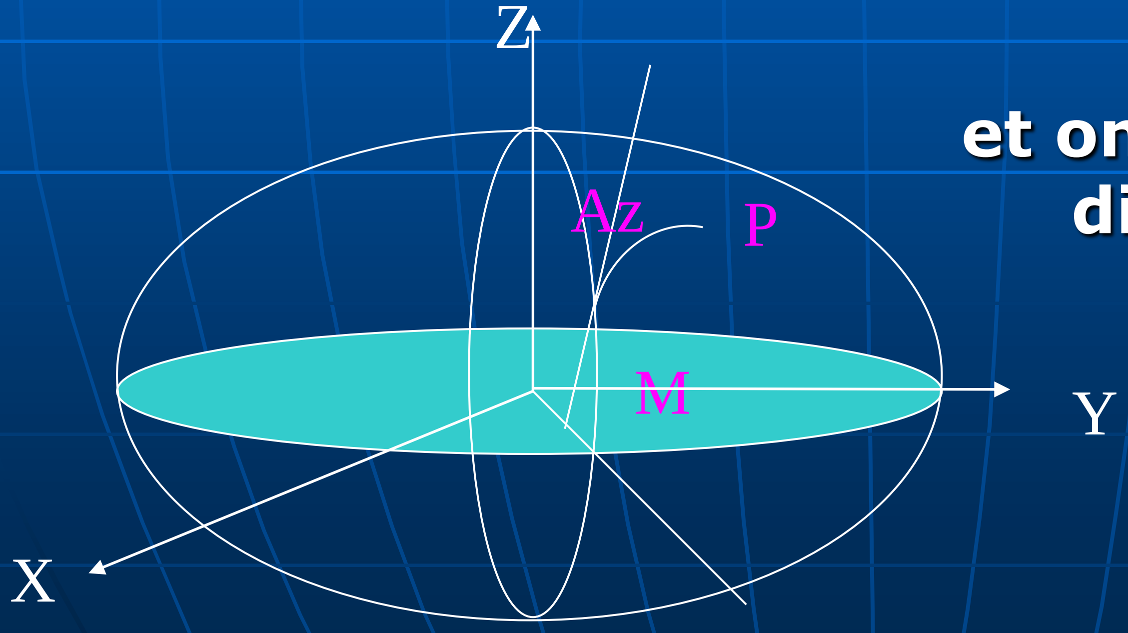
Par la Géodésie Classique:

- on détermine les coordonnées d'un premier point M dit point fondamental:

$$\varphi_g = \varphi_{astro}$$
$$\lambda_g = \lambda_{astro}$$

et l'azimut géodésique d'une direction MP:

$$Az_g = Az_{astro}$$

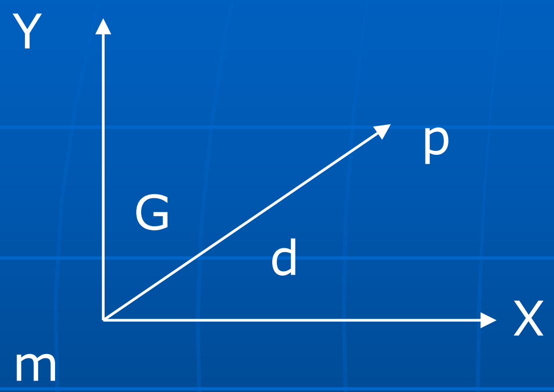


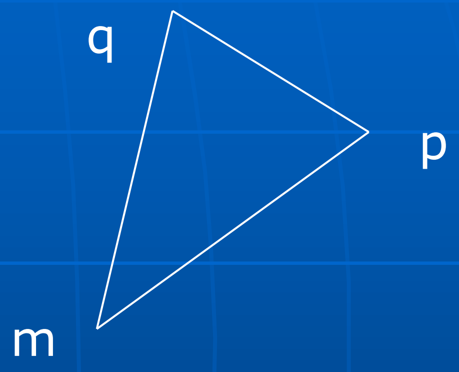
et on mesure la distance MP

-En pratique, on travaille sur le plan à l'aide des représentations planes:

$$(\varphi , \lambda) \Longrightarrow \quad X = X(\varphi, \lambda)$$

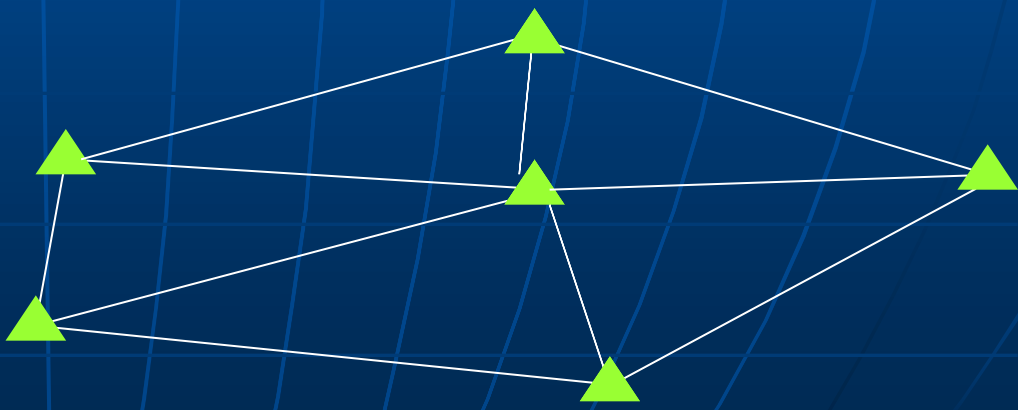
$$Y = Y(\varphi, \lambda)$$



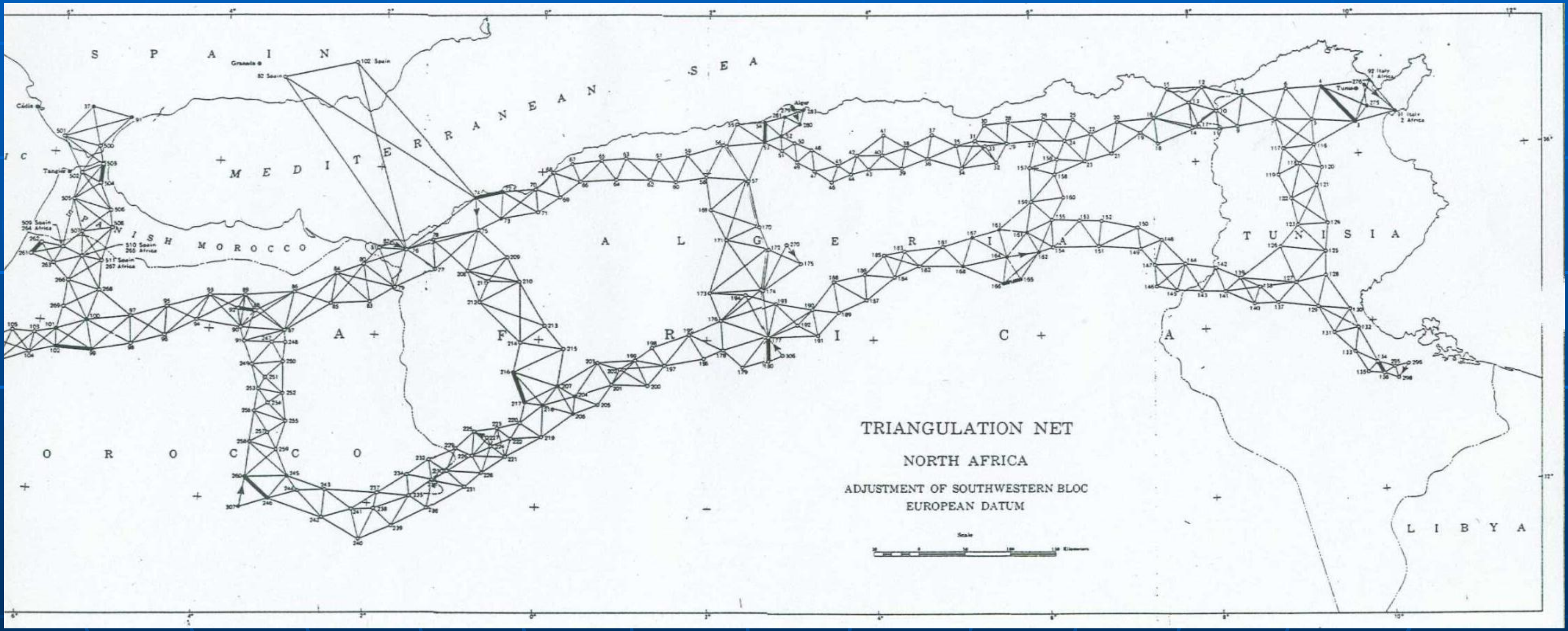


Ayant les coordonnées de m et p, on peut déterminer les coordonnées d'un troisième point q en mesurant seulement les angles à l'intérieur du triangle mpq.

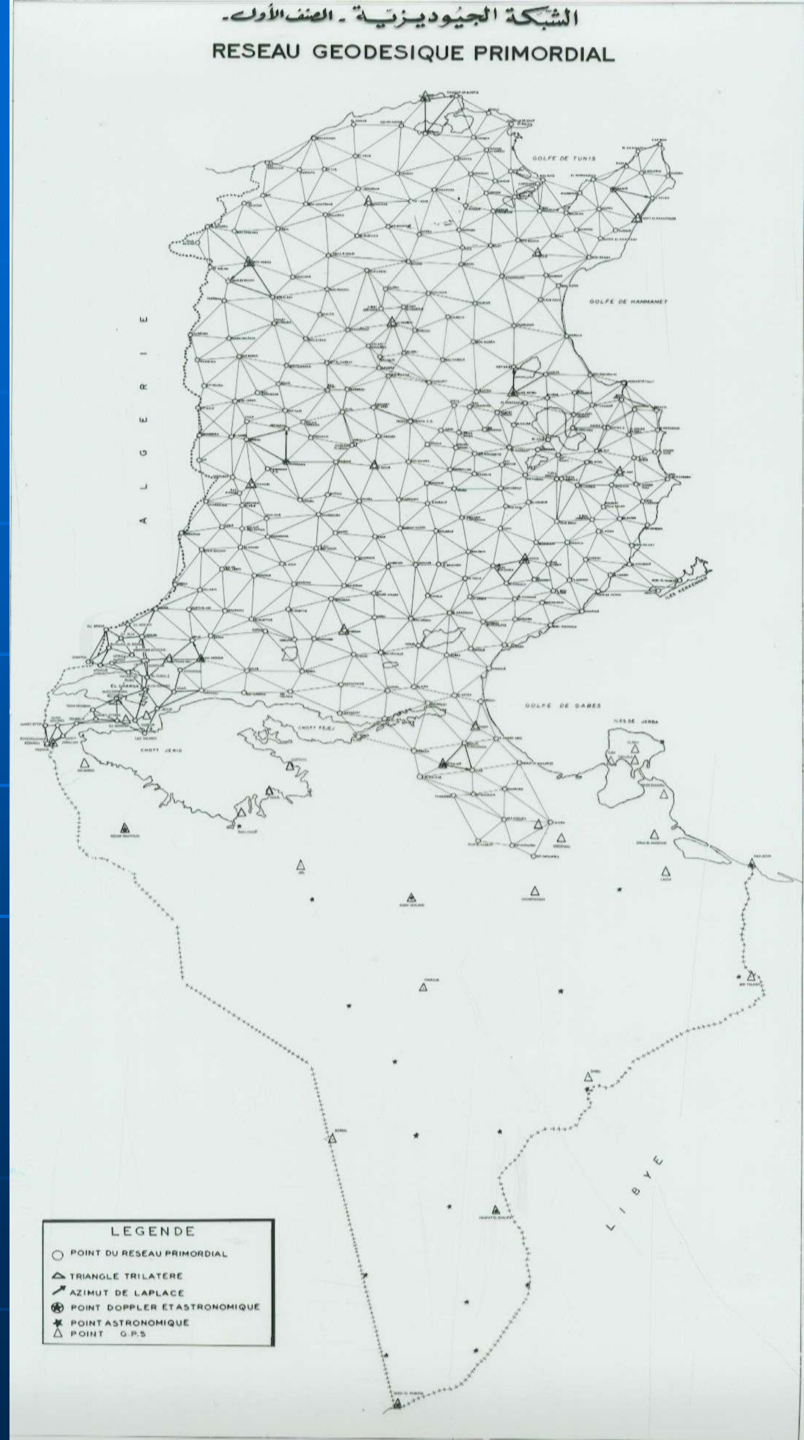
De proche en proche, on couvre la zone de travail par des triangles: C'est la méthode de triangulation.



LE RESEAU EUROPE 1950
Bloc Afrique du Nord



LE RESEAU GEODESIQUE TERRESTRE PRIMORDIAL TUNISIEN



3. Exemples de Calculs Intensifs en Géodésie

3.1. Les calculs de compensation des réseaux géodésiques terrestres classiques

L'objet de ces calculs est la détermination des coordonnées définitives des points géodésiques.

Les observations sont des lectures angulaires et des mesures de distances.

Les calculs géodésiques se basent sur l'utilisation de la méthode des moindres carrés.

On a la fonctionnelle: $$Y = F(X) \qquad (1)$$

où : - X le paramètre à déterminer,

- Y la grandeur observée.

Exemple de fonctionnelle: $D = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (2)$

Les coordonnées approchées donnent:

D_c = distance calculée

A l'aide d'un distancemètre, on a :

D_o = distance observée

En linéarisant l'équation (2), on obtient l'équation d'observation liant deux points nouveaux: (en bidimensionnelle):

$$\frac{\Delta x}{D} dx_i + \frac{\Delta y}{D} dy_i - \frac{\Delta x}{D} dx_j - \frac{\Delta y}{D} dy_j = l_{ij} + v_{ij}$$

$$\Delta x = x_i - x_j \qquad \text{et } \Delta y = y_i - y_j$$

l_{ij} = D observé – D calculé

v_{ij} = résidu

En écrivant pour l'ensemble des points, on obtient le système :

$$A.X = L + V \qquad (3)$$

La condition des moindres carrés $V^T.V$ minimum donne le vecteur solution $\underline{X}$ par:

$$\underline{X} = (A^T.A)^{-1}.\,A^T.L = N^{-1}.\,A^T.L \qquad (4)$$

On estime le facteur de variance σ^2 par :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n-m} \qquad (5)$$

Avec n: nombre des équations d'observations,
m: nombre des paramètres inconnus.

Le vecteur résidu est calculé par :

$$V = (A(A^T.A)^{-1}.A^T - I)L \qquad (6)$$

On estime les écart-types des inconnues par le calcul de la matrice variance covariance donnée par:

$$\Sigma = \sigma^2.(A^T.A)^{-1} = \sigma^2.N^{-1} \qquad (7)$$

Ce-ci nécessite le calcul de la matrice inverse de la matrice normale.

Les problèmes de calculs qui se posent en géodésie revient à résoudre les systèmes linéaires tels que le système donné par (4).

3.2. La Méthode de Helmert

Cette méthode a été utilisé dans les compensations des grands réseaux géodésiques.

On décompose le réseau en plusieurs blocs.

X1: les inconnues du bloc 1
X2: les inconnues du bloc 2
Y: les inconnues limitrophes

$A_1.x_1 + B_1.y = l_1 + v_1$

Les équations normales du bloc1 sont:

$N_1.x_1 + R_1.y = u_1$

$R^T{}_1.x_1 + M_1.y = w_1$

Soit $M'_1\ y = w'_1$

De même, le bloc 2 donne $M'_2\ y = w'_2$

Le vecteur y sera déterminé par:

$$(M'_1+M'_2)y= (w'_1+w'_2)$$

Ayant y, on détermine successivement x_1 et x_2:

$$x_1 =(N_1)^{-1}(u_1 - R_1y)$$

$$x_2 =(N_2)^{-1}(u_2 - R_2y)$$

La méthode de Helmert permet la réduction des dimensions des matrices normales.

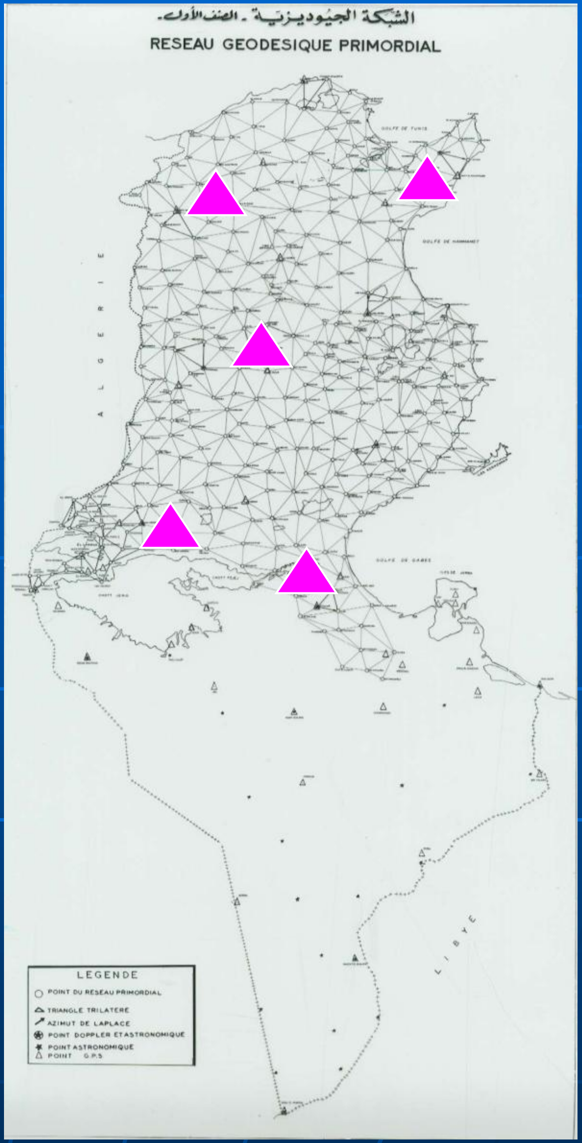
3.3. Exemples de calculs géodésiques

3.3.1. Définition du nouveau système géodésique tunisien appelé La Nouvelle Triangulation Tunisienne (NTT), basé sur le calcul des coordonnées définitives de 312 points du Réseau Géodésique Terrestre Primordial Tunisien:

- 5900 observations (angulaires+distances).
- 906 inconnues.
- Fixation de 5 points.
- Calculs effectués à l'IGN France en 1984.

* Les points fixés( ),

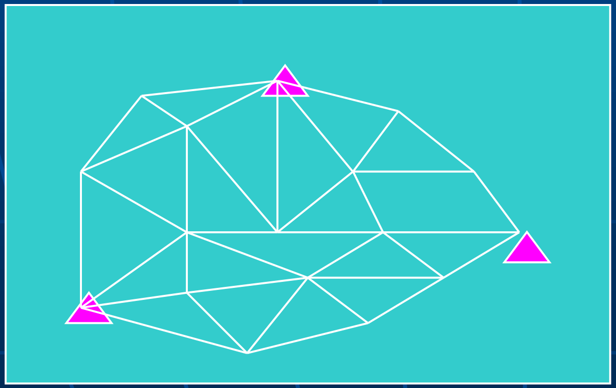
* Compensation de 312 points en un seul bloc.



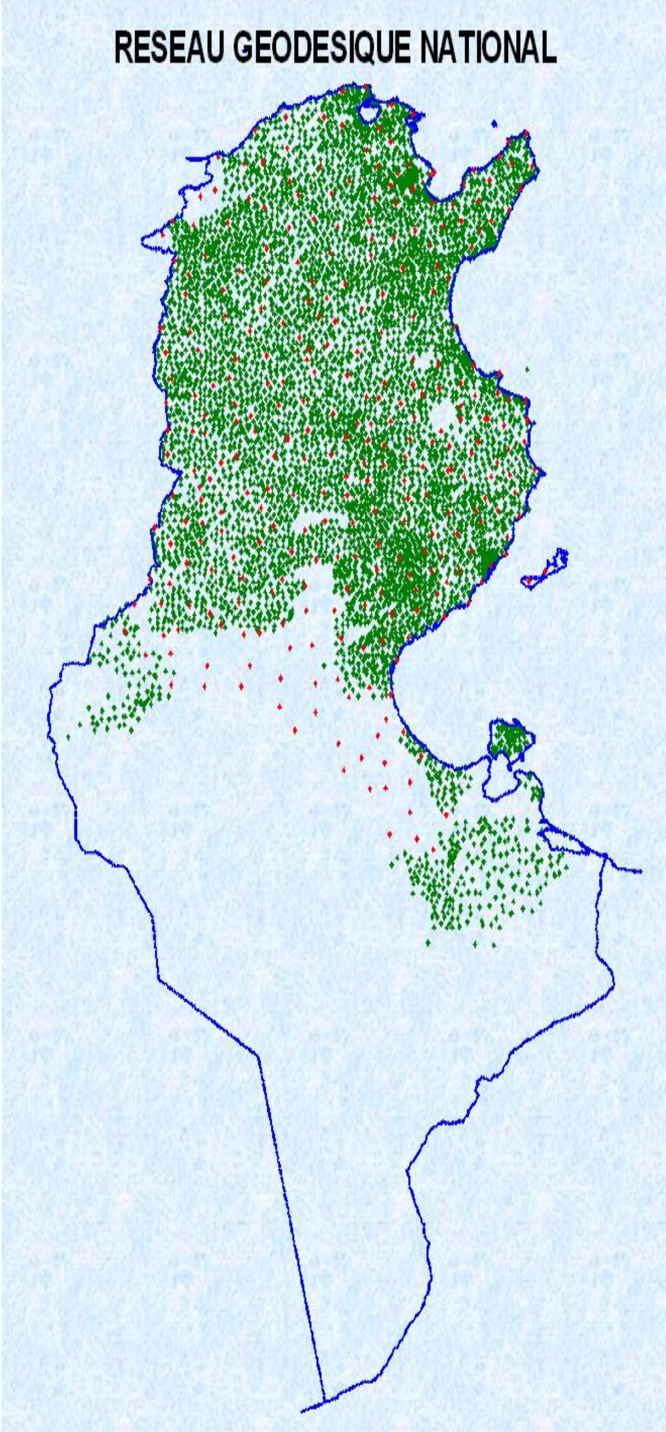
3.3.2. Calcul du Réseau Géodésique Secondaire Tunisien

Après avoir calculé le Réseau Primordial, on était amené à calculer le Réseau Géodésique Secondaire Tunisien dans le nouveau système NTT.

L'unité d'observation du Réseau Secondaire est la carte au 1/50000 soit (20kmx32 km) avec environ 60 points secondaires (distances entre 3 – 4 km et 7-8 km).



Le Réseau Géodésique Secondaire Tunisien



L’approche du calcul du Réseau Secondaire:

- **Méthode des moindres carrés.**
- **Coordonnées approchées issues du calcul de compensation de la feuille au 1/50000.**
- **Logiciel GeoLab.**
- **5600 points.**
- **Durée des calculs : 3 jours sur PC Pentuim 4.**
- **Excellents écart-types.**

4. Conclusion

Avec l’introduction de la géodésie spatiale (GPS), les calculs de compensation de grands réseaux géodésiques terrestres ont laissé la place aux calculs de géodésie spatiale. Ceux-ci utilisent aussi le même principe. La recherche dans ce domaine reste ouverte pour plus d’améliorations.

MERCI DE VOTRE ATTENTION