

# O conceito de massa como grandeza derivada do movimento

Rodrigo de Abreu

Centro de Electrodinâmica e Departamento de Física do IST

## Resumo

O conceito de massa é frequentemente introduzido através das leis de Newton. Associado aos conceitos de força e de aceleração na 2ª Lei de Newton  $f = m a$ , que se afirma ser válida em referenciais de inércia. Dado que as Leis de Newton não definem força nem referencial de inércia o conceito de massa deve ser introduzido por outra via que seja consistente com conceitos previamente estabelecidos, e aos quais se dê prioridade. Os conceitos de espaço e de tempo permitem introduzir dois dos conceitos definidores do movimento - velocidade e aceleração. Mostra-se que admitindo propriedades de simetria do espaço o conceito de massa emerge como uma relação entre distâncias, a relação entre as distâncias dos centros de duas esferas de massa  $m$  e  $m_p$  (massa padrão) e um ponto que se designa por centro de massa e que se encontra em repouso e em torno do qual as massas descrevem um movimento central. A grandeza massa é definida pelo movimento. As esferas gravitam em torno do centro de massa com acelerações na relação das massas, na relação das distâncias ao centro de massa. Admite-se, inicialmente a aproximação clássica em que o tempo é o mesmo por toda a parte, qualquer seja o referencial, isto é, admite-se que a velocidade não tem um limite superior. Nesta aproximação a massa é constante. As correcções relativistas resultam da existência de um limite superior para a velocidade.

## Introdução

Começamos em 1. por apresentar, resumidas ao essencial, algumas das críticas mais recentes, do final do século passado e deste século, às leis de Newton. Estas críticas embora tenham contribuído para a formulação da relatividade por Einstein, existem independentemente dos postulados de invariância da velocidade da luz e de equivalência da massa inercial e gravitacional. Mostra-se em 2. que se se admite que o movimento de uma esfera na presença de outra esfera num espaço que se admite homogéneo e isotropo é uma curva, então existe uma lei de aceleração universal que permite introduzir a noção de massa. As massas são os coeficientes que definem o referencial onde se verificam as condições de simetria do movimento. Aparecem, simultaneamente, numa equação de variação da quantidade de movimento e numa lei de aceleração universal, que necessariamente, varia com o inverso do quadrado da distância aos centros das esferas que se consideram. As leis de Kepler emergem como caso particular, quando uma das massas tende para infinito. A equivalência da massa inercial e gravitacional não se põe.

Em 3. através de um modelo unidimensional obtêm-se com simplicidade as equações corrigidas pela introdução da existência de uma velocidade limite. Dado que no referencial acelerado o movimento é descrito com uma aceleração  $g$  a massa deve

poder ser descrita cinematicamente, aceleramos um corpo em relação às massas que o constituem. As equações permitem facilmente interpretar a dependência da massa do seu conteúdo energético. “Acelerar” um corpo é equivalente a “travar” um corpo. Massa inercial e gravitacional são equivalentes.

O campo electromagnético, ao introduzir a noção de carga tem de ser consistente com a noção de massa, o electromagnetismo é consistente com a gravitação. Em 4. com o recurso às formas diferenciais mostra-se a consistência das equações de Maxwell com a força de Lorentz e a força de Newton. Dado a força ser uma grandeza derivada, emerge da contracção da forma de Faraday com a velocidade  $u$ .

## 1. A crítica às leis de Newton.

As Leis de Newton têm sido criticadas por diversos autores. São bem conhecidas as críticas de H. Hertz, A. Kirchhoff, W. Clifford, A. Edington, H. Poincaré, E. Mach, L. Eisenbud, M. Jammer, R. Brehme, J. Anderson, S. Jodra, A. Bouquet [1-12]. Fundamentalmente estas críticas baseiam-se nas duas considerações seguintes:

- a) A 1ª Lei de Newton que afirma que um corpo está em repouso ou em movimento uniforme em linha recta a não ser que esteja actuado por uma força pressupõe que se sabe o que é força, dado que se um corpo estiver em movimento rectilíneo e uniforme num referencial não está em movimento rectilíneo e uniforme em outros referenciais. Como afirmava Edington um corpo está em movimento rectilíneo e uniforme excepto se não estiver. É possível introduzir uma função força, grandeza derivada e com carácter formal. E verificar que esta função pode ser nula num referencial e não ser nula noutro.
- b) A 2ª Lei de Newton que afirma que a alteração do movimento é proporcional à força actuante e feita na direcção da força, pressupõe que o conceito de força já foi anteriormente estabelecido, o que não é o caso. De forma equivalente podia introduzir-se o conceito de Gorce [13] ou de Xanandu [7]. Acresce a esta critica a de que o movimento, hoje designado por quantidade de movimento, é definido pelo produto da massa pela velocidade o que pressupõe a definição de massa. Newton ao introduzir  $f = m a$ , pretendia que a força  $f$  existia e ao actuar numa massa  $m$  imprimia-lhe uma aceleração  $a$  e não que ao produto da massa pela aceleração se designasse  $f$  [7, 14].

## 2. A massa como grandeza definida pelo movimento.

A noção de massa emerge associada a duas experiências que estão intimamente relacionadas, mas que podem parecer ser distintas: a de peso de um objecto e a dificuldade em empurrar, puxar, ou travar um corpo (ver 3.). Podemos relacionar estas duas ideias. Notemos desde já, que ao peso está associada a ideia de que existe uma direcção distinta das outras, a direcção que designamos por vertical. E se empurrarmos numa direcção horizontal a

dificuldade em empurrar é independente da direcção horizontal que se considere. Esta dificuldade não depende da direcção escolhida, desprezado que seja o atrito com a superfície onde deslize o corpo.

Considere-se um espaço que se identifique com esta ideia de isotropia associada ao plano horizontal. Designemos esse espaço por referencial Newtoniano[7]. Admitamos que era possível eliminar o campo gravitacional. Deixávamos de ter a vertical como direcção privilegiada. Tudo se passa nesse espaço isotropicamente. O espaço interior ao “space shuttle” é bom exemplo de espaço onde vigora esta isotropia.

Consideremos que num espaço homogéneo e isótropo introduzimos uma esfera homogénea. É de admitir que a haver perturbação na homogeneidade e isotropia do espaço devido à presença da esfera esta perturbação se faça de acordo com uma simetria esférica. Imaginemos que introduzimos uma segunda esfera também homogénea e comecemos por admitir que longe de qualquer das esferas que se considere o espaço não sofreu qualquer alteração, isto é a dificuldade em por em movimento uma esfera é independente da direcção. Se neste espaço duas esferas forem introduzidas com velocidades  $v_1$  e  $v_2$  a direcção e módulo das velocidades permanece durante o movimento, pelo menos aproximadamente. Consideremos a linha recta que une o centro das duas esferas. Escolhamos um ponto arbitrário nesta linha entre os dois centros. É evidente que este ponto se movimentará com velocidade constante. Se definirmos um referencial em movimento com este ponto o movimento das duas esferas neste referencial também é rectilíneo e uniforme. Generalizemos as considerações que acabamos de fazer admitindo que as trajectórias das duas esferas não são rectas mas sim curvas e que apenas em determinadas condições experimentais são aproximadamente rectas – podem ser, por exemplo arcos de uma circunferência cujo raio é muito maior do que o arco que se está a considerar. Procuremos analiticamente representar estas considerações.

Introduzamos  $m_1$  e  $m_2$  tal que

$$m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2 = \mathbf{0} \quad (1)$$

e portanto, derivando em ordem ao tempo, uma e duas vezes

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = \mathbf{0} \quad (2)$$

e

$$m_1 \mathbf{a}_1 + m_2 \mathbf{a}_2 = \mathbf{0} \quad (3)$$

em que  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{a}_1$  e  $\mathbf{a}_2$  são respectivamente os vectores de posição, as velocidades e os vectores aceleração dos centros das esferas 1 e 2 em relação ao ponto intermédio definido pelos parâmetros  $m_1$  e  $m_2$  e que se designa por Centro de Massa, CM.

Os vectores aceleração  $\mathbf{a}_1$  e  $\mathbf{a}_2$  passam pelo centro das esferas 1 e 2 e por CM dado estarmos a admitir que as esferas são homogéneas. As esferas comportam-se como se fossem pontos, os centros das esferas. Para que tal se verifique é necessário que a aceleração tenha a forma

$$\mathbf{a}_i = m_j (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) / |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3 \quad (4)$$

dado que a aceleração resultante das acelerações dos vários pontos da esfera tem de ser igual à aceleração do centro da esfera. De facto, admitamos que existe uma classe de curvas associadas ao movimento das esferas  $\mathbf{r}_1(t)$  e  $\mathbf{r}_2(t)$ . Dada a isotropia e homogeneidade do espaço  $\mathbf{a}_i = f(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|) (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) / |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3$ . Admitamos que existe um ponto que está em repouso entre os dois centros, que verifica (3). Se o ponto existe então se colocarmos o centro de uma esfera  $l$ , de massa arbitrária  $m_l$  nesse ponto a aceleração tem de satisfazer a (4), dado a aceleração resultante sobre os vários pontos  $l$  da esfera  $l$  associada aos pontos  $j$  e  $i$  das esferas  $j$  e  $i$  só é zero no centro da esfera  $l$  se se verificar (4). Reciprocamente se se verifica (4) então existe um ponto entre as duas esferas que está em repouso, que satisfaz simultaneamente a (3).

Em resumo: se admitirmos que duas esferas com velocidades  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{v}_2$  se deslocam num espaço homogéneo e isótropo, o movimento das esferas pode ser definido pelas equações anteriores. Existe um ponto nesse espaço que está parado ou em movimento rectilíneo e uniforme.  $m_1$  e  $m_2$  são as massas das esferas. As massas estão na razão das distâncias ao centro de massa. Escolhida uma massa padrão  $m_p$  as massas poderiam ser medidas através da relação das várias distâncias associadas ao movimento. A outra forma de medir  $m$  é através da aceleração do planeta terra e através da aceleração de uma mola que se lhe oponha e que se admite proporcional à elongação da mola. Os resultados experimentais da observação do movimento dos planetas em torno do sol, sintetizados por Kepler nas suas três leis <sup>1</sup>, levaram Newton a formular leis que davam conta desse movimento. De facto se a massa de uma das esferas consideradas anteriormente tender para infinito (a massa do sol é muito superior à massa de cada planeta) a aceleração a que fica sujeito o planeta  $i$  é dado por (4) onde  $m_j$  passa a ser a massa do sol e  $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$  é a distância do centro do planeta ao centro do sol. A órbita do planeta é uma elipse e o sol está num dos focos da elipse. Neste caso a aceleração da esfera  $i$  não depende de  $m_i$ . Temos de imediato a razão de ser do princípio de equivalência de Einstein, dado que a questão relativa à igualdade da massa inercial e gravitacional nem sequer se põe. A relatividade geral emerge das condições anteriores mais a condição da existência de uma velocidade limite. É possível estender as condições anteriores para outras situações :

Introduzamos um vector de posição do centro de massa em relação a um outro referencial que não adira ao centro de massa. Temos evidentemente que

$$\mathbf{R} = m_i \mathbf{r}_i / m, \quad (5)$$

---

<sup>1</sup> Se a aceleração varia com o inverso do quadrado da distância todas as curvas correspondentes ao movimento, para um mesmo ângulo centrado no sol, definem dois pontos em que se verifica igual variação da velocidade. De facto dado a aceleração ser dirigida para o sol e variar com o inverso do quadrado da distância a variação de velocidade não depende do raio dado o tempo de percurso entre os dois pontos da curva ser proporcional ao quadrado do raio. Esta condição é satisfeita se as trajectórias forem cónicas em que o sol está num foco [15]. Tal verifica-se mesmo que a trajectória seja uma hipérbole, e se esteja a considerar partes da hipérbole próximas da assíntota. Parece uma recta, mas não é uma recta. As "rectas" são cónicas.

em que se usou a convenção de Einstein da soma nos índices repetidos (mudos) e  $m$  é a soma dos  $m_i$ , e  $i$  varia de 1 a  $N$ . É evidente que se soubermos o movimento no centro de massa através de (5) podemos determinar o movimento em qualquer outro referencial, isto é podemos determinar  $\mathbf{R}$  em função do tempo, qualquer que seja o referencial. Trata-se de um problema puramente cinemático. Por exemplo: consideremos duas esferas em queda livre num campo gravitacional constante. Temos que a aceleração das várias massas  $m_i$  é constante e igual à aceleração do centro de massa. O referencial do centro de massa é um referencial Newtoniano e o movimento das massas  $m_i$  no referencial onde existe a aceleração constante está completamente resolvido. Consideremos como segundo exemplo o do movimento de uma carga eléctrica em movimento na presença de uma outra carga eléctrica de massa muito elevada, fixa. A generalização compatível com a experiência resulta da sobreposição à aceleração gravitacional de uma aceleração Coulombiana em tudo idêntica à aceleração universal da gravitação. A generalização e busca de covariância das leis da Física emergiu da noção fundamental de massa, ligada ao movimento (ver 4.). Esta associação ao movimento foi feita por Newton. Mas a relação entre massa inercial e gravitacional ficou escamoteada devido à introdução do conceito considerado essencial de força. O cálculo da força a partir da variação da quantidade de movimento por unidade de tempo permite obter de forma simples interpretações muito interessantes [7, 14, 16, 17]. Dado poder ser ponto de partida é fundamental que se compreenda de forma clara quais os pressupostos que lhe estão associados e que se evitem eventuais definições tautológicas que poderão originar dificuldades de compreensão ou falsas interpretações [7, 14, 18, 19].

### 3. As correcções relativistas

A transformação de Lorentz emerge da existência de uma velocidade limite [20, 21].

A noção de tempo está associada à noção de distância através da noção de movimento, da ideia de velocidade. Associada a massa ao movimento, a transformação de Lorentz, inevitavelmente, corrige as expressões da física clássica, não relativista. Podemos construir um formalismo quadridimensional e descrever a energia e o momentum através de um quadri-vector, cuja norma, localmente, é dada por

$$E^2 - p^2 k^2 = m_0 k^2 \quad (6)$$

em que  $E$  é a energia,  $p$  o módulo da quantidade de movimento e  $k$  a velocidade limite [20].

Consideremos uma caixa de altura  $H$ , com uma aceleração  $g$  em relação a um determinado referencial Newtoniano RN:

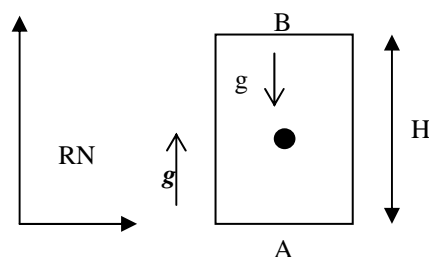


Fig. 1

A massa  $m$  indicada pela esfera move-se perpendicularmente a A e B. No interior da caixa a massa  $m$  fica submetida a uma aceleração  $g$

No interior da caixa qualquer massa  $m$  é submetida a uma aceleração igual a  $g$  mas com sentido contrário como se indica na fig. 1. Vamos seguidamente demonstrar que o resultado das colisões da massa  $m$  em A e B dá origem a uma força, obtida através da variação da quantidade de movimento por unidade de tempo, que é igual à massa  $m$  multiplicada por  $g$  [22]. A massa da caixa contém a massa da esfera, embora a esfera “voe” entre A e B – a massa é um efeito cinemático [22]. Obtemos deste modo uma interpretação da massa consistente com a definição dada em 2., diferente da que se pode obter através de um dado modelo electromagnético [23, 24], mais de acordo com outro[25-27].

A conservação da energia do movimento entre A e B permite escrever

$$m_A k^2 = m_B k^2 + m_B g h = m_B k^2 \left(1 + \frac{gH}{k^2}\right) \quad (7)$$

De (6), temos

$$p^2 k^2 = E^2 - m_0^2 k^4 \quad (8)$$

Em A e B, (7) e (8) permite escrever

$$m_A^2 k^4 - m_0^2 k^4 = p_A^2 k^2 = m_B^2 k^4 \left(1 + \frac{gH}{k^2}\right)^2 - m_0^2 k^4 \quad (9)$$

$$p_A^2 k^2 = p_B^2 k^2 + m_B^2 k^4 \frac{gH}{k^2} \left(2 + \frac{gH}{k^2}\right) \quad (10)$$

e se  $gh \ll k^2$

$$p_A^2 = p_B^2 + 2m_B^2 gH \quad (11)$$

De (11) temos

$$m_A^2 v_A^2 = m_B^2 v_B^2 + 2m_B^2 gH \quad (12)$$

que se pode escrever 
$$\frac{m_0^2 v_A^2}{1 - \frac{v_A^2}{k^2}} = \frac{m_0^2}{1 - \frac{v_B^2}{k^2}} (v_B^2 + 2gH).$$

Obtemos, desta forma um resultado consistente com

$$v_A = \sqrt{v_B^2 + 2gH}$$

dado  $v_A = v_B + gt_A$  e  $t_A = \frac{H}{\frac{v_A + v_B}{2}}$ , e dado estarmos a considerar  $gh \ll k^2$ . De facto quando  $gH \ll k^2$ , se  $v_B \ll k, v_A \ll k$  e  $\gamma_{A,B}^{-2} = 1 - \frac{v_{A,B}^2}{k^2} \cong 1$ . Se  $v_B \rightarrow k, v_A \rightarrow k$  e  $(1 - \frac{v_A^2}{k^2}) = 1 - \frac{(v_B + gt)^2}{k^2} \cong 1 - \frac{v_B^2}{k^2}$ .

De (11) temos

$$(p_A - p_B)(p_A + p_B) = 2m_B^2 gH, \quad (13)$$

$$p_A = p_B + \frac{2m_B^2 gH}{p_A + p_B}, \quad (14)$$

$$2m_A v_A = 2m_B v_B + 2 \times 2m_B^2 gH / (m_A v_A + m_B v_B), \quad (15)$$

$$2m_A v_A = 2m_B v_B + m_B g 2H / (\frac{\gamma_A}{\gamma_B} v_A + v_B) / 2. \quad (16)$$

e como  $gH \ll k^2$

$$2m_A v_A = 2m_B v_B + m_B gT \quad (17)$$

em que T é o período entre colisões em A e B. Obtemos deste modo que a força em A,  $F_A$ , e em B,  $F_B$  satisfazem a

$$F_A = F_B + m_B g \quad (18)$$

No limite clássico temos

$$v_A = v_B + gt_A \quad (19)$$

$$2m_0 v_A = 2m_0 v_B + m_0 g 2t_A \quad (20)$$

$$F_A = F_B + m_0 g \quad (21)$$

Quando  $v_B \rightarrow k$ , emon [20, 28], temos

$$\hbar\omega_A = \hbar\omega_B (1 + gH / k^2) \quad (22)$$

$$\frac{2\hbar\omega_A}{k} = \frac{2\hbar\omega_B}{k} (1 + gH / k^2) \quad (23)$$

$$T = 2H / k \quad (24)$$

$$\frac{2\hbar\omega_A}{kT} = \frac{2\hbar\omega_B}{kT} (1 + gH / k^2) \quad (25)$$

$$F_A = F_B + \frac{2\hbar\omega_B}{kT} gH / k^2 \quad (26)$$

$$F_A = F_B + \frac{\hbar\omega_B}{k^2} g \quad (27)$$

#### 4. A força de Newton e sua relação com a força de Lorentz: a transformação de $\mathbf{E}$ e de $\mathbf{B}$ .

Seguidamente mostra-se a consistência das equações de Maxwell com a força de Newton, bastando para tal que a grandeza derivada  $\mathbf{f}=d\mathbf{p}/dt$ , seja igual a  $\mathbf{f}=q(\mathbf{E}+\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ , a força de Lorentz. De facto as equações de Maxwell contêm a informação associada à força de Lorentz, dado que a forma de Faraday contraída com o o quadrivector velocidade define o quadrivector força de Lorentz. Se as equações de Maxwell resultam da aplicação de uma estatística quântica às partículas do campo electromagnético [28, 29], então as partículas do campo electromagnético dão origem à força de Lorentz que determina o movimento consistentemente com a gravitação, com a massa [30, 31].

Consideremos o 4-vector força de Minkowski

$$F^\alpha = \frac{dP^\alpha}{d\tau}. \quad (28)$$

Escrevamos a transformação de Lorentz:

$$x^0 = (x^{\bar{0}} + \beta x^{\bar{1}})\delta(\beta) \quad (29)$$

$$x^1 = (x^{\bar{1}} + \beta x^{\bar{0}})\delta(\beta) \quad (30)$$

$$x^2 = x^{\bar{2}} \quad (31)$$

$$x^3 = x^{\bar{3}} \quad (32)$$



em que

$$\delta(\beta) = (1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}.$$

$$F^0 = (F^{\bar{0}} + \beta F^{\bar{1}})\delta(\beta) \quad (33)$$

$$F^1 = (F^{\bar{1}} + \beta F^{\bar{0}})\delta(\beta) \quad (34)$$

$$F^2 = F^{\bar{2}} \quad (35)$$

$$F^3 = F^{\bar{3}} \quad (36)$$

em que

$$F^\alpha = (\gamma(f \cdot u), \mathcal{f})$$

em que  $\gamma = (1 - u^2)^{-1/2}$ ,  $u$  é a velocidade da partícula em  $S$  e  $f$  é a força de Newton

$$f = dp / dt.$$

O 4 - vector velocidade de Minkowski é

$$U^\alpha = (\gamma, \gamma u) \text{ em que } U^{\bar{0}} = (U^0 - \beta U^1)\delta(\beta).$$

Temos portanto

$$\bar{\gamma} = (\gamma - \beta \gamma u_x)\delta(\beta) = \delta(\beta)\gamma(1 - \beta u_x) \quad (37)$$

De (33) e (37) temos

$$(\bar{f} \cdot u) = \frac{(f \cdot u) - \beta f_x}{1 - \beta u_x} \quad (38)$$

(34) e (37) permitem escrever

$$\bar{f}_x = \frac{f_x - \beta(f \cdot u)}{1 - \beta u_x} \quad (39)$$

Se  $f = q(E + u \times B)$  então

$f_x = qE_x + q(u_y B_z - u_z B_y)$ . (37), (38) e (39) permitem determinar

$$B_{\bar{z}} = \frac{B_z - \beta E_y}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$B_{\bar{y}} = \frac{B_y + \beta E_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$E_{\bar{y}} = \frac{E_y - \beta B_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$E_{\bar{z}} = \frac{E_z + \beta B_y}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$E_{\bar{x}} = E_x$$

$$B_{\bar{x}} = B_x$$

As equações de Maxwell escrevem-se no espaço de Minkowski [30, 32]

$$dF = 0 \quad (40)$$

$$d^*F = Z_0^*J \quad (41)$$

em que  $Z_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}$ ,  $F$  e  $^*F$  são a forma de Faraday e o seu dual,

$$F = E \wedge dt + B. \quad (42)$$

Se contraírm os  $F$  com  $U$  (4 - vector velocidade) temos

$$F(u) = \langle Edx^0 + B, U \rangle = \langle Edx^0 + B, U \rangle = \langle Edx^0 \rangle + \langle B, U \rangle \quad (43)$$

que pode ser escrito na forma [25]

$$F(u) = \gamma(E \cdot u) dx^0 - \gamma E - \gamma(u \times B)_i dx^i \quad (44)$$

em que  $i = 1, 2$  e  $3$ . Logo o 4 - vector associado a  $qF(u)$  é o 4 - vector força de Lorentz

$$f_i^i = (q\gamma(E \cdot U), \gamma(qE + q(u \times B))) \quad (45)$$

em que  $i = 0, 1, 2$  e  $3$ .

## CONCLUSÃO

As Leis de Newton são o ponto de partida, o alfa da física teórica. Assim sendo é natural que dificuldades surjam a jusante, se tiverem origem a montante, na nascente. Mostrou-se que o conceito de massa pode ser estabelecido através do movimento. A ideia de que o movimento “natural” é rectilíneo e uniforme cria preconceitos, ideias feitas, mas que não resistem a diversas análises críticas, que têm sido feitas. O movimento só faz sentido se definido em relação a um conceito primeiro. Ao “éter”, ao Zero Point Field, em relação a um “corpo”, ao “espaço”. As diversas teorias da Gravitação surgem destas conceptualizações do movimento. Newton pensou no movimento em relação ao “espaço absoluto”. Einstein pensou no movimento num “espaço curvo”. Rosen pensou no movimento num espaço plano em que os padrões de medida é que mudam. Duas esferas bastam para que se possa começar a estruturar o

movimento. Se se admite que duas esferas se movem segundo curvas que revelam a simetria das esferas, então existe uma lei de aceleração universal que revela esta simetria. O movimento “natural” não tem necessariamente que ser rectilíneo e uniforme. Admitir que o é, pode ser um preconceito, do qual só com dificuldade nos conseguimos livrar. Da mesma forma pode ser que a assunção de que a velocidade não está limitada seja apenas um preconceito, e não uma afirmação que se deva considerar óbvia, inevitável. Pode ser que resulte apenas da experiência a baixas velocidades. A noção que temos de tempo, como um absoluto, está intimamente ligada a esta experiência limitada das baixas velocidades. Newton poderia ter chegado à conceptualização da relatividade restrita se tivesse posto em causa a ideia de que a velocidade não estava limitada. E para tal não necessitava do “resultado”, que por vezes se afirma ser experimental, de que a velocidade da luz no vácuo é a mesma em todos os “referenciais de inércia”. Não existem experiências que mostrem que a velocidade da luz é a velocidade limite, e não uma velocidade próxima da velocidade limite. As experiências corroboram as teorias ou não. Se se admite que a velocidade da luz é a velocidade limite não se pode experimentalmente mostrar que não o é (na hipótese de o não ser), directamente, se diferir de uma quantidade experimentalmente muito pequena da velocidade limite (as experiências de Michelson-Morley-Miller, embora baseadas na ideia de que a luz se propagava no éter, mostraram a dificuldade de se tirar uma conclusão pela negativa. Teoricamente, no entanto não é indiferente pensar-se que é a velocidade limite ou que está próxima da velocidade limite, porque “praticamente” a “luz” passava a poder estar parada, na segunda teoria ! Se Newton juntasse à limitação da velocidade, a ideia de que o movimento livre, “natural”, é uma curva, tal bastaria para que chegasse também à conclusão de que o tempo dependia do local, e não apenas do referencial. De facto, a classe de curvas que revelam a simetria do movimento de duas esferas permitem definir a massa das duas esferas através da aceleração que tem de variar com o quadrado da distância ao centro das duas esferas e satisfazer a uma lei de conservação da quantidade de movimento. Os diversos movimentos possíveis das duas esferas dependem de dois coeficientes que são as massas das esferas. Os movimentos possíveis são todos matematicamente equivalentes. No caso de uma das esferas ter massa “infinita” o movimento da outra esfera é uma cónica, “centrada” na primeira esfera. Newton ao atribuir ao movimento dos planetas a atracção do sol, de uma força que actuava no planeta, contaminou as análises posteriores com tal pressuposto. Com a ideia de força. Deu uma explicação. Não se limitou a uma descrição. Generalizou experiências do quotidiano (evidentemente que não nos estamos a referir à associação genial da queda da maçã e da lua) para o movimento sem contacto de um planeta em torno do sol. De facto a lei da aceleração universal introduz uma só massa, e não dois conceitos de massa, inercial e gravitacional. A força de atracção universal é que necessitava de um outro conceito de massa que lhe desse um carácter autónomo, independentemente da massa inercial. Com um só conceito, Newton, como mais tarde Einstein, prescindiria de um princípio de equivalência. Com uma partícula a oscilar entre duas placas A e B, facilmente se atinge a transformação de Lorentz. Se conclui que o tempo depende da altura (através do efeito Mössbauer) e se conclui que a massa pode ser interpretada como um efeito cinético, que não depende da interacção com o vácuo, como recentemente se sugeriu. É que pode ser que a adesão do formalismo electromagnético ao da gravitação resulte não de uma realidade física mas de um acidente formal, resultado de Newton ter introduzido a força não como grandeza derivada mas sim como entidade física fundamental. É a carga conceito primeiro e a massa grandeza derivada (conforme recentemente foi sugerido por Haisch, Rueda e Puthoff) ou a recíproca é que é verdadeira?

## REFERÊNCIAS

1. Hertz, H. *Principles of Mechanics* (The Macmillan Company, New York, 1889).
2. Kircchhoff, A. *Vorlesung über Mathematische Physic: Mechanik* (Leipzig, 1874).
3. Clifford, W. K. *The Common Sense of the Exact Sciences* (Appleton and Company, New York, 1885).
4. Edington, A. S. *The Nature of the Physical World* (The Macmillan Company, New York, 1929).
5. Poincaré, H. *La Science et l'Hypothèse* (Ernest Flammarion 26, Rue Racine, Paris) (1943).
6. Mach, E. *Science of Mechanics* (Open Court Publishing Company, La Salle, Illinois, 1942).
7. Eisenbud, L. *Am. J. Phys.* 26, 144 (1958).
8. Anderson, J. L. *Am. J. Phys.* 58, 1192 (1990).
9. Brehme, R. W. *Am. J. Phys.* 53, 952 (1985).
10. Jammer, M. *La Recherche* 5, 221 (1974).
11. Jodra, S. *Science et Vie (Hors Serie)*, nº 20, p.6 (1998).
12. Bouquet, A. *Science et Vie (Hors Serie)*, nº 20, p.74 (1998).
13. Feynman, R. Leighton, R. Sands, M. *The Feynman Lectures on Physics* (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts) vol. 1, 12-1 (1976).
14. Abreu, R. *de Técnica* 3, 47 (1994).
15. Goodstein, D. L. Goodstein, J. R. *A lição esquecida de Feynman* (Gradiva, Ciência Aberta) (1996).
16. Abreu Faro, M. Abreu, R. *A one-dimensional model of irreversibility, EPS 10, TRENDS IN PHYSICS*, 314, SEVILHA (1996).
17. Abreu Faro, M. e M. Hermínia Marçal *Energia confinada em cavidade de parede móvel. Análise da evolução para o equilíbrio. Interpretação física. Memórias da Academia das Ciências de Lisboa, Classe de Ciências, Tomo XXXVIII*, 1998.

18. Tiersten, M. and Soodak, H Am. J. Phys. 66(9), 810 (1998).
19. Abreu, R. *Tese de doutoramento*, IST (1983).
20. Abreu, R. *Gazeta de Física* vol. 21, fasc. 3, 9 (1998).
21. Resina Rodrigues, J. M. *Introdução à teoria da relatividade restrita* (IST PRESS, Instituto Superior Técnico, Lisboa) p.21 (1998).
22. Abreu, R. *Termodinâmica de uma massa imersa numa atmosfera* (a publicar).
23. Haisch, B. Rueda, A. Puthoff, H. *The Sciences*, Nov/Dec., 2 (1994).
24. Haisch, B. Rueda, A. Puthoff, H. *Inertia as a Zero Point Field Lorentz Force* Phys. Rev. A, 49, 678-694 (1994).
25. Einstein, A. *Sobre a Electrodinâmica dos Corpos em Movimento*, Textos Fundamentais da Física Moderna, O Princípio da Relatividade (Fundação Calouste Gulbenkian-reprodução de Ann.d. Phys. 17 (1905)), 47 (1972).
26. Einstein, A. *A Inércia de um corpo será dependente do seu conteúdo energético?*, Textos Fundamentais da Física Moderna, O Princípio da Relatividade (Fundação Calouste Gulbenkian-reprodução de Ann.d. Phys. 17 (1905)), 87 (1972).
27. Einstein, A. *Os Fundamentos da Teoria da Relatividade Geral*, Textos Fundamentais da Física Moderna, O Princípio da Relatividade (Fundação Calouste Gulbenkian-reprodução de Ann.d. Phys. 17 (1905)), 141 (1972).
28. Mayants, L. *Phys. Essays* 2(3), 223 (1989).
29. Dyson, F. *Am. J. Phys.* 58(3), 209 (1990).
30. Abreu, R. *Aplicação das formas Diferenciais à Electrodinâmica Relativista*, Tese Complementar de Doutoramento, IST (1983).
31. Resina Rodrigues, J. M. *Introdução à Teoria da Relatividade Restrita* (IST PRESS, Instituto Superior Técnico, Lisboa) p.72 (1998).
32. Abreu Faro, M. *Formas Diferenciais e Electromagnetismo*, Centro de Electrodinâmica (1981).