Ulianov Sphere Network - Um Modelo Digital para Representação de Espaços Não Euclidianos

Policarpo Yōshin Ulianov Changing Rivers by Oceans policarpoyu@gmail.com

Resumo

O presente artigo mostra um novo modelo para representação de espaços não Euclidianos onde as coordenadas e distâncias são consideradas como sendo de natureza digital.

Este modelo, denominado Ulianov Sphere Network (USN), apresenta uma nova forma para visualização de os espaços curvos, como por exemplo os definidos no contexto da Teoria Geral da Relatividade (TGR). O modelo USN tem o potencial de facilitar os procedimentos de calculo em problemas tratados pela TGR, pois se apóia em uma formulação matemática muito simples, que pode ser facilmente implementada em sistemas numéricos de computação.

O modelo proposto é uma ferramenta matemática que facilita a manipulação de espaços não Euclidianos, pelo simples expediente de construir sobre um espaço plano contínuo, uma rede de hiperesferas que se comporta como um espaço digital não Euclidiano.

A princípio o modelo USN não tem nenhuma ligação real com a física observada em nosso universo, sendo, basicamente uma abstração teórica. Entretanto como será mostrado neste artigo, a aplicação do modelo UNS permite deduzir algumas formulas relacionadas com a TRG e também com a Lei da Gravitação de Newton. Assim não é descartada a hipótese de que o modelo USN de fato esteja de alguma forma relacionado com as bases físicas de operação do nosso universo.

1 – Introdução

Cerca de 300 anos antes de Cristo, o filosofo Grego Euclides[1] organizou o conhecimento geométrico em um sistema formal, denominado geometria Euclidiana, definindo uma serie de entidades (ponto, reta, plano, etc..) no contexto de um conjunto de postulados, como por exemplo, que soma dos ângulos internos de um triangulo seja sempre igual a 180 graus.

A validade universal da Geometria Euclidiana começou a ser questionada no século XVIII pelo matemático italiano Sacchieri[2], mas foi somente no século XIX alguns matemáticos, como o alemão Gauss [3], o russo Lobachevsky [4] e o húngaro Bolyai [5] vislumbraram a possibilidade de que geometrias alternativas (não Euclidianas) poderiam também ser validas. No século XX diversos trabalhos como os de Riemann [6] e Poincaré [7] formalizaram postulados aplicáveis a espaços não planos, gerando assim uma serie de geometrias não Euclidianas.

Estas geometrias deixaram de ser mera curiosidade matemática com a publicação por Einstein [8] da Teoria da Relatividade Geral, cuja base matemática foi dada pelo matemático italiano Tullio Levi-Civita que definiu o calculo Tensorial [9], que está baseado na manipulação de geometrias não Euclidianas.

Na TGR, Einstein unifica o espaço e o tempo em um continuum quadrimensional, que é modelado como um espaço de Minkowski[10] e cuja curvatura irá depender do conteúdo de matéria-energia existente no espaço considerado.

Assim no contexto da TGR, fenômenos ligados a matéria, como por exemplo as orbitas dos planetas, deixaram de ser explicadas por interações entres forças gravitacionais e passaram a ser interpretados como trajetórias geodésicas [11] (trajetória mais curta entre dois pontos) no espaço de Minkowski.

A principal equação da TRG está baseada em dois tensores. O Tensor de Einstein ($G_{\mu\nu}$) que é relacionado com curvatura do espaço-tempo e o Tensor energiamomentum ($T_{\mu\nu}$) que depende da distribuição de matéria e energia. Esta equação é definida como:

$$\mathbf{G}_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^2} \mathbf{T}_{\mu\nu} \tag{1}$$

Onde *G* representa a constante gravitacional e C à velocidade da luz.

Em um espaço sem matéria-energia as coordenadas de espaço tempo (ct, x, y, z) estão relacionadas a um espaço plano onde o Tensor de Einstein é dado por:

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$
(2)

Neste caso, temos uma métrica de um espaço de Minkowski plano dada por:

$$ds^{2} = c^{2}dt^{2} - dx^{2} - dy^{2} - dz^{2}$$
(3)

Na presença de matéria-energia o Tensor de Einstein pode ser definido como:

$$\mathbf{G}_{\mu\nu} = \mathbf{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^2} \mathbf{T}_{\mu\nu}$$
(4)

Onde $\mathbf{R}_{\mu\nu}$ é tensor de Ricci e *R* representa um escalar de curvatura.

Com base na equação (4) podem ser montadas as equações de campo da TRG, que são uma serie de equações diferencias parciais de segunda ordem não lineares e com acoplamento elíptico hiperbólico.

Estas equações normalmente não são muito fáceis de serem resolvidas, mesmo para casos mais simples, sendo que para casos mais complexos a solução passa pelo uso de simulações numéricas.

No caso básico onde existe um único corpo esférico de massa *M*, em um espaço vazio a resolução da equação (4) gera uma solução denominada métrica de Schwarzschild [12].

Esta métrica pode ser definida em coordenadas esféricas pela seguinte equação:

$$ds^{2} = c^{2} (1 - \frac{2GM}{c^{2}r}) dt^{2} - \frac{dr^{2}}{1 - \frac{2GM}{c^{2}r}} - r^{2} d\Omega^{2}$$
(5)

,sendo $d\Omega^2$ definido por:

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2(\theta) \, d\phi^2 \tag{6}$$

Onde (r, θ, ϕ) indicam o ponto considerado a partir de um sistema de coordenadas esféricas, cujo centro é posicionado no centro de gravidade do corpo esférico considerado.

Para M igual a zero a equação (5) recai na métrica Minkowski para um espaço plano gerando a equação (3), que pode também ser escrita em coordenadas esféricas, como segue:

$$ds^{2} = c^{2}dt^{2} - dr^{2} - r^{2}d\Omega^{2}$$
⁽⁷⁾

Para valore de *M* maiores que zero irá existir um valor de *r* (raio de Schwarzschild) para o qual o valor que multiplica dr^2 tende ao infinito enquanto o valor que multiplica dt^2 tende a zero:

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \tag{8}$$

Como a equação (5) é valida apenas para o espaço fora do corpo esférico considerado, se o raio do corpo for

superior ao raio de Schwarzschild uma divisão por zero na equação(5) será evitada. Quando o raio do corpo for inferior ao raio de Schwarzschild teremos uma situação na qual a curvatura do espaço é tão pronunciada que nem a luz consegue superá-la criando um objeto denominado buraco negro [13].

Se o corpo não possuir carga elétrica nem rotação o valor do raio de Schwarzschild irá definir o horizonte de eventos do buraco negro.

É interessante observar que a solução da equação (4) é bastante complexa e mesmo Einstein publicou apenas a solução para o caso mais simples (espaço sem matéria e sem energia), sendo que a solução para o caso de um único corpo esférico, apresentada nas equações (5) e (6) somente foi obtida pelo físico Karl Schwarzschild cerca de um ano após Albert Einstein ter publicado a equação (4) no contexto da TRG.

2 – Visualização Tradicional da curvatura do espaço-tempo

A contração do espaço-tempo provocada pela presença de matéria-energia é algo de difícil visualização, principalmente se considerarmos que o tempo também se curva. Assim, mesmo o caso mais simples representado pela equação (5) onde um único corpo deforma o espaço dificilmente pode ser visualizado em sua forma quadrimensional completa.

Uma analogia simples, que facilita a compreensão da contração do espaço, consiste em considerar apenas duas dimensões de espaço.

A Figura 1 mostra o caso de uma rede elástica (representada pelas linhas em preto) que é distorcida pela a presença de um corpo esférico com massa (representado em azul).



Figura 1 - Corpo esférico curvando uma rede elástica.

Nesta figura, o dois círculos vermelhos representam trajetórias geodésicas seguidas por dois corpos de massa desprezível (representados em vermelho).

Se estes corpos se deslocarem sem atrito em um movimento retilíneo uniforme em um espaço plano, sua trajetória geodésica será dada por uma linha reta. Já para o caso do espaço curvo mostrado na Figura 1 a trajetória geodésica irá assumir o formato de um circulo, ou de forma mais genérica, o formato de uma elipse.

Apesar da analogia com uma rede elástica ser uma simplificação um tanto grosseira, ela mostra com planetas orbitando uma estrela podem assumir trajetórias circulares, em função apenas da curvatura do espaço-tempo sem que seja necessário acrescentar nenhuma força gravitacional atuando a distância.

Uma das falhas da analogia mostrada na Figura 1 é que algumas das "casas" da rede elástica, próximas a massa central ficam maiores. Isto ocorre pois estas casas "afundam" em uma terceira dimensão que na realidade não existe (pois o modelo de espaço usado é bidimensional).

Numa representação mais realista, mostrada na Figura 2, observamos que todas as "casas" definidas em um espaço bidimensional curvo, de fato encolhem e se aproximam no ponto ocupado pela massa.



Figura 2 – Curvatura em um espaço bidimensional.

3 – Representação digital de um espaço Euclidiano

Nesta seção iniciaremos a apresentação do modelo USN, abordando primeiramente uma forma simples de representação de um espaço plano, no qual tanto o espaço quanto o tempo são definidos de forma digital. Isto significa que irão existir de distâncias mínimas no tempo e no espaço, que não podem ser subdivididas. Desta forma qual quer deslocamento considerado será definido sempre como um valor inteiro que multiplica uma distância mínima de tempo ou de espaço.

Na pratica estes valores mínimos de distância podem ser associados a uma escala unitária definida com base na distância de Planck [14] (1,616x10⁻³⁵m) e no tempo de Planck (5,391x10⁻⁴⁴s).

Como o valor da distância de Planck é extremamente pequeno, a representação em metros de um numero inteiro de distâncias de Planck gera um numero, com precisão de até 35 casas após a virgula, que na pratica pode ser considerado como sendo um numero real.

Desta forma, podemos afirmar que um espaço digital, definido para distâncias unitárias extremamente

pequenas, é na pratica indistinguível de um espaço continuo definido por valores reais de distância.

Um espaço digital bidimensional bastante simples pode ser definido com base em um tabuleiro com casas retangulares definido sobre um plano real (x, y), conforme mostrado na Figura 3.



Figura 3 – Tabuleiro formando um espaço digital

Considerando que cada casa deste tabuleiro tenha um tamanho unitário (ℓ_u), podemos definir um espaço digital composto por duas coordenadas inteiras (Nx, Ny), que se relacionam com o plano real (x, y), através das seguintes equações:

$$x(Nx) = (Nx \pm 0.5) \ell_{u}$$

$$y(Ny) = (Ny \pm 0.5) \ell_{u}$$
(9)

Onde o termo $\pm 0.5 \,\ell_u$ indica uma incerteza de posicionamento inerente a qual quer espaço digital que seja considerado.

A representação da Figura 3, entretanto é falha no sentido em que gera duas direções preferências dadas pelo formato retangular das casas, e que impõem uma direção fixa para os eixos (x, y).

Numa representação mais realista deveriam ser utilizadas casas circulares, conforme mostrado na Figura 4, onde os eixos que definem o sistema de coordenadas podem assumir uma posição qual quer.



Figura 4 – Tabuleiro com casas circulares.

Para o espaço digital mostrado na Figura 4, um tempo digital pode ser definido utilizando-se uma serie de tabuleiros sobrepostos, conforme mostrado na Figura 5.



Figura 5 – Definição do tempo através da sobreposição de tabuleiros.

Neste modelo, podemos definir uma partícula pontual que ocupa uma determinada casa do tabuleiro e desloca "pulando" uma casa de cada vez, de forma análoga a um "peão" se deslocando em um tabuleiro de xadrez.

Na Figura 6, a fim de facilitar a visualização, o tabuleiro tridimensional que foi mostrado na Figura 5 está dividido em "quadros temporais", mostrados em seqüência. Esta é uma representação análoga a de uma película cinematográfica onde seqüências de "slides" individuais irão compor o filme.

Podemos observar na Figura 6 duas partículas representadas por círculos azuis e vermelhos. Apesar das partículas estarem sempre em repouso em cada quadro, na seqüência de quadros podemos observar que a partículas vermelha se desloca em velocidade unitária enquanto que a partícula em azul ocupa sempre a mesma posição.

Este aspecto é também observado em uma película de cinema, onde cada quadro em si contêm apenas objetos estáticos, sendo que a sensação de movimento e velocidade surge apenas quando observamos os quadros em seqüência.



Figura 6 – Partículas pontuais em um espaço-tempo digital.

Numa representação um pouco mais realista as casas circulares da Figura 6 podem ser imaginadas como esferas, definidas sobre um espaço tridimensional, como se fossem bolinhas de ping pong empilhadas em uma caixa retangular. Neste caso uma camada de bolinhas na base da caixa vai definir um tabuleiro bidimensional para um dado tempo. A inclusão de novas bolinhas vai fazer crescer a pilha gerando tabuleiros sobrepostos de forma análoga a que foi apresentada na Figura 5. Mas neste caso podem ser definidos planos "inclinados" dentro da caixa, onde as dimensões de espaço e de tempo deixam de ser claramente distintas, gerando uma entidade espaçotempo única.

Nos modelos apresentados na Figuras 4 e 5 foram considerados espaços bidimensionais a fim de facilitar a visualização. Um modelo mais completo deve considerar um espaço tridimensional e também o tempo. Neste caso devemos considerar um conjunto (uma rede) de esferas de quatro dimensões (hipreseferas).

Uma casa qual quer nesta rede pode ser definida através da contagem de hipreseferas em relação a um sistema de quatro eixos ortogonais. Esta representação implica em um conjunto de quatro coordenadas inteiras (Nt, Nx, Ny, Nz). Multiplicando cada uma destas coordenada pela distancia de Planck podemos definir um espaço-tempo em função de quatro coordenadas (ct, x, y, z) que na pratica podem ser tratadas como se fossem números reais.

Utilizando uma escala onde a velocidade da luz e a distância de Planck e tempo de Planck assumem valores unitários, podemos definir uma rede de hiperesferas cujos diâmetros também sejam unitários. Desta forma o centro de cada hipresfera irá estar posicionado sobre uma grade uniforme definida sobre um espaço contínuo, conforme mostrado na Figura 7. Nesta figura novamente é apresentado o caso bidimensional, que pode ser também observado como um corte na rede quadridimensional, onde os valores das demais coordenadas estão fixos.



Figura 7 – Posicionamento de uma rede uniforme de esferas sobre um espaço bidimensional..

A rede de esferas mostrada na Figura 7, parece estar sendo definida em função de uma certa orientação de eixos. Entretanto em uma representação digital irá existir uma incerteza no posicionamento que resulta numa certa sobreposição de hiperesferas adjacentes. Considerando esta incerteza, obtemos uma representação conforme apresentado na Figura 8, onde uma orientação espacial preferencial deixa de existir.



Figura 8 – Incerteza de posicionamento de uma rede de esferas bidimensionais.

4 – Representação digital de um espaço Não Euclidiano

Para de definir uma representação digital de um espaço não Euclidiano no modelo USN, vamos inicialmente considerar um tipo especial de hipresfesfera, denominada Ulianov Sphere (usphere). Uma usphere função pode ser definida em das seguintes propriedades:

- Uma usphere é composta por uma superfície esférica de espessura nula (casca esférica) definida sobre um espaço Euclidiano quadridimensional continuo;
- Uma usphere é completamente definida por um ponto central e por um dado raio (ou diâmetro);
- O diâmetro de uma usphere sempre assume um valor real maior ou igual a uma unidade (definida no sistema unitário de Planck);
- Submetendo-se uma usphere um campo de força radial positivo, conforme mostrado na Figura 9, seu raio tende a aumentar de forma proporcional a intensidade do campo aplicado;
- Submetendo-se uma usphere de diâmetro unitário a um campo de força radial unitário negativo, conforme mostrado na Figura 10, a mesma é colapsada (seu diâmetro passa a ser nulo). Nesta condição a usphere se transforma em um Ulianov Hole (uhole). Se o campo de força for removido o uhole se expande gerando novamente uma usphere de diâmetro unitário.



Figura 9 – a) Usphere submetida a um campo de forças radial positivo. b) Usphere com raio aumentado.



Figura 10 – a) usphere submetida a um campo de forças radial negativo b) usphere colapsada se transforma em uhole.

Observando as Figuras 9 e 10 podemos afirmar que em uma condição de equilíbrio, sem nenhuma força sendo aplicada, o diâmetro de uma usphere será sempre unitário.

Assim um uhole existe apenas enquanto um campo de forças o estiver comprimindo. No momento em que este campo for eliminado o uhole se expande e se transforma em uma usphere.

Outra propriedade importante de uma usphere é que sua superfície é formada pelo alinhamento de um grande número de uholes, tendendo ao infinito. Desta forma se uma usphere for colocada em um espaço vazio alguns uholes que a compõem tenderão a se expandir até ocuparem todos os espaços disponíveis.



Figura 11 – Geração de uma Rede de usphere.

Este processo é apresentado na Figura 11, onde inicialmente existe um único uhole sendo comprimido por um campo de forças. Quando este campo é removido surge inicialmente uma única usphere. A seguir alguns uholes que formam a superfície da usphere original também se expandem gerando novas uspheres e assim sucessivamente. A estrutura final formada assume a forma de uma rede de hiperesferas, que foi denominada Ulianov Sphere Network (USN).

Uma USN se origina de um único uhole compactado, conforme mostrado na Figura 11 e se expande até ocupar todos os espaços disponíveis.

Quando uma USN deixa de se expandir, cada um dos infinitos uholes que a compões estará submetido a um campo de forças radial unitário negativo, pois de outra forma a USN ainda estaria se expandindo. Isto gera uma tensão infinita sobre a USN que fará com que cada usphere toque suas vizinhas formando uma rede compacta e sem áreas vazias. Na Figura 11 é importante observar que a própria evolução da USN no tempo é mostrada dentro de círculos que representam seqüências de uspheres se expandindo no tempo. Assim uma USN completa terá quatro dimensões, três relativas ao espaço e uma relativa ao tempo. Normalmente uma USN irá se expandir ocupando todo o volume disponível nas dimensões espaciais e tenderá a crescer de forma contínua na dimensão temporal.

Numa USN uniforme teremos uma organização semelhante a que foi mostrada na Figura 7, onde todas as uspheres têm diâmetro unitário.

Partindo de uma USN uniforme, se aplicarmos um campo de forças em uma usphere em seu interior, iremos compactar esta usphere gerando um uhole. Entretanto este uhole é diferente de todos os demais uholes (que formas as paredes das uspheres existentes), pois o campo de forças que o criou, gera um campo de reação que atua sobre toda a USN tendendo a expandir as uspheres existentes na mesma. Este tipo especial de uhole foi denominado Ulianov Dynamic Hole (udyhole).

As uspheres vizinhas ao udyhole formado tenderão a se expandir mais, conforme mostrado na Figura 12, onde um ponto vermelho indica o local onde três uspheres foram compactadas em um mesmo ponto gerando três udyholes sobrepostos. Também podemos considerar que a sobreposição de diversos udyholes sobre um mesmo ponto gera um único udyhole, que é "maior" apenas no sentido em que distorce mais as uspheres que são suas vizinhas.



Figura 12 – Distorção da Rede de usphere provocada pela compactação de algumas uspheres.

Um udyhole tem características de uma partícula pontal e pode se mover sobre a rede, "pulando" de uma usphere para outra que lhe seja vizinha. Desta forma um udyhole se movimenta no espaço/tempo digital definido pela USN, pulando sempre uma casa de cada vez. Assim para cada novo tempo unitário (tempo de Planck) um dado udyhole pode ficar parado ou se deslocar uma distância unitária (distância de Planck). Desta forma a velocidade do udyhole será sempre nula ou igual à velocidade da luz.

O movimento do udyhole também pode ser associado ao movimento do campo de forças que o define. Assim

podemos considerar o udyhole de fato não se desloca, mas sim que o campo de forças passa de uma usphere para outra de modo que a casa abandonada se "infla" enquanto que a nova casa ocupada pelo campo se "esvazia".

Uma observação importante é que um udyhole se move sempre uma "casa" de cada vez, independentemente do diâmetro efetivo da usphere que será ocupada a seguir. Assim sob o ponto de vista de um udyhole uma USR será uniforme, com todas as uspheres da rede tendo tamanho sempre unitário.

Este aspecto é ilustrá-lo na analogia mostrada na Figura 13, onde um rio de largura uniforme é atravessado por uma seria de pedras de diferentes tamanhos. Digamos agora que um sapo vai atravessar o rio, passando de uma pedra para a outra com um único pulo (independentemente do tamanho da pedra). Para este sapo o rio deixa de ter uma largura constante sendo mais estreito no ponto central e ficando mais largo nas extremidades. Desta forma para o sapo é como se todas as pedras do rio tivessem o mesmo tamanho, conforme mostrado na Figura 13-b



Figura 13 – Analogia de um rio atravessado por fileiras de pedras. Em (a) é observada a largura real e (b) o número de saltos.

Desta forma, podemos utilizar o movimento de um udyholes para definir uma métrica digital, onde uma distância, entre dois pontos quais quer, pode ser medida pela contagem do número de esferas que o udyhole deve "pular" para ir de um ponto a outro, sendo considerada uma trajetória definida por uma linha reta no espaço real que contem a rede.

Assim no modelo USN irão existir sempre duas representações de distância, uma "métrica real" dada em função do espaço que contem a rede e outra "métrica digital" dada pela contagem do numero de esferas, independentemente do tamanho de cada uma delas. Para uma rede uniforme estas duas métricas serão idênticas, mas com a presença de udyholes que distorçam a rede as duas métricas de tornam bastante distintas.



Figura 14 – a) Rede usphere vista sobre uma métrica real. B) Rede usphere vista segundo uma métrica digital.

A Figura 14 ilustra um caso simples de aplicação destas duas métricas sobre uma rede distorcida. Na Figura 14a, observamos a rede sob o ponto de vista da métrica real, onde o quadrado em azul representa o deslocamento de um udyhole segundo uma trajetória retangular. A Figura 14-b, por sua vez, mostra a mesma rede segundo a métrica digital, sendo que neste caso o deslocamento do udyhole é representado por um trapézio vermelho, cujos os ângulos internos são iguais a 90 graus. Desta forma a apesar da métrica real utilizada ser sempre Euclidiana, a métrica digital, para uma rede distorcida, estará normalmente associada a um espaço não Euclidiano.



Figura 15 – USN com uma grande distorção em seu ponto central sobre a qual foi desenhada uma grade uniforme.

A Figura 15 ilustra um caso onde uma USN é fortemente distorcida, devido a presença de um grande número de udyholes colocados em seu centro. A grade desenhada nesta figura ilustra as distâncias observadas segundo a métrica digital, sendo a métrica real mostrada em dois pontos com o auxilio dos círculos vermelhos observados na figura. Note que existe uma grande semelhança entre as linhas representadas na Figura 15 e a margem do rio representado na Figura 13. Em termos de uma métrica real estas linhas são paralelas e formam uma grade uniforme, enquanto que na métrica digital as linhas se curvam na direção do

da figura, sendo que em ambas centro as representações os ângulos entre todas as linhas que se cruzam para formar a grade são sempre iguais a 90 graus. Alem disso, na métrica digital, apesar das linhas da grade serem curvas as mesmas ainda representam a menor distância entre dois pontos em suas extremidades, o que indica que estas linhas curvas representam trajetórias geodésicas.

Se comprarmos a Figura 2 definida num contexto da TRG com a Figura 15 definida no modelo USN podemos observar que o efeito de um acumulo de udyholes no centro de uma rede usphere uniforme é semelhante ao obtido pelo acumulo de massa no centro de um espaço vazio. Assim podemos associar a um udyhole um valor de massa unitário (K_{mu}) de forma que a associação de *N* udyholes unitários em um mesmo ponto gera um novo udaynahole com massa igual a NK_{mu} . Desta forma se a uma certa quantidade

de massa forem associados N udyholes de massa unitária os resultados obtidos no modelo USN serão bastante semelhantes aos obtidos pela TRG, mas com uso de uma matemática bem mais trivial.

Entretanto é importante observar que a USN e a TRG operam segundo premissas opostas. Isto ocorre pois a TRG considera a presença de massa "encolhe" o espaço enquanto que o modelo USN considera que a presença de massa (udyholes) de fato "expande" o espaço.

5 – Calculo da Métrica de Schwarzschild

A fim de validar o modelo USN, o mesmo será utilizado nesta seção para um caso simples onde uma corpo esférico de massa *M* é posicionado em um espaço vazio, devendo ser obtida como solução uma equação semelhante a métrica de Schwarzschild apresentada na equação 5.

Inicialmente iremos vamos definir um espaço-tempo plano e contínuo onde um ponto é representado por quatro coordenadas reais:

$$P_r = (a_1, a_2, a_3, a_4) \tag{10}$$

Sobre este espaço definiremos inicialmente uma USN uniforme, composta por uspheres de raio igual r_0 . Sobre esta rede podemos definir um sistema ortogonal composto por quatro eixos cartesianos que localiza uma usphere qual quer dentro da rede, a partir de quatro coordenadas inteiras:

$$P_{I} = (N_{t}, N_{y}, N_{y}, N_{z})$$
(11)

Sobre este espaço inteiro definimos um espaço de Minkowski, multiplicando as coordenadas de espaço pela distância de Planck definida pelo parâmetro $\ell_{\rm p}$:

$$(c t, x, y, z) = (\ell_{p} N_{t}, \ell_{p} N_{x}, \ell_{p} N_{y}, \ell_{p} N_{z})$$
(12)

Considerando que a USN é uniforme o centro de cada usphere pode ser posicionado como segue:

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) = (2r_0N_t, 2r_0N_y, 2r_0N_y, 2r_0N_z)$$
 (13)

Consideremos agora uma linha de Usphres partindo da origem em uma direção qual quer do espaço. Sobre esta linha será definido um eixo, no qual a uma distância d, em relação a origem (métrica real), será associada a uma contagem de esferas N_d (métrica digital).

Aplicando um campo de forças radial unitário em uma única usphere no centro do espaço considerado, a mesma será compactada, transformando-se em um udyhole, conforme mostrado na Figura 16.



Figura 16 - Rede usphere com um udyhole sendo formado.

Podemos observar na Figura 16 que o colapso da esfera em preto faz com que as esferas vizinhas se desloquem e aumentem ligeiramente de tamanhos. Quanto mais distante estiver à esfera considerada menor será o seu aumento do seu raio.

Considerando apenas os valores maiores que zero para N_d , podemos demonstrar que o valor do raio na linha considerada, após a compactação da usphere central irá assumir o seguinte valor:

$$r_x(N_d) = r_0(1 + \frac{1}{N_d(N_d + 1)})$$
(14)

Sendo que para a equação (14) a somatória do valor adicionado ao raio de cada esfera será dada por:

$$\sum_{N_d=1}^{N_d=\infty} \frac{r_0}{N_d (N_d + 1)} = r_0$$
(15)

Desta forma a equação (14) gera um aumento nos raios das uspheres cuja somatória é exatamente igual ao espaço gerado pela compactação da usphere central o que é verdadeiro se volume total ocupado pela USR permanecer constante. Apesar da premissa acima ser bastante obvia, na verdade existem duas considerações básicas possíveis quanto uma usphere da rede é compactada gerando um udyhole:

- O volume total da USN não se modifica Neste caso o volume gerado pela compactação é igual ao aumento de volume nas demais uspheres da rede e as equações (14) e (15) são validas. Dentro desta consideração podemos deduzir a formula da lei da gravitação de Newton, o que será visto em mais detalhes na próxima seção;
- O volume total da USN aumenta Neste caso aumento de volume nas demais uspheres é maior do que o volume da usphere que foi compactada e assim as equações (14) e (15) deixam de ser validas. Dentro desta consideração podemos deduzir formulas compatíveis com a TRG, o que será visto a seguir.

Para definir uma nova equação que modele o aumento de raio de cada usphere precisamos inicialmente calcular o aumento no volume final na USN distorcida. Entretanto isto irá variar em função de características do espaço no qual a USN esta definida.

Assim tomaremos como base um caso especifico no qual uma USN tridimensional está contida na superfície de uma hiperesfera de quatro dimensões (de espaço).

Nestas condições a USN irá ocupar todo volume disponível na superfície da hiperesfera, sendo que este volume poder ser também ser associado ao volume contido dentro de uma esfera definida em um espaço plano tridimensional.



Figura 17 – Rede usphere bidimensional definida sobre a superfície de uma esfera (em vermelho) e planificada sobre uma área circular (em azul) equivalente a área da superfície esférica.

Para facilitar a visualização deste modelo, iremos inicialmente considerar um caso análogo mostrado na Figura 17 onde uma rede usphere bidimensional (representada em vermelho) é definida sobre a superfície de uma esfera. Esta rede bidimensional pode também ser definida sobre uma superfície plana, gerando de uma área circular equivalente, mostrada em azul na Figura 17.

Note que as duas representações, apresentadas na Figura 17, são bastante equivalentes para uspheres no

centro da rede, mas na rede planificada irá existir uma "borda" que de fato não existe no caso da rede definida em uma superfície esférica.

Consideremos agora o caso da USN tridimensional, análogo a apresentada na Figura 17 em azul. Esta USN tridimensional será então definida dentro de uma esfera

de raio N_L , que irá contem toda a rede, denominada "esfera geral" (EG).

Podemos então definir uma sub-rede contida por uma casca esférica concêntrica EG. Considerando que o raio desta casca esférica é igual a N_d , a área na superfície desta casca esférica, para o caso da rede uniforme, será definida por:

$$A_{U}(N_{d}) = 4\pi N_{d}^{2}$$
(16)

Esta casca esférica irá cortar um certo numero (N_c) de uspheres da rede. Se considerarmos que estas uspheres serão divididas na metade pela casca esférica, gerando uma seção circular, podemos fazer a seguinte aproximação:

$$A_{U}(N_{d}) \cong N_{C} \ 2\pi \ r_{0}^{2}$$

$$A_{U}(N_{d}) = N_{C} \ 2\pi\beta \ r_{0}^{2}$$
(17)

Onde β é um fator de ajuste cujo valor é um pouco maior que a unidade.

Considerando agora a rede distorcida, iremos compactar uma única usphere que se encontra no cento da rede. Podemos então assumir que o raio as uspheres vizinhas irá aumentar, gerando assim um aumento de volume e de área de superfície de cada usphere da rede. De forma genérica é possível considerar que a área de cada usphere na rede distorcida irá aumentar segundo uma função $K(N_d)$

sendo N_d à distância da usphere considerada a partir do centro da rede centro da rede.

Neste contexto pode ser definida a seguinte equação genérica que relaciona o raio da usphere distorcida $r_x (N_d)$, com o raio original r_0 :

$$r_x^2(N_d) = r_0^2 (1 + K(N_d))$$
(18)

Precisamos agora considerar o aumento do volume total da USN, devido a compactação de uma usphere em seu interior. A Figura 18 mostra o caso da rede USN planificada, apresentada em azul na Figura 17, com uma usphere em seu interior sendo compactada. As uspheres na Figura 18-b aumentam de tamanho devido a dois fatores: ocupar o espaço deixado pela usphere compactada e ocupar o espaço gerado em função da expansão da rede.



Figura 18 – a) Rede usphere bidimensional uniforme; b) e rede distorcida (b). O colapso da usphere central (representada em preto) gera um aumento na da área total da rede.

Para o caso da uma USN tridimensional, definida dentro da EG, vamos considerar uma nova área de superfície definida na rede distorcida (A_D). Como numero (N_C) de uspheres que interceptam a casca esférica definida não irá variar, podemos aplicar a equação (18) na equação (17), obtendo:

$$A_D(N_d) = N_C \ 2 \ \pi \beta \ r_0^2 (1 + K(N_d))$$
$$A_D(N_d) = A_U(N_d) (1 + K(N_d))$$
(19)

A equação 19 indica que para a USR distorcida, o aumento de raio gera um aumento nas áreas individuais de cada usphere que é equivalente ao aumento área observado na casca esférica de raio N_d .

Se tomarmos agora a casca esférica definida pela EG, aplicando equação (16) obtemos o valor de área total não distorcida (A_{t_l}):

$$A_{\mu} = 4\pi N_{\mu}^2 \tag{20}$$

Dentro da análoga apresentado na Figura 18, vamos supor que na USR tridimensional distorcida, o raio da EG aumenta em uma unidade. Neste caso é como se o colapso da usphere central gerasse uma nova casca de uspheres na borda da rede tridimensional.

Desta forma aplicando a equação (20), com o valor de N_L aumentando em uma unidade, a área total da casca esférica distorcida (A_D) será então dada por:

$$A_{D} = 4\pi (N_{L} + 1)^{2}$$

$$A_{D} = 4\pi (N_{L}^{2} + 2N_{L} + 1)$$

$$A_{D} \cong 4\pi (N_{L}^{2} + 2N_{L})$$
(21)

Aplicando as equações (20) e (21) na equação (19) obtemos:

$$4\pi (N_L^2 + 2N_L) = 4\pi N_L^2 (1 + K(N_L))$$
$$N_L^2 (1 + \frac{2}{N_L}) = N_L^2 (1 + K(N_L))$$
$$K(N_L) = \frac{2}{N_L}$$
(22)

Desta forma o aumento de raio definido na equação (18) será dado pela seguinte função:

$$r_x^2(N_d) = r_0^2 \left(1 + \frac{2}{N_d}\right)$$

$$r_x(N_d) = r_0 \sqrt{\left(1 + \frac{2}{N_d}\right)}$$
 (23)

A equação (23) descreve o aumento de raio de cada usphere em uma rede uniforme onde um único udyhole está sendo gerado, para o caso onde o volume final da rede distorcida aumenta, de forma análoga ao que foi apresentado na Figura 18.

A Figura 19 apresenta um gráfico comparativo entre as equações (14) e (23) onde podemos observar que conforme esperado o aumento de raio para o caso da equação (23) é bem maior que o aumento descrito pela equação (14).



Figura 19 – Gráficos de expansão do raio de uma usphere em função da sua distância até ponto de distorção.

Se considerarmos que ao invés de um único udyhole no ponto de distorção temos N udyholes sendo formados, podemos assumir que o fator $K(N_d)$ será aplicado N vezes. Desta forma o aumento de raio descrito na equação 18 será obtido pelo uso de um fator $NK(N_d)$. Considerando ainda que cada udyhole possua uma massa unitária (K_{mu}), a massa total associada a distorção do espaço será dada por:

$$M = N \mathbf{K}_{\mathrm{mu}} \tag{24}$$

Podemos então com base nas equações (23) e (24) definir a seguinte equação:

$$r_{x}(N_{d}) = r_{0} \sqrt{(1 + N\frac{2}{N_{d}})}$$

$$r_{x}^{2}(N_{d}) = r_{0}^{2}(1 + \frac{2M}{K_{mu}N_{d}})$$
(25)

A equação (25) define como o raio de cada usphere de uma rede simétrica varia em função da presença de uma massa *M* em seu ponto central.

Para traduzir a equação (25) segundo uma de métrica de espaço não Euclidiano, precisamos considerar a duas métricas de calculo de distância no espaço-tempo definidas no modelo USN. A métrica real deve levar em conta os raios efetivos de cada usphere da rede, dados pela equação (23), enquanto que a métrica digital é obtida pela simples contagem de uspheres sem preocupações quanto ao tamanho real de cada uma delas.

Considerando o tratamento do espaço-tempo numa métrica Minkowski, uma distância (métrica real) no espaço-tempo é dada por:

$$da^2 = a_1^2 - a_2^2 - a_3^2 - a_4^2$$
 (26)

Com base na equação (12) o diâmetro cada usphere é associado a uma distância de Planck, sendo que a medição de distâncias na métrica digital assume seguinte forma:

$$ds^{2} = c^{2}dt^{2} - dx^{2} - dy^{2} - dy^{2}$$
(27)

As equações (26) e (27) estão definidas num contexto onde a distância da esta relacionada a uma métrica real, enquanto que a distância ds está relacionada com uma métrica digital, de tal forma que para uma rede sem distorções os dois valores de distância sejam proporcionais.

Desta forma, aplicando as equações (12) e (13) em (26) e (27), para uma rede uniforme obtemos a seguinte relação linear entre estas duas métricas:

$$ds^{2} = \frac{\ell_{p}^{2}}{r_{0}^{2}} da^{2}$$
(28)

Escrevendo a equação (26) para o espaço (a_1, a_2, a_3, a_4) sendo definido em termos de coordenadas esféricas obtemos:

$$da^{2} = da_{1}^{2} - dr_{R}^{2} - r_{R}^{2} d\Omega^{2}$$
⁽²⁹⁾

Onde r_R representa um raio definido na métrica real e $d\Omega^2$ é definido conforme apresentado na equação (6). Da mesma forma a equação (27) pode ser escrita em coordenadas esféricas:

$$ds^{2} = c^{2}dt^{2} - dr^{2} - r^{2}d\Omega^{2}$$
 (30)

Onde *r* representa um raio definido na métrica digital e $d\Omega^2$ é definido conforme apresentado na equação (6).

Para uma rede uniforme a relação entre os de raios definidos nas duas métricas é dada por:

$$r_R = \frac{\ell_p}{r_0} r \tag{31}$$

No caso de N udyholes (de massa total igual a M) que distorcem a rede, podemos considerar que o valor da^2 pode ser calculado pela equação (25) aplicada como segue:

$$da^{2}(N_{d}) = da^{2}(\infty)(1 + \frac{2M}{N_{d}K_{mu}})$$
 (32)

Onde o termo $da^2(\infty)$ indica a métrica para uma distância infinita do ponto de distorção, que é igual a métrica da rede não compactada original:

$$da^{2}(\infty) = da_{1}^{2} - dr^{2} - r^{2}d\Omega^{2}$$
 (33)

A equação (32) mostra que a presença da massa provoca uma alteração da métrica digital no centro da rede onde as distâncias serão menores, pois as uspheres no centro aumentam.

Este ponto é ilustrado na Figura 20 onde é apresentada novamente a analogia do rio atravessado por fileira de pedras de tamanhos diferentes. Na da Figura 20-a, o quadrado em azul representa um rio, onde na margem esquerda é observada a condição onde as "pedras" (uspheres), representadas em vermelho, tem o tamanho original e na margem direita elas estão multiplicadas por um fator *b* (que no exemplo da Figura 20 é igual a dois). Na Figura 20-b como a métrica é digital todas as "pedras" (usphrese) tem o mesmo tamanho. Na Figura 20-a observamos também dois círculos verdes que tem o mesmo tamanho e que serão utilizados como objetos de analise. O circulo verde a direita no quadro 20-b, terá apenas metade do tamanho original, pois as uspheres da margem direita dobraram de tamanho na métrica real.



Figura 20 – Analogia de um rio atravessado por fileiras de pedras. a) métrica real; b) métrica digital.

Podemos observar neste exemplo que quando um fator b^2 multiplica o valor de $dr_R^2(\infty)$ na métrica real o mesmo fator b^2 irá dividir o valor de $dr^2(N_d)$ na métrica digital. Desta forma a expansão das uspheres no espaço real gera um "encolhimento" do espaço digital.



Figura 21 – Analogia de um filme sendo "esticado" de forma que cada quadro tenha o dobro do tamanho.

Entretanto esta consideração de "encolhimento" não é valida para a dimensão temporal. Para observar melhor este aspecto tomemos uma analogia de uma película de cinema onde o tempo pode ser associado ao comprimento do filme multiplicado pela largura de cada slide.

Na analogia da Figura 21 suponhamos que uma "distorção temporal" estique cada quadro do filme fazendo que o mesmo tenha o dobro da duração. Neste caso, por exemplo, um filme de uma hora de duração levará duas horas para ser apresentado.

De forma mais geral isto significa que se da_1^2 (que está relacionado com o tempo na métrica real) for multiplicado por um determinado fator então a "distância temporal" será também multiplicada pelo mesmo fator.

Em termos de equações isto significa que para um fator β que multiplique a métrica real de espaço-tempo, na métrica digital o tempo será multiplicado pelo mesmo fator β e o espaço será multiplicado pelo fator β inverso. Assim considerando a relação dada pela equação (28) podemos afirmar que:

$$\beta da_1^{\ 2}(\infty) \frac{\ell_p^{\ 2}}{r_0^{\ 2}} = \beta c^2 dt^2(N_d)$$
(34)

$$\beta dr_R^2(\infty) \frac{\ell_p^2}{r_0^2} = \frac{1}{\beta} dr^2(N_d)$$
(35)

Convém lembrar que o deslocamento angular $d\Omega^2$ definido em uma esfera não varia quando o raio desta esfera é multiplicado por qual quer fator não nulo.

Desta forma considerando a expansão de uma usphere no ponto N_d dada por um fator β , a equação (29) pode ser escrita como:

$$da^{2}(N_{d}) = \beta(da_{1}^{2}(\infty) - dr_{R}^{2}(\infty) - r_{R}^{2}(N_{d})d\Omega^{2})$$

$$da^{2}(N_{d}) = \beta da_{1}^{2}(\infty) - \beta dr_{R}^{2}(\infty) - r_{R}^{2}(N_{d})d\Omega^{2}$$
(36)

Aplicando a equação (36) na equação (28) obtemos:

$$ds^{2}(N_{d}) = \frac{\ell_{p}^{2}}{r_{0}^{2}} (\beta da_{1}^{2}(\infty) - \beta dr_{R}^{2}(\infty) - r_{R}^{2}(N_{d})d\Omega^{2}) \quad (37)$$

Sendo que aplicando as equações (34) e (35) na equação (37) obtemos:

$$ds^{2}(N_{d}) = \beta c^{2} dt^{2}(N_{d}) - \frac{dr^{2}(N_{d})}{\beta} - r^{2}(N_{d}) d\Omega^{2}$$
$$ds^{2} = \beta c^{2} dt^{2} - \frac{dr^{2}}{\beta} - r^{2} d\Omega^{2}$$
(38)

Para completar a analise proposta precisamos agora calcular o fator β a ser utilizado na equação (38).

Observando novamente a equação (25) podemos considerar que este fator é dado por:

$$\beta = (1 + \frac{2M}{N_d K_{mu}}) \tag{39}$$

Entretanto existe um problema associado à aplicação da equação (39) que diz respeito a parâmetro N_d . Este

parâmetro esta relacionado a uma distância na métrica inteira da rede não distorcida, que está diretamente ligado a métrica real. Desta forma precisamos obter o fator β com base nas distâncias observadas na métrica inteira com a rede distorcida, o que será calculado a partir do exemplo mostrado na Figura 22.

Esta Figura 22 apresenta um esquema semelhante ao apresentado na Figura 20, mas com as áreas das uspheres sendo representadas num formato retangular para facilitar a visualização.

Na Figura 22-a é apresentada uma métrica real, sendo que o retângulo em vermelho representa uma usphere não distorcida enquanto que o retângulo em azul representa uma usphere ampliada devido à distorção da rede, sendo a relação entre as áreas obtida com base na equação (32).



Figura 22 – Observação da variação da métrica em dois pontos de vista: a) métrica real; b) métrica digital.

No quadro mostrado na Figura 22-b observamos o ponto de vista da métrica digital onde a área em azul diminui sendo multiplicada por um fator $1/\beta$. Com base nesta figura podemos obter a seguinte equação:

$$da^{2}(\infty) = da^{2}(N_{d}) + da^{2}(\infty)K(N_{d})$$

$$da^{2}(N_{d}) = da^{2}(\infty) - da^{2}(\infty)K(N_{d})$$

$$da^{2}(N_{d}) = da^{2}(\infty)(1 - K(N_{d}))$$

$$da^{2}(N_{d}) = da^{2}(\infty)(1 - \frac{2M}{N_{d}K_{mu}})$$
(40)

Considerando que neste caso o fator β é definido por:

$$\frac{1}{\beta}da^2(N_d) = da^2(\infty) \tag{41}$$

Aplicando a equação (41) na equação (40):

$$\beta = (1 - \frac{2M}{N_d \mathbf{K}_{\mathrm{mu}}}) \tag{42}$$

O parâmetro N_d utilizado na equação (42) foi obtido no contexto da métrica digital da rede distorcida, sendo, portanto utilizável por um observador que tem acesso a esta métrica. Considerando ainda que no ponto desejado o valor de r é dado por:

$$r = N_d \ell_p \tag{43}$$

Aplicando a equação (43) na (42) :

$$\beta = (1 - \frac{2M\ell_{\rm p}}{rK_{\rm mu}}) \tag{44}$$

Podemos demonstrar que os valores de distância de Planck e massa unitária são definidos pelas seguintes equações:

$$\ell_{\rm p} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \tag{45}$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{mu}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \tag{46}$$

Aplicando (45) e (46) em (44) obtemos:

$$\beta = (1 - \frac{2M}{r} \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3} \frac{G}{\hbar c}})$$
$$\beta = (1 - \frac{2GM}{rc^2})$$
(47)

Finalmente, aplicando a equação (47) na equação (38) obtemos:

$$ds^{2} = (1 - \frac{2GM}{c^{2}r})c^{2}dt^{2} - \frac{dr^{2}}{1 - \frac{2GM}{c^{2}r}} - r^{2}d\Omega^{2} \quad (48)$$

Onde a equação (48) é igual a expressão (5), como queríamos demonstrar.

5.1 – Nova Interpretação do Raio de Schwarzschild

Dentro do modelo USN o raio de Schwarzschild tem uma interpretação interessante quanto seu valor é observado em unidades de Planck e a massa M é distribuída ao longo de uma linha reta, conforme mostrado na Figura 23.



Figura 23 – Divisão da massa M original em N_s "cubinhos" iguais alinhados ao longo de uma reta.

Na Figura 23 podemos observar que o numero de "cubinhos" (N_s) no quais a massa M foi distribuída é dado por:

$$N_s = \frac{r_s}{\ell_p} \tag{49}$$

Assim a massa de cada "cubinho" (N_s) representado na Figura 23 será dada por:

$$M_x = \frac{M}{N_s} \tag{50}$$

Aplicando as equações (49) e (45) na equação (50) obtemos:

$$M_{x} = \frac{M}{r_{s}} \sqrt{\frac{\hbar G}{c^{3}}}$$
(51)

Aplicando a equação (8) que define o raio de Schwarzschild na equação (51) obtemos:

$$M_{x} = \frac{M}{2GM} \frac{c^{2}}{\sqrt{\frac{\hbar G}{c^{3}}}}$$
$$M_{x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = \frac{1}{2} K_{mu}$$
(52)

Desta forma cada "cubinho" irá ter a metade de um valor de massa unitária, ou seja metade da massa de um udaynahole.



Figura 24 – Alinhamento de udaynaholes em uma linha reta.

Isto significa que se a massa M original for dividida em uma linha de udaynaholes, com distância entre seus centros igual ao dobro da distância de Planck, o comprimento desta linha será igual à ao raio de Schwarzschild, conforme mostrado na Figura 24.

A Figura 25 mostra uma analogia com uma superfície bidimensional formada por uma membrana elástica, onde foram pintados alguns círculos coloridos concêntricos. Considerando que esta membrana está fixada em uma superfície plana com um furo no centro, a inclusão de um udyhole seria equivalente a puxar uma área circular da membrana para dentro do buraco.

Podemos observar na Figura 25 que cada udyhole adicionado "suga" um dos anéis coloridos e desta forma a área total colapsada será proporcional ao numero de udyholes ao quadrado.



Figura 25 – Sobreposição de udyholes em uma superfície elástica. O numero em cada quadro indica quantos udyholes estão sobrepostos em cada caso.

Para o caso tridimensional o acumulo de N dyholes em uma mesma posição irá colapsar um volume proporcional ao valor de N ao cubo.

Desta forma dividindo a massa M, em N udyholes de massa unitária, a distância obtida pelo alinhamento dos mesmos conforme ilustrado na Figura 26, irá definir o

raio total da esfera compactada (igual a $2\ell_p N$) que é o próprio raio de Schwarzschild.



Figura 26 – Esfera com raio de Schwarzschild onde um conjunto de udyholes é alinhado sobre um dos eixos.

6 - Dedução da lei de Newton

Conforme citado na seção anterior de considerarmos que o volume total da USN não se modifica quando udyholes são gerados em seu interior e as equações (14) e (15) serão validas. Neste caso podemos considerar que o colapso de uma usphere, conforme mostrado na Figura 16 gera campos de força radiais que se propagam pela rede. Tomando as forças numa direção radial qual quer veremos que a força que compacta a usphere no centro da rede, vai se propagando de uma usphere para a outra, conforme mostrado na Figura 27, através de uma serie de pares de forças de ação (em azul na figura) e reação (em vermelho) que vão caindo de intensidade tendendo a um valor nulo no final da USN.



Figura 27 – Forças que surgem em uma dada direção quando a usphere é comprimida.

Neste caso equação (14) pode simplificada gerando a seguinte expressão:

$$r_x(N_d) = r_0(1 + \frac{1}{N_d^2})$$
 (53)

Com base na equação (53) e considerando que a força aplicada sobre as uspheres tem um comportamento elástico (F = Kx), o módulo das forças mostradas em azul na Figura 24 será modelado pela seguinte equação:

$$F(N_d) = F_U \frac{1}{N_d^2}$$
(54)

Se tivermos agora em uma mesma USN dois udyholes separados por uma distância *d* dada em metros $(d = \ell_p N_d)$, cada um deles irá gerar sobre o outro uma força equivalente, conforme definida pela equação (54), que varia em função da distância *d* conforme a seguinte expressão:

$$F = F_U \frac{1}{\left(d / \ell_p\right)^2} \tag{55}$$

Considerando agora um caso mais geral onde no primeiro ponto temos N_1 udyholes e no segundo ponto N_2 udyholes, a força que surge entre os dois conjuntos é dada por:

$$F = F_U \frac{N_1 N_2 \ell_p^{2}}{d^2}$$
(56)

Considerando que cada udyhole tem uma massa unitária conforme definido na equação (24), a equação (56) pode ser escrita como segue:

$$F = F_U \frac{M_1}{K_{mu}} \frac{M_2}{K_{mu}} \frac{\ell_p^{-2}}{d^2}$$
(57)

Aplicando as equações (45) e (46) em (57) obtemos:

$$F = F_U \frac{G}{\hbar c} \frac{\hbar G}{c^3} \frac{M_1 M_2}{d^2}$$
$$F = F_U \frac{G^2}{c^4} \frac{M_1 M_2}{d^2}$$
(58)

Podemos demonstrar que no sistema de unidades definido no modelo USN a força F_U pode ser calculada por:

$$F_U = \frac{c^4}{G} \tag{59}$$

Aplicando a equação (56) em (56) obtemos:

$$F = G \frac{M_1 M_2}{d^2} \tag{60}$$

Onde a equação (60) é igual a lei da gravitação definida por Isaac Newton.

7 – Conclusão

O modelo Ulianov Sphere Network apresentado neste artigo alem de possibilitar uma nova forma de visualização para espaços não Euclidianos também permitiu o calculo da formula que define a métrica de Schwarzschild e num contexto mais simplificado e também a dedução da lei de Newton para a gravitação.

O ponto chave do modelo USN pode ser visualizado na Figura 15, onde as "casas espaciais" se expandem devido a presença de udyholes gerando uma visão oposta do modelo tradicional definido por Einstein no contexto da TRG onde a presença de matéria tem o efeito de encolher as "casas espaciais".

Acreditamos que apesar do modelo USN a principio apresentar o mesmo resultado que já foi obtido pela TGR, a complexidade de calculo é muito menor o que deve tornar o emprego do modelo USN interessante tanto em termos de estudos analíticos quanto de simulações digitais.

Salientamos que o modelo USN foi desenvolvido sobre bases lógicas que a principio, não estão diretamente ligadas ao funcionamento de nosso universo. Entretanto os resultados obtidos pela aplicação do modelo USN apontam para a possibilidade de que o espaço-tempo em nosso universo possa de fato estar sendo "sustentado" por algum tipo de rede hiperdimensional, que lembra o conceito de Éter, que foi praticamente eliminado no contexto da TRG.

Desta forma o autor acredita que o modelo USN pode ser também uma fonte de inspiração para os físicos teóricos e representar um novo passo na direção de um modelo de universo mais completo e talvez apoiar na criação de uma teoria sobre tudo.

8 – Referencias

[1] Eves, H. *Introdução da história da matemática*, Editora da Unicamp, Campinas, 2004.

[2] Boyer, Carl. *História da Matemática,* Edgard Blücher, 1974.

[3] May, K. O. *Carl Friedrich Gauss. Dictionary of Scientific Biography* (Vol. 5, pp. 298–315). New York: Scribner. 1972.

[4] Bao, D., Chern, S.S. & Shen, Z. *An Introduction to Riemann-Finsler* Geometry, Springer-Verlag, 2000.

[5] Ziegler, G. e Aigner, M. As provas estão no Livro, Ed. Edgard Blücher Ltda. 2002

[7] Poincaré, H. *O valor da ciência*, Tradução: Maria H.F. Martins. 2a ed. Rio de Janeiro-RJ: Contraponto, 1985.

[8] Einstein, A. *Relativity: The Special and General Theor,*. H. Holt and Company, 1920.

[9] Krall, G. *Tullio Levi-Cività e la relatività*, Civiltà delle Macchine 1 (6) (1953), 42-48.

[10] Corry, L. The influence of David Hilbert and Hermann Minkowski on Einstein's views over the interrelation between physics and mathematics, Endeavor 22 (3), 1998.

[11] Carmo, M. P. *Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies*. SBM. Rio de Janeiro, 2005.

[12] Adler, R., Bazin, M. & Schiffer, M. Introduction to General Relativity, McGraw-Hill New York, 1975.

[13] Frolov, I. V. P. & Novikov, D. *Black hole physics: basic concepts and new developments*, Kluwer Academic Pubishers, 1998.

[14] Klein, M. J. *Max Planck and the Beginnings of Quantum Theory*, Archive for History of Exact Sciences, 1962, 459-479.

[15] Ulianov. P. Y., *Small Bang Criando um universo a partir do nada.* 2005, Available for download in: <u>http://vixra.org/abs/1201.0109</u>

[16] Ulianov. P. Y., *Ulianov String Theory - A new representation for fundamental particles,* 2010, Available for download in:

http://vixra.org/abs/1201.0101

Sobre o Autor



Policarpo Yōshin Ulianov é engenheiro eletricista com mestrado na área de holografia eletrônica е doutorado na área de inteligência artificial. Estuda física teórica por hobby e ao longo de 20 anos de pesquisa reuniu uma serie de idéias que considerou interessantes desenvolvendo um modelo

denominado Ulianov Theory na qual modela um universo físico fictício a partir de uns poucos conceitos básicos definidos intuitivamente.

Contatos com o autor podem ser feitos pelo email: policarpoyu@gmail.com

O presente artigo esta disponível em inglês na página: <u>http://vixra.org/abs/1201.0100</u>