First case of mistake in Cantor's proof: Pure double contradiction technique

English/Español

Juan Carlos Caso Alonso

23 January/Enero 2024

Abstract English

The theorem $Card(A) < Card(P(A))$ has various flaws, one of them being that it is absolutely false, although that is not the focus of this document. The proof has two versions, and depending on which mathematician you ask, they usually choose one over the other. We will briefly discuss both versions to make it clear which one we intend to debunk in THIS document. We do not rule out debunking the other version; it's just that it requires other, more complicated tools, which already exist, are publicly accessible, but we won't mention them here.

One thing is for the theorem to be poorly proven, and another is for it to be outright false. In this document, we only aim to debunk a specific technique, which, based on our personal experience, several mathematicians consider correct and challenging to refute. It is common for them to bring up the other version with the argument: "You are not familiar with the true proof". This technique is spread by mathematics communicators, and even when presented to a mathematician, it is accepted as correct. Although these are only personal testimonies, it is interesting to mention them, just as, if energy permits, we will mention the other cracks in the theorem and conclude the series of the counterexample to the theorem in future documents.

The two versions are what we will call "Double Pure Contradiction" and "Similar to $\mathbb{N}$ vs $\mathbb{R}$" (or Cantor's Set). We will debunk the "Double Pure Contradiction" and, in passing, examine some details about what a siege is and hypothesize about what a Hybrid Paradox is.

This document is not original at all; it is only part of an attempt to compile my chaotic work disseminated in various formats across the networks. Thanks to "chatGPT" free version, to help me translate to english.

Abstract Español

El teorema $Card(A) < Card(P(A))$, tiene diversos fallos. Siendo uno de ellos que es absolutamente falso, aunque ese no sea el punto de este documento. La demostración tiene dos versiones, que según a que matemático preguntes, suelen escoger una u otra. Vamos a hablar de las dos por encima, para dejar bien claro qué versión pretendemos desmontar, en ESTE documento. No se renuncia a desmontar la otra versión, solo que para ello se necesitan otras herramientas, más complicadas, que ya existen, son de acceso público pero no vamos a mencionarlas aquí.

Una cosa es que el teorema esté mal demostrado, y otra que sea directamente falso. En este documento solo pretendemos desmontar una técnica concreta, que por nuestra experiencia personal, varios matemáticos la consideran correcta y difícil de desmontar. Lo normal es que si desmontas una, te mencionen la otra con el argumento: "Es que no conoces la demostración verdadera". Es una técnica difundida por divulgadores matemáticos, y que incluso cuando se la presentas a un matemático, la acepta como correcta. Aunque esto solo son testimonios personales, es interesante mencionarla, al igual que, si las energías me dejan, mencionar el resto de grietas del teorema y acabar la serie del contraejemplo del Teorema en futuros documentos.

Las dos versiones son las que llamaremos "Doble contradicción pura" y "Similar a $\mathbb{N}$ vs $\mathbb{R}$" (o Conjunto de Cantor). Desmontaremos la "Doble contradicción pura", y de paso veremos algunos detalles sobre lo que es un asedio y una hipótesis sobre lo que es una Paradoja Híbrida.

Este documento no es original en su totalidad, es sólo parte de un intento de recopilación de mi caótica obra difundida en varios formatos por las redes.

Índice general

Capítulos **Página**

I English **6**

1. Summary of the Two Techniques **7**

1.1. Common Part . . . 7

1.2. Similar to $\mathbb{N}$ vs $\mathbb{R}$ (or Cantor's Set: Standard Diagonalization) . . . 8

1.2.1. Clarifications . . . 8

1.3. Double Pure Contradiction . . . 9

2. Very Simple Example of Failure **10**

2.1. Explaining the Example Table . . . 10

2.2. Reproducing the Double Contradiction . . . 11

2.3. Analyzing this Example in Depth . . . 11

2.4. Expanding the Simple Example to Infinity . . . 13

3. Appendix **15**

3.1. Every member of $P(\mathbb{N})$ can be b . . . 15

3.2. The Problem with Finite Cardinality Sets b . . . 17

3.3. What happens when b has infinite cardinality? . . . 19

3.4. Sieges for $SNEIs$ or $P(\mathbb{N})$ . . . 21

II Español **23**

4. Resumen de las dos técnicas **24**

4.1. Parte común . . . 24

4.2. Similar a $\mathbb{N}$ vs $\mathbb{R}$ (o Conjunto de Cantor: diagonalización estándar) . . . 25

4.2.1. Puntualicemos cosas . . . 25

4.3. Doble contradicción pura . . . 26

5. Ejemplo muy sencillo del fallo **27**

5.1. Explicando la tabla ejemplo . . . 27

5.2. Reproduciendo la doble contradicción . . . 28

5.3. Analizando en profundidad este ejemplo . . . 28

5.4. Expandiendo el ejemplo sencillo al infinito . . . 30

6. Anexo **32**

6.1. Todo miembro de $P(\mathbb{N})$ puede ser b . . . 32

6.2. El problema con los conjuntos b con cardinal finito . . . 34

6.3. ¿Qué sucede cuando b tiene cardinal infinito? . . . 36

6.4. Asedios para $SNEIs$ ó $P(\mathbb{N})$ . . . 38

Parte I

English

C.- 1

Summary of the Two Techniques

1.1. Common Part

The common part of the two techniques, explained to the best of my ability, is simple.

In principle, it would be for any possible function $f : A \to P(A)$, but we will focus on the case $f : \mathbb{N} \to P(\mathbb{N})$. A single specific failure is sufficient. These sets are the most studied and worked on in my counterexample.

We start by creating an injective function $f : \mathbb{N} \to P(\mathbb{N})$:

$$f(n) = \{n\}$$

The trick is to prove that it is impossible to find a function that can be both injective and surjective, having an injective one already, which shows:

$$Card(\mathbb{N}) \leq Card(P(\mathbb{N}))$$

We assume the existence of an f that can be bijective. This implies that it is surjective. This leads us to say that any member of $P(\mathbb{N})$ MUST have a pair in the relation that relates it to a member of $\mathbb{N}$. We define a possible member of $P(\mathbb{N})$:

$$b = \{n \in \mathbb{N} \mid n \notin f(n)\}$$

The pair (n, b) MUST exist in the relation.

What happens with this pair is what divides the two versions.

1.2. Similar to $\mathbb{N}$ vs $\mathbb{R}$ (or Cantor's Set: Standard Diagonalization)

In every possible attempt at a bijection, we will have a series of pairs (natural number, subset of $\mathbb{N}$), forming the relation. We denote them as (n, s).

For every possible pair (n, s):
a) $n \in s$: If n is a member of s, by the definition of b, $n \notin b$. s and b differ in at least one element.
b) $n \notin s$: If n does NOT belong to s, it MUST belong to b, according to the definition of b. Once again, b and s would differ in at least one element.

There always exists a b that is different from ALL possible subsets s, from every possible previously injective function. This prevents functions from being surjective, as they do not cover ALL of $P(\mathbb{N})$. The subset b is NOT part of any possible attempt at a bijection of the form $f : \mathbb{N} \to P(\mathbb{N})$. No possible function can be bijective. Contradiction.

It resembles the technique of the title because it seeks to create a difference with ALL elements of the Image set. It is based on creating an "external element" to every possible bijection.

1.2.1. Clarifications

This technique has several cracks, shared with the version in the next section. As mentioned, we will not discuss them in this document. Besides the cracks, there is the counterexample itself, which proves false the statement of the theorem. If it were correct, it would dismantle any possible proof of the theorem, no matter how correct it may seem. I am not sure whether to call the next version"weaker". Although the example presented to demonstrate its flaws may seem very simple, it took YEARS to give it its final form. It has its own peculiarity and a "siege" very easy to explain, not to create, in a very simple particular case. Of course, once you know it.

I mention this because the phenomenon of the "Columbus Egg" is happening to me unpleasantly often. People suddenly find out about the existence of a new technique, BOAST about applying it better, faster, and more elegantly than its original creator. These are comments that could be ignored, but they end up with disdain for a tool THAT WORKS, and they CANNOT SAY IT IS INCORRECT. They only boast about being able to make better versions. Of course, once they understand the spirit and never before had a similar solution crossed their minds. Moreover, some make mistakes by killing "certain richness" of possibilities... which they do not know due to their haste and eagerness.

Simple does not mean incorrect. Simple does not mean "a negligible case". A SINGLE CASE raises doubts about whether it is a case with the same cardinality or different. Since, as we will see next, sometimes the same thing happens, under the same conditions, between PARTICULAR sets, with the same cardinality.

1.3. Double Pure Contradiction

We return to the same point: every possible bijection is a relation with a set of pairs (n, s). The pair (n, b) MUST exist if we want our possible function to be surjective. But when trying to create the pair, problems arise.

a) If $n \in b$: Since b does not contain naturals that, in their pair of the relation, belong to the subset they relate to, this means that n SHOULD NOT belong to b in this case. Contradiction.

b) If $n \notin b$: According to the definition of b, this would mean that n BELONGS to b. Contradiction.

No matter how we try to choose or design the possible pair, we ALWAYS reach a contradiction. A DOUBLE CONTRADICTION. It is deduced that creating the pair is impossible because such an act leads ONLY to contradictions. Since the pair cannot be created in any possible function, none can be surjective. None can be bijective.

It took me years to realize the differences. This is the technique that we will dismantle with a simple mathematical fact: it is reproducible between sets that have the same cardinality. Since the mathematical fact is undeniable, there is a very sad, common, and automatic reaction: "what happens in the finite does not have to happen in the infinite". Like a quip that is released without much thought. They will still be sets with the same cardinality. They were designed so simply to be able to EASILY check that both sets have the same cardinality. In the infinite spectrum, it can be shown that both sets have the same cardinality, but it is much more complicated.

A single case makes the proof UNRELIABLE. After finishing it, you would still have doubts about whether it is a case with the same cardinality or different. As we will see below, sometimes the same thing happens under the same conditions between PARTICULAR sets with the same cardinality.

C.- 2

Very Simple Example of Failure

2.1. Explaining the Example Table

$O\_o!!$	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
A	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
1	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
2	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$
3	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$
4	$\emptyset$	$\{4\}$	$\{5,6\}$	$\{4,5,6\}$	$b = \{a \in A \vert a \notin R_5(a)\}$
5	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$
6	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$

This table represents 5 different relations: R_1, R_2, R_3, R_4, R_5. With 6 different sets involved: A always being the domain of all relations and B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 being the image sets of each relation R_i. Each column represents the specific elements of each set; cardinality 6 in all cases. At the same time, and excluding the first column, the rest of the columns represent the 5 relations we want to use as an example.

When we point to a cell in a column i, in row j, other than the one in the set A, it means that it belongs to the set B_i and is related, through the relation R_i, to the same element of A that is in its same row, forming the pair of the relation: (a_j, b_j).

These are relations between natural numbers and subsets of natural numbers. The element b of B_5 has an exact definition, similar to the"special" Cantor's subset; we only change A to $\mathbb{N}$ and R_5 to f.

The sets B_i are almost identical, except for their elements in row 4.

The relations from R_1 to R_4 are clearly bijections.

We might wonder whether R_5 is surjective or not, relying blindly on the second interpretation of Cantor's technique.

2.2. Reproducing the Double Contradiction

R_5 is a specific relation between two specific sets, each with "valid" and specific elements. Let's assume it is bijective. It should be surjective. That implies we should be able to create the pair $(4, b)$. The element/subset b depends on the relation and will be fully defined when we create the pair. However:

I) If $4 \in b$: by the definition of b, 4 does not belong to b since b is its image in R_5... Contradiction!!

II) If $4 \notin b$: by the definition of b, 4 would belong to b, creating another contradiction.

Same subset definition without changing a single letter (excluding adaptations). Same type of double contradiction when assuming we can create the pair. HOWEVER, A and B_5 have exactly the same cardinality: 6. IF we blindly trusted the logic of that second version of Cantor's technique, we would end up being able to prove that two sets with the same cardinality cannot have a bijective relationship between them.

But the magic of this example doesn't end here.

2.3. Analyzing this Example in Depth

The element b, which is a subset belonging to both B_5 and $P(\mathbb{N})$, MUST ALWAYS be an element of $P(\mathbb{N})$. If "sometimes" it could transform into "something else" like, for example, a bag of potatoes, it would cease to belong to $P(\mathbb{N})$, and it wouldn't matter that it is not part of a possible surjectivity. b **MUST always be a subset of** $\mathbb{N}$.

What are the possibilities for b in R_5?

The elements of A: 1, 2, 3, 5, and 6 are always related, in all 5 relations, to the same subsets of $\mathbb{N}$. This includes R_5.
1, 2, and 3 will always be OUTSIDE of b, because they belong to its image subset in all 5 relations.
5 and 6 do NOT belong to the subsets with which they are related.
The biggest doubt is what happens with 4 and what the final state of b would be, as it is a subset that ALWAYS EXISTS, right?... because if "were" something else, the entire proof would be doubtful. Mine and Cantor's.

Abusing combinations, we reduce the possible concrete values of b to:
$\{\emptyset\}$,
$\{4\}$,
$\{5, 6\}$,
$\{4, 5, 6\}$

Precisely, this is the only thing that varies in R_5 from the other four relations; its fourth element. If b existed, which it must, and took a concrete value among these four possibilities, R_5 would actually be one of the four previous relations: it would be R_1, R_2, R_3, or R_4. The pairs of relations would be identical. We already said they were all bijective.

An added curiosity. Of all the possible subsets of A, b is left with only these four possibilities. If someone chooses to say it is none of them, there are no more subsets of A to choose from. IT WOULD NO LONGER BE A SUBSET OF A. Those were our last four possibilities. If we rule out that it stops being a subset, it MUST be one of them, SPECIFICALLY. We won't know which one to choose, but it MUST be one of them if we want to continue believing in the reliability of this technique.

This is very characteristic of a "siege." You know it is one, from among your set of possibilities; it MUST be within your set of possibilities; you CANNOT CHOOSE ONE SPECIFICALLY; and at the same time, ALL possibilities show the same result: in this case, R_5 is bijective, contradicting the technique.

The curious thing about this example is that it is NOT the subset itself that is creating the double contradiction. IT IS A PARTICULAR DEFINITION of the subset. If we change it to another definition, always talking about the same subset, and, for example, simply list its elements, it does NOT GENERATE THE DOUBLE CONTRADICTION. In no possible combination between $R1$ to R_4. The real problem is not creating a relation with a very strange subset of A... but with one, among its many possible definitions, whatever the subset may be. $P(A)$ is NOT a set of definitions of subsets; it is a set of subsets of A. Not being able to "use" a particular definition is something tremendously irrelevant. Just like it "could" happen with $P(\mathbb{N})$.

If one wants to argue that this is not the real proof, it was warned at the beginning of the document about that possibility. It is amazing how this second version of the technique seems "correct" to several mathematicians, and they even challenge me to prove that it is not "infallible." The difference between this and the other version, to be dismantled, is only a matter of time. It requires more time and other techniques. Warning is useless, but I wouldn't put too much hope in the other one either. But the flaw is similar: being reproducible between sets of the same cardinality makes it unreliable, an irrelevant result.

One can attempt to argue that A and B_5 are finite sets, and what happens in the finite does not happen in the infinite. Let's kill that hope a little more, too.

2.4. Expanding the Simple Example to Infinity

Every time I rewrite, I discover new things. This strikes me as funny because I've endured several comments from people who claim to "think" mathematically much better than I do, with more efficiency, quality, and speed. People who have told me, "what happens in the finite does not always happen in the infinite," without realizing that they are still sets with the same cardinality. And the funniest part, WITHOUT SEEING this expansion of the simple example. I just realized that NO ONE, of all the people to whom I have shown the simple example, has seen this possible expansion of the table:

O_o!!	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
$\mathbb{N}$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
1	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
2	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$
3	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$
4	$\emptyset$	$\{4\}$	$\{5,6\}$	$\{4,5,6\}$	$b = \{a \in A \vert a \notin R_5(a)\}$
5	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$
6	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$
7	$\{7\}$	$\{7\}$	$\{7\}$	$\{7\}$	$\{7\}$
8	$\{8\}$	$\{8\}$	$\{8\}$	$\{8\}$	$\{8\}$
9	$\{9\}$	$\{9\}$	$\{9\}$	$\{9\}$	$\{9\}$
...	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$
n	$\{n\}$	$\{n\}$	$\{n\}$	$\{n\}$	$\{n\}$
...	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$

***Consider this as evidence of the differential contribution that an amateur algorithmist, with an engineering spirit, can make to a team working with mathematicians.*

REMEMBER, we are not attacking the argument that b is an element that does not belong to the B_i. For example, the b of R_4 is $\{5,6\}$, which does not belong to B_4. I repeat: this argument has other cracks. We are attacking the absurd idea that we cannot embed a specific subset in our relations because, when trying to create the relation pair with it, double contradictions occur.

We have replaced A with the ENTIRE $\mathbb{N}$.
NOW we have injective functions from $\mathbb{N}$ to $P(\mathbb{N})$.
Each B_i is not $P(\mathbb{N})$, but they do have infinite cardinality.
For all $n \geq 7$, we know for sure that they do not belong to b. ENTIRE $\mathbb{N}$ covered (excluding zero, which can be added according to preference).
1, 2, and 3 also do not belong to b.
5 and 6 are again related to subsets that do not contain them.
The doubt returns to the number 4.
The possible combinations of b remain, when expanding it to a "type" of infinity:
$\{\emptyset\}$,
$\{4\}$,
$\{5,6\}$,
$\{4,5,6\}$

Exactly, we can apply the same as before. They are sets with the same cardinality, only now they are infinite cardinals. The double contradiction is reproducible for ALL of $P(\mathbb{N})$ and for subsets of it with cardinality $\aleph_0$.

The appearance of double contradictions, when trying to generate a pair of the relation with the special subset definition that Cantor defined, is not a RELIABLE marker of infinite cardinal difference. I refer to the facts of the numbers.

C.- 3

Appendix

Reading this chapter is not necessary. I only include it to try to explain to curious people the results I have found regarding the "particular definition" that Cantor designed for subsets like b. Some may only be brief mentions of things better explained in, hopefully, future documents. Others are easy to explain but are just "small irregularities" in the proof, yet they are irregularities amid so much "simplicity, elegance, and perfection".

3.1. Every member of $P(\mathbb{N})$ can be b

We will express the relationships by explaining how their pairs are constructed. The symbols $a \to c$ mean that the pair (a, c) is created. Let's do things in reverse. First, we have a subset b, and we will create the relationship of which it is the "external element".

Let's start with the base case:
$0 \to \{0, 1\}$
$1 \to \{1, 2\}$
$2 \to \{2, 3\}$
...
$n \to \{n, (n+1)\}$
...
The subset $b \subset \mathbb{N}$ for this relationship is: $\emptyset$

Let's imagine that we want $\{4, 5\}$ to be the set b of some relationship. We start from the base case and alter it like this:

$0 \to \{0, 1\}$
$1 \to \{1, 2\}$
$2 \to \{2, 3\}$
$3 \to \{3, 4\}$
$\underline{4 \to \{5\}}$
$\underline{5 \to \{6\}}$
$6 \to \{6, 7\}$
$7 \to \{7, 8\}$
...
$n \to \{n, (n + 1)\}$
...

**The new subsets have only one element, so they will be different from all the others. By adding one, they will contain ONLY one element, different from the member of $\mathbb{N}$ to which they are related.

In general, if we want subset S to be the set b of some relationship:
I) If $n \in S : n \to \{n + 1\}$
II) If $n \notin S : n \to \{n, (n + 1)\}$

We have already demonstrated through a creation algorithm that ***"every member of $P(\mathbb{N})$ is the subset b in, at least, one relationship between $\mathbb{N}$ and $P(\mathbb{N})$"***

This implies that some relationships/functions among all possible ones will have a finite cardinality subset b as an external element (first version of Cantor's proof).

3.2. The Problem with Finite Cardinality Sets b

I encountered the problem by chance when using a partitioned relation to cover all of $P(\mathbb{N})$. Let's summarize it with inaccuracies because the idea is crucial, and it will be detailed in future documents.

1) We create a very particular partition of $\mathbb{N}$ (lengthy to explain): $\mathbb{N}_1, \mathbb{N}_2$
2) We create a partition of $P(\mathbb{N})$: $SNEFs$ and $SNEIs$
3) $SNEFs$: ALL possible subsets of $\mathbb{N}$ with finite cardinality, including $\emptyset$.
4) $SNEIs$: ALL possible subsets of $\mathbb{N}$ with INFINITE cardinality.
5) We define a perfect bijection $f : SNEFs \to \mathbb{N}_1$. (It's a known result, I just rediscovered it)

And now comes the interesting part. When asking if there exists a bijection between $\mathbb{N}_2$ and $SNEIs$, it turns out that both versions of the proof can be replicated on the specific subsets I obtained. Both the pure double contradiction and the technique of the external element (through the creation of differences).

Even the algorithm from the first section above in this chapter can be replicated using subsets of $\mathbb{N}$ with infinite cardinality. If we want $S \in P(\mathbb{N})$ to be a subset type b using only members of $SNEIs$ (subsets with infinite cardinality), we can create the relation like this:
I) If $n \in S$: $n \to \{n+1\} \cup \{n \in \mathbb{N} \mid n > (n+1)\}$
II) If $n \notin S$: $n \to \{n, (n+2)\} \cup \{n \in \mathbb{N} \mid n > (n+2)\}$
* In both cases, they are different subsets; some have "a gap", and others do not. They are unique because their "first elements" depend on n.

Discarding the technique of the pure double contradiction, you can try to use the second technique of the external element. BUT IT WON'T WORK FOR EVERY possible relation... sometimes, those relations will have an "external element", b, with a finite cardinality, ALREADY COVERED by the bijection in point 5, three paragraphs above. It doesn't work for EVERY possible combination... because in some, you create a subset that I already have covered. Being a result... irrelevant? the fact that you can create an external element in those particular cases... casting doubt on the technique.

One could say that we combine both parts of the partitioned relation. However, you still encounter the same problem. One part is fixed, the bijection from point 5, and the other has uncertainty. By varying all possibilities, you decide to define b using the two "possible" subrelations combined into one. However, you must continue praying not to obtain an external element whose cardinality is finite in ANY possible combination.

One could argue whether it is arbitrary or not to say that both sub-relations, the fixed one from point 5, and the "probable bijective" one, SHOULD be joined or not. It is still a relation by parts that can be tried to solve independently... and we can end up trusting BLINDLY in the technique, applying it ONLY to the second part, having the first one perfectly developed and covered already. And by "trusting ourselves", we reach a conclusion that is... correct? but with inadequate arguments.

From my ignorance, I have seen several developments of the proof, by different people. They have NEVER mentioned the need for the cardinal of the "external element", b, to be infinite. And I suspect that "maybe" it's a necessary detail that is not mentioned in the original. I could be wrong here.

To be honest, in the bijection that I define, I "believe" that no natural number belongs to the subset with finite cardinality with which it is related. It would have to be examined carefully, especially in very simple cases, but the rest, I am almost certain that the natural number obtained is a strict upper bound to any natural number that is part of the subset with which it will be related with the formula. I reverse the order, but being a bijection, it has a direct and inverse function; it doesn't matter in what order we talk about the sets involved. THAT would make b always have an infinite cardinality, by combining the two sub-relations of the relation by parts, since the bijection is fixed. The natural numbers provided by the fixed bijection to b would be infinite. IT IS STILL a detail that I have never heard anyone mention. Perhaps fixing and justifying it would take away “simplicity” from the original proof. We cannot reach a conclusion, even if it is correct, with incomplete arguments.

I must speak from ignorance, hoping to be able to ask an expert in set theory who knows the original proof very well someday. JUST recognizing that it is a detail that IS necessary to mention, and that is not mentioned in the original proof, no matter how it can be fixed, would imply that several generations of mathematicians considered a proof correct that is... incomplete? Well, that wouldn’t be absolutely infallible. Which is very human after all.

But this doesn’t end here...

3.3. What happens when b has infinite cardinality?

This series of videos is an old version that requires "small changes", and my idea is to compile all the various sources on Vixra, corrected to this day, with their improvements:

Link to the video series on YouTube

The material in those videos is only in Spanish; I link it here for the curious. You can contact me for questions at:

recursos.clja@gmail.com

After discarding subsets of $\mathbb{N}$ with finite cardinality and the technique of pure double contradiction, we can focus on studying purely the $SNEIs$.

Saving some details, one of the things done in those videos is to show a specific mathematical phenomenon. Its meaning is not fully outlined, but it is still tremendously curious.

The game of proving the cardinal difference, using only enumerable sets, and the ability to create an external element, are not rules I set but Cantor did.

In the videos (you have to watch them to understand the references; you can skip the 2nd), a small change is made, correcting silly mistakes. The "flja_abstracta" relation is partitioned. A relation is still a set of pairs, and you can partition it. We create each subset, defining each, new relations by classifying pairs by the universe to which their right elements belong. Creating the different relations r_{θ_k} (the relation that uses universe θ_k as the Image set).

This was already done unconsciously by ordering them by columns.

In this way, in a single gesture, we create infinite different relations ($\aleph_0$), in which each always uses the totality of the $SNEIs$ as the Domain set and a different disjoint piece of what we call $\mathbb{N}_2$ in this document, and in the videos and the original work, it is called LCF_{2p} (cardinal equivalent to a subset of $\mathbb{N}$).

It's a curious alteration of the concept of a piecewise function since all have the same domain. But by creating them, we do not alter the cardinality of LCF_{2p} since each Image set is a disjoint subset of it.

The idea is to use more than one strategy, MORE THAN ONE RELATION. And for this, like an army, we create various divisions (a partition), and each one is ordered to fight against ALL $SNEIs$ with a different strategy. A different relation.

The enemy army (according to Cantor's limited conditions) may appear with any possible combination of a bijective attempt (the Image set of that possible attempt) and any possible external element created with any conceivable technique (but only one: Cantor's rules). I estimate that at least there are $\aleph_1$ different combinations. If there are more, the observation of the mathematical fact is even more fun.

It turns out that all relations r_{θ_k} are fixed. In fact, they have been defined for years, and we won't change a single comma. But yes, we will play with the fact that I don't have to settle for using only one. They are "divisions of my army"... if you want to defeat me, you have to defeat all my defensive lines: each and every relation, as each one uses a disjoint subset. And for each specific possible combination, I don't always have to defeat it with the same defensive lines. Each specific combination can be defeated using different sequences of defensive lines.

What will happen is that for every specific possible combination of a bijective attempt (with $SNEIs$ and LCF_{2p}) and the external element you decide to create, with any technique you want (but only one, following Cantor's rules), suddenly the k=17 relation PREDICTS a small part of that specific combination (including the external element, whatever it is), the k=2048 predicts the same as 17, and more... the k=1000456 predicts the same as the previous ones, and one more...

And when we combine the predictive ability of each relation r_{θ_k} that has been able to predict that specific combination, it turns out that we have groups of UNIQUE and EXCLUSIVE natural numbers, completely disjoint from each other, for each element of the Image set of that bijective attempt AND.. mind you AND.. the external element.

With just $\aleph_0$ different relations, we can predict in advance, and with years in advance (because they have been written for years), ALL POSSIBLE DIAGONALIZATIONS between LCF_{2p} and $SNEIs$. Which are at least $\aleph_1$ different combinations. Although the external element has infinite cardinality. In fact, as it is only with $SNEIs$, all possible useful b have infinite cardinality. If, by chance, diagonalization produces a b with finite cardinality, we already have it covered in the other part of the piecewise strategy (the famous fixed bijection).

The relations that "fail" to predict do so because they assign equal images to those specific elements of $SNEIs$. It is not always the case, but the algorithm ensuring that all elements of the bijective attempt and the external element are covered, skips lines to be absolutely sure, making the proof simple (but not short).

NOTE: If you add the external element and create a new bijective attempt, and create another new external element, it only changes the possible infinite list of relations that predict parts of that new specific case.

Anyone curious can watch the videos. It is a MATHEMATICAL FACT that is very easy to demonstrate with time. It remains unsettling that we only need $\aleph_0$ different relations. The supposed conclusion is that no matter HOW many times you try, you will never be able to predict all possible diagonalization combinations. And only $\aleph_0$ attempts were needed, in parallel.

This MATHEMATICAL FACT, for me, demystifies $\aleph_1$ and diagonalizations a lot, even when b has infinite cardinality.

But this is not all... What happens when we don't amputate members of $SNEIs$, which has the same cardinality as $P(\mathbb{N})$? When we don't face possible but concrete combinations of subsets of them, but their entirety.

3.4. Sieges for $SNEIs$ or $P(\mathbb{N})$

If we recall the objective of this document, it was only to dismantle the version of pure double contradiction. But we did it using something called a "siege". One of the tricks was to avoid the concrete definition of the subset, using a set of "possibly equivalent" definitions. SOME of them had to be correct. And it stopped generating the double contradiction.

For the entirety of $P(\mathbb{N})$, we have done something similar but much more complex, on different levels. We changed the way to "represent" the subsets of $\mathbb{N}$, ALL of them. This unintentionally generates new "definitions" for each one of all possible subsets. And the interesting thing is that this change, by creating "equivalents for any possible set b", generates very curious mathematical phenomena. Like the mathematical fact from the previous section.

Suddenly, the supposed "problems and limitations" disappear, as in the simple example in this document.

If we could demonstrate, alternatively, as in the simple example (just counting 6 elements), that $SNEIs$ and LCF_{2p} (watch the videos or wait for the future document to understand them) have the same cardinality... we would be aware that the technique of the external element is as irrelevant as the double contradiction.

To be able to do this, apart from the siege of changing ALL definitions, we need one more level. Two comparative techniques of infinite cardinalities, alternatives to the rigorous definition of injectivity or bijectivity. In isolation, they are just curiosities, mathematical FACTS, but curiosities with "supposed flaws". The TPI (Unlimited Pair Transfer), and the DI (Inverse Diagonalization: schoolyard brawl version).

The problem arises, based on my years of experience, when those who believe they have found the flaw in the TPI cannot do it WITHOUT ENSURING that the DI is a perfect equivalent of injectivity. And those who believe they have found the flaw in the DI cannot mention it WITHOUT ENSURING that the TPI is a perfect equivalent of injectivity.

Applied both to $SNEIs$ and LCF_{2p}, each one trying to say that the cardinality of $SNEIs$ is NOT greater than the cardinality of LCF_{2p}, defining an alternative equivalent to an injectivity between them.

They are complementary. Both cannot be false at the same time. It's enough for one to be correct to break Cantor's Theorem. I don't know which one is correct, but according to my experience, there is division and EXTREME CONFIDENCE in the statements. I have witnessed mathematicians of various levels trying to deny the TPI, ASSURING ME that the weak point of the DI is absolutely correct and even guaranteeing it. And when trying to deny the DI, the reverse happens, they assure me and certify that the weak point of the TPI is absolutely correct.

I have seen people quoting, argument by argument, my old work on the DI, recommending me to go to university to understand... "my own work". The funny thing is that those arguments were judged as "crankery" at the time. And now I see several mathematicians defending them tooth and nail.

The TPI, its definition, with patience... can be seen here:
Link to the document on Vixra

With the videos and the added notes of this document, you can easily see how the TPI applies to $SNEIs$ vs LCF_{2p}, by reading that link... with patience... I wrote everything I had in mind there.

The DI, at the time, was sent by email to a person who, as a personal and informal favor, got me the opinion of a referee. The document was registered before a notary. And it was judged as pure crankery. Imagine my face and shock when I see mathematicians using the same arguments that I used at the time, with absolute self-confidence, while they believed they were denying the TPI. The last time, this recent week.

Reading all that is torture. I think I have a more concise and direct version that can be done in 4 and a half hours with a chalkboard. Of course, if I am not interrupted, trying to "mathematize" rigorously everything, just to realize that it was not so complicated: all because of not listening to the end. I say this from experience, and on top of that, they complain that I didn't warn them that it was so simple.

In these documents, I try to pour out EVERYTHING I have. And given my experience, to the series of documents that I started with the TPI, I must add the DI. Because the DI and the TPI work very well "together."

The TPI has three parallel branches: that of common sense, observable in a finite spectrum (subsets, disjoint, of potentially increasing cardinality, and "nested", from an initially undetermined situation, to the entirety of $SNEIs$, as the only possible supremum). Its incredible resemblance to a piecewise injective function, only that from the spectrum of pairs of the Domain, instead of the spectrum of elements of the Domain. And if we are rigorous, the impossibility of denying that it is an equivalent of injectivity, without being obliged to say that the DI is, and vice versa.

It's just more complicated; it requires more than one siege and takes much more time, but the technique of the external element could be as irrelevant as that of double contradiction. Checking it is as simple as verifying if I can repeat what happened to me in mathematical forums, but in a room, with two different groups of mathematicians, then having them compare their notes on my presentation about the DI in one group and the TPI in the other group. Total time: approximately 4 and a half hours.

As I don't believe that will happen, I will continue trying to organize everything and publish it in this format. This way, you can judge whether the TPI and the DI are "injectively complementary". Although invitations to informal talks (public) are accepted. I have more than proven that it doesn't matter the quality of the results you offer, even if you overcome challenges that people consider impossible a priori. I even have evidence of people who considered the TPI document "poorly written" but absolutely correct. However, they don't add their opinion on Vixra.

Parte II

Español

C.- 4

Resumen de las dos técnicas

4.1. Parte común

La parte común de las dos técnicas, explicadas a mi nivel, como bien puedo, es sencilla.

En principio sería para toda posible función $f : A \to P(A)$, pero nos ceñiremos al caso $f : \mathbb{N} \to P(\mathbb{N})$. Un sólo fallo particular es suficiente. Son los conjuntos mejor estudiados y mejor trabajados en mi contraejemplo.

Partimos de crear una función inyectiva $f : \mathbb{N} \to P(\mathbb{N})$:

$$f(n) = \{n\}$$

El truco se basa en demostrar que es imposible encontrar una función que pueda ser inyectiva, y a la vez sobreyectiva, teniendo ya, una inyectiva, que demuestra:

$$Card(\mathbb{N}) \leq Card(P(\mathbb{N}))$$

Partimos de afirmar que existe una f, que puede ser biyectiva. Esto implicaría que sea sobreyectiva. Eso nos lleva a decir, que cualquier miembro de $P(\mathbb{N})$, DEBE tener un par, en la relación, que lo relaciona con UN miembro de $\mathbb{N}$. Definimos un miembro posible de $P(\mathbb{N})$:

$$b = \{n \in \mathbb{N} \mid n \notin f(n)\}$$

El par (n, b) DEBE existir en la relación.

Lo que sucede con este par, es lo que divide a las dos versiones.

4.2. Similar a $\mathbb{N}$ vs $\mathbb{R}$ (o Conjunto de Cantor: diagonalización estándar)

En todo posible intento de biyección, tendremos una serie de pares (natural, subconjunto de $\mathbb{N}$), que forman la relación. Los denotaremos por (n, s).

En todo posible par (n, s):
a) $n \in s$: si n es un miembro de s, por la definición de b, $n \notin b$. s y b se diferencian en, al menos, un elemento.
b) $n \notin s$: si n NO pertenece a s, DEBE pertenecer a b, por la definición b. Una vez más, b y s se diferenciarían en, al menos, UN elemento.

Siempre existe un b que es diferente a TODOS los posibles subconjuntos s, de toda posible función, previamente inyectiva. Esto impide a las funciones ser sobreyectivas, al no cubrir TODO $P(\mathbb{N})$. El subconjunto b NO forma parte de ningún posible intento de biyección del tipo $f : \mathbb{N} \to P(\mathbb{N})$. Ninguna posible función puede ser biyectiva. Contradicción.

Se parece a la técnica del título, porque busca generar una diferencia con TODOS los elementos del conjunto Imagen. Se basa en crear "un elemento externo" a toda posible biyección.

4.2.1. Puntualicemos cosas

Esta técnica tiene varias grietas, compartidas con la versión del siguiente punto. Como se dijo, no las veremos en este documento. Aparte de las grietas, está el propio contraejemplo, que demuestra falso el enunciado del teorema. Si fuese correcto, desmontaría toda posible demostración del teorema, por muy correcta que pareciese. La siguiente versión no sé si llamarla "más débil". Aunque el ejemplo que se exponga, para mostrar sus defectos, parezca muy sencillo, se tardaron AÑOS en darle su forma final. Tiene una particularidad propia, y un "asedio" muy fácil de explicar, no de crear, en un caso particular, muy sencillo. Claro, una vez que se conoce.

Lo menciono por el fenómeno del "Huevo de Colón" me esta sucediendo con una frecuencia desagradable. Gente que de repente, se entera de la existencia de una técnica nueva, se JACTA de aplicarla mejor, más rápido y más elegantemente que su creador original. Son comentarios que se podrían ignorar, pero acaban en desprecios a una herramienta QUE FUNCIONA, y que NO PUEDEN DECIR QUE NO SEA CORRECTA. Solo se jactan de poder hacer mejores versiones. Claro, una vez conocen el espíritu y nunca antes se les había pasado por la cabeza una solución similar. Encima algunos cometen errores, al matar "cierta riqueza" de posibilidades... que desconocen por su apuro y su ansia.

Sencillo no significa incorrecto. Sencillo no significa "un caso despreciable". UN SOLO CASO, siembra dudas sobre si la técnica es apropiada o confiable, pues si existe uno, pueden existir más. Es triste tener que recordar cosas básicas ante la posibilidad, tristemente frecuente, que el lector se concentre en jactarse de su habilidad para describir "más elegantemente" el trabajo de un NO matemático. Es como si un luchador se jactase de pegarle a un niño. Una posibilidad ignorable, si no se perdiese de vista de lo que estamos hablando, que no son formas, sino ideas. Y estas son correctas o no. Sean más o menos simples, más elegantes o menos elegantes. No será porque no haya intentado buscar ayuda. Es deprimente ver a la gente jactarse de lo simple que hubiese resultado dicha ayuda, mientras fallan en conceptos tremendamente básicos.

4.3. Doble contradicción pura

Volvemos a lo mismo, toda posible biyección, es una relación con un conjunto de pares (n, s). El par (n, b), DEBE existir, si queremos que nuestra posible función, sea sobreyectiva. PERO al intentar crear el par nos van a surgir problemas.

a) Si $n \in b$: como b no contiene naturales, que en su par de la relación, pertenezcan al subconjunto con el que se relacionan, eso significa que n NO DEBERÍA pertenecer a b en este caso. Contradicción.

b) Si $n \notin b$: por la definición de b esto significaría que n PERTENECE a b. Contradicción.

Intentemos, como intentemos, escoger o diseñar el posible par, SIEMPRE llegamos a una contradicción. UNA DOBLE CONTRADICCIÓN. Se deduce que crear el par es imposible, pues tal acto conduce SOLO a contradicciones. Como el par no se puede crear en ninguna posible función, ninguna puede ser sobreyectiva. Ninguna puede ser biyección.

Me costó años darme cuenta de las diferencias. Esta es la técnica que vamos a desmontar con un simple hecho matemático: es reproducible entre conjuntos que tienen el mismo cardinal. Como el hecho matemático es innegable, hay una reacción muy triste, común y automática: “lo que sucede en lo finito no tiene por qué suceder en lo infinito”. Como un chascarrillo que se suelta sin meditar demasiado. Seguirán siendo conjuntos con el mismo cardinal. Se diseñaron tan simples, para poder comprobar FÁCILMENTE, que ambos conjuntos tienen el mismo cardinal. En el espectro infinito, SE PUEDE DEMOSTRAR que ambos conjuntos tienen el mismo cardinal, pero es mucho más complicado.

Un solo caso, hace la demostración NO CONFIABLE. Después de acabarla, te quedaría la duda sobre si se trata de un caso con el mismo cardinal o diferente. Ya que como veremos a continuación, a veces, SUCEDE exactamente igual, en las mismas condiciones, entre conjuntos PARTICULARES, con el mismo cardinal.

C.- 5

Ejemplo muy sencillo del fallo

5.1. Explicando la tabla ejemplo

O_o!!	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
A	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
1	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
2	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$
3	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$
4	$\emptyset$	$\{4\}$	$\{5,6\}$	$\{4,5,6\}$	$b = \{a \in A \mid a \notin R_5(a)\}$
5	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$
6	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$

Esta tabla representa 5 relaciones diferentes: R_1, R_2, R_3, R_4, R_5. Con 6 conjuntos diferentes involucrados: A siempre siendo el dominio de todas las relaciones y B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 siendo los conjuntos imagen de cada relación R_i. Cada columna representa los elementos concretos de cada conjunto; cardinal 6 en todos. A su vez y quitando la primera columna, el resto de columnas representan las 5 relaciones que queremos usar como ejemplo.

Cuando señalamos una celda de una columna i, en la fila j, que no sea la del conjunto A, significa que pertenece al conjunto B_i, y que está relacionado, mediante la relación R_i, con el mismo elemento de A, que está en su misma fila, formando el par de la relación: (a_j, b_j).

Son relaciones entre números naturales y subconjuntos de números naturales. El elemento b de B_5, tiene una definición exacta, a la del subconjunto "especial" de Cantor; solo cambiamos A por $\mathbb{N}$, y R_5 por f.

Los conjuntos B_i, son casi idénticos, excepto por sus elementos de la fila 4.

Las relaciones de la R_1 a la R_4 son claramente biyecciones.

Nos podríamos preguntar si R_5 es sobreyectiva o no, confiando ciegamente en la segunda interpretación de la técnica de Cantor.

5.2. Reproduciendo la doble contradicción

R_5 es una relación concreta, entre dos conjuntos concretos, cada uno con elementos "válidos" y concretos. Supongamos que sea biyectiva. Debería ser sobreyectiva. Eso implica que deberíamos poder crear el par $(4, b)$. El elemento/subconjunto b depende de la relación, y se acabará de definir cuando creemos el par. Pero:

I) Si $4 \in b$: por la definición de b, 4 no pertenece a b, ya que b es su imagen en R_5... Contradicción!!

II) Si $4 \notin b$: por la definición de b, 4 pertenecería a b, creando de nuevo una contradicción.

Misma definición de subconjunto sin cambiar una sola letra (quitando las adaptaciones). Mismo tipo de doble contradicción al suponer que podemos crear el par. PERO, A y B_5 tiene exactamente el mismo cardinal: 6. SI CONFIÁSEMOS ciegamente en la lógica de esa segunda versión de la técnica de Cantor, acabaríamos pudiendo demostrar que dos conjuntos con el mismo cardinal no pueden tener una relación biyectiva entre ellos.

Pero aquí no acaba la magia de este ejemplo.

5.3. Analizando en profundidad este ejemplo

El elemento b, que es un subconjunto perteneciente a B_5 y a $P(\mathbb{N})$, SIEMPRE debe ser un elemento de $P(\mathbb{N})$. Si "algunas veces" se pudiese transformar en "otra cosa" como por ejemplo, una bolsa de patatas, dejaría de pertenecer a $P(\mathbb{N})$, y nos daría igual que no formase parte de una posible sobreyectividad. b **DEBE ser siempre un subconjunto de** $\mathbb{N}$.

¿Cuales son las posibilidades de b en R_5?

Los elementos de A: 1, 2, 3, 5 y 6, siempre están relacionados, en las 5 relaciones, con los mismos subconjuntos de $\mathbb{N}$. Esto incluye R_5.
1,2 y 3, siempre estarán FUERA de b, porque pertenecen a su subconjunto imagen, en las 5 relaciones.
5 y 6, NO pertenecen a los subconjuntos con los que están relacionados.
La mayor duda es que sucede con 4 y que estado final tendría b, pues es un subconjunto que SIEMPRE EXISTE, ¿no?... porque si "fuese" otra cosa, toda la demostración sería dudosa. La mía y la de Cantor.

Abusando de las combinaciones, reducimos los posibles valores concretos de b a:
$\{\emptyset\}$,
$\{4\}$,
$\{5, 6\}$,
$\{4, 5, 6\}$

Justamente, es en lo único que varía R_5, de las otras cuatro relaciones; en su cuarto elemento. Si b existiese, que debe existir, y tomase un valor concreto entre esas cuatro posibilidades, R_5 sería en realidad una de las cuatro anteriores relaciones: sería R_1, R_2, R_3 o R_4. Los pares de las relaciones serían idénticos. Ya dijimos que eran todas biyectivas.

Una curiosidad añadida. De todos los posibles subconjuntos de A, SOLO le quedan esas cuatro posibilidades a b. Si alguien escoge decir que no es ninguno de ellos, no quedan más subconjuntos de A dónde escoger. YA NO SERÍA UN SUBCONJUNTO DE A. Eran nuestras cuatro últimas posibilidades. Si descartamos que deje de ser un subconjunto, DEBE ser uno de ellos, EN CONCRETO. No sabremos cuál elegir, pero DEBE ser uno de ellos, si queremos seguir creyendo en la fiabilidad de esta técnica.

Esto es muy característico de un “asedio”. Sabes que es una, de entre tu conjunto de posibilidades; DEBE estar dentro de tu conjunto de posibilidades; NO PUEDES ESCOGER UNA EN CONCRETO; y a la misma vez TODAS las posibilidades muestran el mismo resultado: en esta caso, R_5 es biyectiva contradiciendo la técnica.

Lo curioso de este ejemplo, es que NO es el subconjunto en sí, el que nos está creando la doble contradicción. ES UNA DEFINICIÓN particular del subconjunto. Si la cambiamos por otra definición, siempre hablando del mismo subconjunto, y, por ejemplo, solo listamos sus elementos simplemente, NO GENERA LA DOBLE CONTRADICCIÓN!! En ninguna combinación posible de entre $R1$ a R_4. El verdadero problema no es crear una relación con un subconjunto de A muy extraño... sino con una, de entre sus muchas posibles definiciones, sea el subconjunto que sea. $P(A)$ NO es un conjunto de definiciones de subconjuntos, es un conjunto de subconjuntos de A. No poder “usar” una definición en particular... es algo tremendamente irrelevante. Al igual que nos “podría” pasar con $P(\mathbb{N})$.

Si se quiere argumentar que ésta no es la verdadera demostración, ya se avisó al principio del documento, sobre esa posibilidad. Es asombroso como esta segunda versión de la técnica les parece “correcta” a varios matemáticos, y encima me desafían a demostrar que no es “infalible”. La diferencia entre esta y la otra versión, para ser desmontadas, solo es de tiempo. Requiere más tiempo y otras técnicas. Avisar no sirve de nada, pero YO no pondría muchas esperanzas en la otra tampoco. Pero el fallo es similar: ser reproducible entre conjuntos del mismo cardinal, haciéndola no confiable, un resultado irrelevante.

Se puede intentar argumentar que A y B_5 son conjuntos finitos, y que lo que pasa en lo finito no sucede en lo infinito. Matemos un poquito más esa esperanza, también.

5.4. Expandiendo el ejemplo sencillo al infinito

Siempre que re-escribo descubro cosas nuevas. Esto me parece gracioso porque he soportado varios comentarios sobre gente que dice “pensar” matemáticamente mucho mejor que yo, con más eficiencia, calidad y rapidez. Gente que me ha dicho “lo que sucede en lo finito no sucede siempre en lo infinito”, sin darse cuenta que siguen siendo conjuntos con el mismo cardinal. Y lo más gracioso, SIN VER esta expansión del ejemplo sencillo. Me acabo de dar cuenta que NADIE, de todas las personas a quienes les he enseñado el ejemplo sencillo, ha visto esta posible expansión de la tabla:

O_o!!	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
$\mathbb{N}$	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
1	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
2	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$
3	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{3\}$
4	$\emptyset$	$\{4\}$	$\{5,6\}$	$\{4,5,6\}$	$b = \{a \in A \mid a \notin R_5(a)\}$
5	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$	$\{6\}$
6	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$	$\{5\}$
7	$\{7\}$	$\{7\}$	$\{7\}$	$\{7\}$	$\{7\}$
8	$\{8\}$	$\{8\}$	$\{8\}$	$\{8\}$	$\{8\}$
9	$\{9\}$	$\{9\}$	$\{9\}$	$\{9\}$	$\{9\}$
...	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$
n	$\{n\}$	$\{n\}$	$\{n\}$	$\{n\}$	$\{n\}$
...	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$	$\{...\}$

***Quede esto como demostración del hecho diferencial que puede aportar un algoritmista aficionado, con espíritu de ingeniero, en un equipo de trabajo con matemáticos.*

RECORDEMOS, no estamos atacando el argumento de que b sea un elemento que no pertenece a los B_i. Por ejemplo: el b de R_4 es $\{5,6\}$, que no pertenece a B_4. Repito: este argumento tiene otras grietas. Estamos atacando la absurda idea, de no poder incrustar un subconjunto concreto en nuestras relaciones, porque al intentar crear el par de la relación, con él, se producen dobles contradicciones.

Hemos cambiado A por TODO $\mathbb{N}$.
AHORA ya tenemos funciones inyectivas de $\mathbb{N}$ a $P(\mathbb{N})$.
Cada B_i no es $P(\mathbb{N})$, pero sí tienen cardinal infinito.
Para todo $n \geq 7$, sabemos con certeza que NO pertenecen a b. TODO $\mathbb{N}$ cubierto (quitando el cero, añadible según gustos).
1, 2 y 3, tampoco pertenecen a b.
5 y 6 vuelven a estar relacionados con subconjuntos que NO les contienen.
La duda vuelve a ser el número 4.
Las posibles combinaciones de b, siguen siendo, al expandirlo a “un tipo” de infinito:
$\{\emptyset\}$,
$\{4\}$,
$\{5,6\}$,
$\{4,5,6\}$

Exactamente, podemos aplicar lo mismo que antes. Son conjuntos con el mismo cardinal, solo que ahora son cardinales infinitos. La doble contradicción es reproducible para TODO $P(\mathbb{N})$, y para subconjuntos de él, con cardinal $\aleph_0$.

La aparición de dobles contradicciones, al intentar generar un par de la relación, con la definición de subconjunto especial que definió Cantor, no es un marcador FIABLE de diferencia cardinal infinita. A los hechos de los números me remito.

C.- 6

Anexo

Leer este capítulo no es necesario. Solamente lo añado para tratar de explicar a gente curiosa los resultados que he encontrado sobre “la definición particular” que diseñó Cantor para los subconjuntos tipo b. Algunas solo podrán ser menciones resumidas a cosas mejor explicadas en, esperemos, futuros documentos. Otras son fáciles de explicar, pero son solo “pequeñas irregularidades” de la demostración, pero no dejan de ser irregularidades entre tanta “simplicidad, elegancia y perfección”.

6.1. Todo miembro de $P(\mathbb{N})$ puede ser b

Expresaremos las relaciones explicando como se construyen sus pares. Los símbolos $a \to c$ significan que se crea el par (a, c). Vamos a hacer las cosas al revés. Primero tenemos un subconjunto b y vamos a crear la relación de la cual es “elemento externo”.

Partamos del caso base:
$0 \to \{0, 1\}$
$1 \to \{1, 2\}$
$2 \to \{2, 3\}$
...
$n \to \{n, (n+1)\}$
...
El subconjunto $b \subset \mathbb{N}$, de esta relación es: $\emptyset$

Imaginemos que queremos que $\{4,5\}$, sea el conjunto b de alguna relación. Partimos del caso base y lo alteramos así:
$0 \to \{0,1\}$
$1 \to \{1,2\}$
$2 \to \{2,3\}$
$3 \to \{3,4\}$
$4 \to \{5\}$
$5 \to \{6\}$
$6 \to \{6,7\}$
$7 \to \{7,8\}$
...
$n \to \{n,(n+1)\}$
...
**Los nuevos subconjuntos solo tienen un elemento, así que van a ser diferentes a todos los demás. Al sumarles uno, van a contener UN solo elemento, diferente al miembro de $\mathbb{N}$ con el que están relacionados.

De forma general, si queremos que el subconjunto S sea el conjunto b de alguna relación:
I) Si $n \in S : n \to \{n+1\}$
II) Si $n \notin S : n \to \{n,(n+1)\}$

YA hemos demostrado mediante un algoritmo de creación, que ***"todo miembro de*** $P(\mathbb{N})$ ***es el subconjunto*** b ***en, al menos, una relación entre*** $\mathbb{N}$ ***y*** $P(\mathbb{N})$***"***

Esto implica que algunas relaciones/funciones de entre todas las posibles, van a tener un subconjunto b con cardinal finito, como elemento externo (primera versión de la demostración de Cantor).

6.2. El problema con los conjuntos b con cardinal finito

El problema me lo encontré de casualidad, al usar una relación por partes para atacar todo $P(\mathbb{N})$. Vamos a resumirlo con inexactitudes porque lo importante es la idea, y es algo que se verá (Monesvol mediante) en futuros documentos con detalle.

1) Creamos una partición muy particular de $\mathbb{N}$(largo de explicar): $\mathbb{N}_1, \mathbb{N}_2$
2) Creamos una partición de $P(\mathbb{N})$: $SNEFs$ y $SNEIs$
3) SNEFs: TODOS los posibles subconjuntos de $\mathbb{N}$ con cardinal finito, incluido $\emptyset$.
4) SNEIs: TODO los posibles subconjuntos de $\mathbb{N}$ con cardinal INFINITO.
5) Definimos una biyección perfecta $f : SNEFs \to \mathbb{N}_1$. (Es un resultado conocido, yo solo lo redescubrí)

Y ahora viene lo interesante. Al preguntarnos si existe una biyección entre $\mathbb{N}_2$ y SNEIs resulta que ambas versiones de la demostración se pueden replicar en los subconjuntos concretos que obtuve. Tanto la doble contradicción pura como la técnica del elemento externo (mediante creación de diferencias).

Incluso el algoritmo de la primera sección anterior, de este capítulo, se puede replicar, usando subconjuntos de $\mathbb{N}$ con cardinal infinito. Si queremos que $S \in P(\mathbb{N})$, sea un subconjunto tipo b usando solo miembros de SNEIs (subconjuntos con cardinal infinito), podemos crear la relación así:
I) Si $n \in S$: $n \to \{n+1\} \cup \{n \in \mathbb{N} \mid n > (n+1)\}$
II) Si $n \notin S$: $n \to \{n, (n+2)\} \cup \{n \in \mathbb{N} \mid n > (n+2)\}$
* En ambos casos son subconjuntos diferentes, unos tienen “un salto” y los otros no. Son únicos pq “sus primeros elementos” dependen de n.

Descartada la técnica de la doble contradicción pura, puedes intentar usar la segunda técnica del elemento externo. PERO NO TE VA A FUNCIONAR PARA TODA POSIBLE relación... a veces, esas relaciones, tendrán un “elemento externo”, b, que tiene cardinal finito, QUE YA ESTÁ CUBIERTO por la biyección del punto 5, tres párrafos más arriba. No funciona para TODA posible combinación... pues en algunas creas un subconjunto que ya tengo cubierto. Siendo un resultado... ¿irrelevante? el hecho de que puedas crear un elemento externo en esos casos particulares.. sembrando duda sobre la técnica.

Se puede decir que unimos ambas partes de la relación por partes. Pero sigues teniendo el mismo problema. Una parte es fija, la biyección del punto 5, y la otra tiene incertidumbre, pero variando todas las posibilidades, decides definir b usando las dos “posibles” subrelaciones unidas en una. Pero debes seguir rezando para no obtener un elemento externo cuyo cardinal sea finito en NINGUNA posible combinación.

Se puede discutir sobre si es arbitrario o no, el poder decir que ambas subrelaciones, la fija del punto 5, y la “probable biyectiva”, se DEBAN unir o no. Sigue siendo una relación por partes, que se puede intentar resolver de formas independientes... y podemos caer en confiar CIEGAMENTE en la técnica, aplicarla SÓLO a la segunda parte, teniendo ya la primera perfectamente desarrollada y cubierta. Y al “confiarnos”, llegar a una conclusión ¿correcta? pero con los argumentos inadecuados.

Desde mi ignorancia, he visto varios desarrollos de la prueba, a diferentes personas. NUNCA han mencionado la necesidad de que el cardinal del subconjunto “elemento externo”, b, DEBA ser infinito. Y me da que “igual” es un detalle de necesidad que no se menciona en la original. Podría estar equivocado aquí.

Para ser honestos, en la biyección que yo defino, “creo” que ningún natural pertenece al subconjunto con cardinal finito con el que se relaciona. Habría que mirarlo con cuidado, sobre todo en casos muy simples, pero el resto, estoy casi seguro que el natural que se obtiene es mayor estricto que cualquier natural que forme parte del subconjunto con el que lo vamos a relacionar con la fórmula. Invierto el orden, pero al ser una biyección, tiene función directa e inversa, da igual en que orden hablemos de los conjuntos involucrados. ESO haría a b tener siempre cardinal infinito, al unir las dos subrelaciones de la relación por partes, pues la biyección es fija. Los naturales que aporta la biyección fija, a b, serían infinitos. SIGUE SIENDO un detalle que no he oído mencionar a nadie nunca. Quizás arreglarlo y justificarlo le quite "sencillez" a la demostración original. No podemos llegar a una conclusión, aunque sea correcta, con argumentos incompletos.

Debo hablar desde la ignorancia, esperando poder preguntar, algún día, a un experto en teoría de conjuntos que conozca muy bien la demostración original. TAN SOLO RECONOCER que es un detalle que SI es necesario mencionar, y que no se menciona en la demostración original, por mucho que se pueda arreglar, implicaría que varias generaciones de matemáticos consideraron correcta una demostración ¿incompleta?. Vamos, que no serían absolutamente infalibles. Lo cual es muy humano después de todo.

Pero esto no acaba aquí...

6.3. ¿Qué sucede cuando b tiene cardinal infinito?

Esta serie de vídeos, es una versión antigua, requiere "pequeños cambios" y mi idea es recopilar todas las diversas fuentes en Vixra, corregidas a día de hoy, con sus mejoras:

Link a serie de videos en youtube

El material de esos vídeos solo está en español, solo lo linkeo para curiosos. Me pueden contactar para hacer preguntas en:

recursos.clja@gmail.com

Descartados lo subconjuntos de $\mathbb{N}$ con cardinal finito y la técnica de doble contradicción pura... nos podemos concentrar en estudiar puramente los $SNEIs$.

Salvando algunos detalles, una de las cosas que se hacen en esos vídeos es mostrar un fenómeno matemático concreto. Su significado no está perfilado del todo, pero no deja de ser tremendamente curioso.

El juego de pensar que se puede demostrar la diferencia cardinal, solo usando conjuntos enumerables, de forma estándar, y la habilidad de crear un elemento externo, no son reglas que haya puesto yo, sino Cantor.

En los vídeos (hay que vérselos para entender las referencias, se pueden saltar el 2), hay que hacer un pequeño cambio, quitando errores tontos. A la relación "flja_abstracta" se le hace una partición. Una relación no deja de ser un conjunto, de pares, y se le puede hacer una partición. Crearemos cada subconjunto, que definirán cada uno, nuevas relaciones, clasificando los pares por el universo al que pertenecen sus elementos de la derecha. Creando las diferentes relaciones r_{θ_k}(la relación que usa el universo θ_k como conjunto Imagen).

Ya se hizo de forma inconsciente ordenándolos por columnas.

De esta forma, creamos en un solo gesto, infinitas relaciones diferentes ($\aleph_0$), en las que cada una siempre usa la totalidad de los $SNEIs$ como conjunto Dominio, y un pedazo disjunto diferente de lo que en este documento llamamos $\mathbb{N}_2$, y en los vídeos, y el trabajo original, se llama LCF_{2p} (equivalente cardinal a un subconjunto de $\mathbb{N}$).

Es una alteración curiosa del concepto de función por partes, ya que todas tienen el mismo dominio. Pero al crearlas no alteramos el cardinal de LCF_{2p}, pues cada conjunto Imagen es un subconjunto disjunto de él.

La idea, es poder usar más de una estrategia, MÁS DE UNA RELACIÓN. Y para ello, como un ejército, creamos diversas divisiones (una partición) y a cada una les ordenamos luchar contra TODO $SNEIs$ con una estrategia diferente. Una relación diferente.

El ejército enemigo (según las condiciones limitadas de Cantor), podrá aparecer con cualquier posible combinación, de intento de biyección (el conjunto Imagen de ese posible intento), y cualquier posible elemento externo, creado con cualquier posible técnica que se pueda imaginar. Yo calculo que como mínimo, son $\aleph_1$ combinaciones diferentes. Si son más, la observación del hecho matemático es aún más divertida.

Resulta, que todas las relaciones r_{θ_k}, son fijas. De hecho están definidas hace años, y no les vamos a cambiar una sola coma. Pero sí, vamos a jugar con el hecho que no tengo por qué conformarme, con usar solo una.

Son “divisiones de mi ejército”... si me quieres derrotar debes derrotar todas mis lineas de defensa: todas y cada una de las relaciones, pues cada una usa un subconjunto disjunto. Y a cada combinación concreta posible, no siempre debo derrotarla con las mismas lineas de defensa. Cada combinación concreta, puede ser derrotada usando sucesiones diferentes de lineas de defensa.

Lo que va a suceder, es que para toda posible combinación CONCRETA, de intento de biyección (con $SNEIs$ y LCF_{2p}), y el elemento externo que decidas crear... con cualquier técnica que desees (pero solo uno: reglas de Cantor), de repente la relación k=17, PREDICE una pequeña parte de esa combinación (incluido el elemento externo, sea cual sea), la k=2048, predice los mismos que la 17, y más... la k=1000456, los mismos que las anteriores, y uno más...

Y cuando juntamos la capacidad de predicción, de cada relación r_{θ_k} que ha sido capaz de predecir esa combinación CONCRETA, resulta que tenemos grupos de naturales ÚNICOS y EXCLUSIVOS, totalmente disjuntos entre sí, para cada elemento del conjunto Imagen de ese intento de biyección Y.. ojo Y.. el elemento externo.

Con tan solo $\aleph_0$ relaciones diferentes, somos capaces de predecir de antemano, y con años de antelación (porque llevan años escritas), TODAS LAS POSIBLES DIAGONALIZACIONES entre LCF_{2p} y $SNEIs$. Que son como mínimo, $\aleph_1$ combinaciones diferentes. Aunque el elemento externo tenga cardinal infinito. De hecho, como sólo es con $SNEIs$, todos los posibles b, útiles, tienen cardinal infinito. Si la diagonalización, por un casual, produjese un b con cardinal finito, ya lo tenemos cubierto en la otra parte de la estrategia por partes (la famosa biyección fija).

Las relaciones que “fracasan” en predecir, es porque asignan imágenes iguales a esos elementos concretos de $SNEIs$. No siempre es así, pero el algoritmo que asegura que se cubren todos los elementos del intento de biyección y el elemento externo, se salta líneas para estar absolutamente seguro, y que la demostración sea sencilla (pero no corta).

NOTA: si añades el elemento externo, y creas un nuevo intento de biyección, y creas otro nuevo elemento externo, tan solo cambia la posible lista infinita de relaciones, que predicen partes de ese nuevo caso concreto.

Quién tenga curiosidad, puede ver los vídeos. ES UN HECHO MATEMÁTICO muy fácil de demostrar, con tiempo. No deja de ser inquietante que sólo necesitemos $\aleph_0$ relaciones diferentes. Se supone que la conclusión es que no importa CUÁNTAS veces lo intentes, nunca vas a poder predecir todas las posibles combinaciones de diagonalización. Y tan solo hacían falta $\aleph_0$ intentos, en paralelo.

Este HECHO MATEMÁTICO, a mi me desmitifica mucho $\aleph_1$ y las diagonalizaciones, incluso cuando b tiene cardinal infinito.

Pero esto no es todo... ¿Qué sucede cuando no amputamos miembros de $SNEIs$, que tiene el mismo cardinal que $P(\mathbb{N})$? Cuando no nos enfrentamos a combinaciones, posibles pero concretas, de subconjuntos de ellos, sino a su totalidad.

6.4. Asedios para $SNEIs$ ó $P(\mathbb{N})$

Si recordamos el objetivo de este documento, era solo desmontar la versión de la doble contradicción pura. Pero lo hacíamos con algo llamado "asedio". Uno de los trucos era evitar la definición concreta del subconjunto, usando un conjunto de definiciones "posiblemente equivalentes". ALGUNA debía ser la correcta. Y se dejaba de generar la doble contradicción.

Para la totalidad de $P(\mathbb{N})$ hemos hecho algo similar pero mucho más complejo, en diferentes niveles. Cambiamos la forma de "representar" los subconjuntos de $\mathbb{N}$, TODOS. Esto genera sin querer nuevas "definiciones" para cada uno de todos los posibles subconjuntos. Y lo interesante, es que ese cambio, al crear "equivalentes para cualquier posible conjunto b", genera fenómenos matemáticos muy, muy curiosos. Cómo el hecho matemático de la sección anterior.

De repente, los supuestos "problemas y limitaciones" desaparecen, como en el ejemplo simple de este documento.

Si pudiésemos demostrar, de forma alternativa, como en el ejemplo simple (tan solo contando 6 elementos), que $SNEIs$ y LCF_{2p} (vean los vídeos, o esperen el futuro documento para entenderlos), tienen el mismo cardinal... seríamos conscientes que la técnica del elemento externo es tan irrelevante como la de la doble contradicción.

Para poder hacerlo, aparte del asedio de cambiar TODAS las definiciones, necesitamos un nivel más. Dos técnicas comparativas de cardinalidades infinitas, alternativas a la definición rigurosa de inyectividad o biyectividad. De forma aislada, son sólo curiosidades, HECHOS matemáticos, pero curiosidades con "supuestos fallos". La TPI (Transferencia de Pares Ilimitada), y la DI(Diagonalización Inversa: versión pelea de colegio).

El problema surge, basado en mi experiencia de años, cuando quienes creen encontrar el fallo de la TPI, no pueden hacerlo SIN ASEGURAR que la DI es un equivalente perfecto de la inyectividad. Y quienes creen haber encontrado el fallo en la DI, no pueden mencionarlo SIN ASEGURAR que la TPI es un equivalente perfecto de la inyectividad.

Aplicadas ambas a $SNEIs$ y LCF_{2p}, cada una intentando decir que el cardinal de $SNEIs$ NO es mayor que el cardinal de LCF_{2p}, definiendo una alternativa equivalente a una inyectividad entre ellos.

Son complementarias. No pueden ser falsas ambas a la vez. Me basta con que una sea correcta para romper el Teorema de Cantor. No sé cuál es la correcta, pero según mi experiencia, hay división y EXTREMAS SEGURIDADES en las afirmaciones. He sido testigo de como matemáticos de diversos niveles, tratando de negar la TPI, ME ASEGURAN que el punto débil de la DI es absolutamente correcto y encima me lo garantizan. Y al tratar de negar la DI, pasa lo inverso, me aseguran y me certifican que el punto débil de la TPI es absolutamente correcto.

He visto gente hasta citar, argumento por argumento, mi antiguo trabajo de la DI, recomendándome ir a la universidad para entender..."mi propio trabajo". Lo gracioso es que esos argumentos en su dia fueron juzgados como "crankery". Y ahora veo a varios matemáticos defendiéndolos a capa y espada.

La TPI, su definición, con paciencia... se puede ver aquí:
Link al documento en Vixra

Con los vídeos, y las notas añadidas de este documento, se puede ver fácilmente como se aplica la TPI a

$SNEIs$ vs LCF_{2p}, leyendo ese link.. con paciencia... Escribí ahí todo lo que tenía en la cabeza.

La DI, en su día, se envió por email, a una persona que me consiguió como un favor personal e informal, la opinión de un referee. Se registró ante notario el documento. Y fue juzgada como pura crankery. Imagínense mi cara y mi shock, al ver a matemáticos usando los mismos argumentos que usé en su momento, con absoluta seguridad de sí mismos, mientras creían que estaban negando la TPI. La última vez, esta semana reciente.

Leerse todo eso es una tortura. Creo tener una versión más resumida y directa que se puede ejecutar en 4 horas y media con una pizarra. Claro, si no se me interrumpe, intentando "matematizar" de forma rigurosa todo, para al final darse cuenta que era una bobería: todo por no escuchar hasta el final. Lo digo por experiencia, que encima se quejan de que no avisé que era tan sencillo.

En estos documentos procuro volcar TODO lo que tengo. Y dada mi experiencia, a la serie de documentos que comencé con la TPI, le debo añadir la DI. Pq la DI y la TPI funcionan muy bien "juntas".

La TPI tiene tres ramas paralelas: la del sentido común, observable en espectro finito (subconjuntos, disjuntos, de potencial cardinal creciente, y "anidado", desde una situación inicial indeterminada, hasta la totalidad de $SNEIs$, como único supremum posible). Su increíble parecido a una función inyectiva por partes, solo que desde el espectro de pares del Dominio, en vez desde el espectro de elementos del Dominio. Y si nos ponemos rigurosos, la imposibilidad de negar que es un equivalente de inyectividad, sin estar obligado a decir que la DI lo es, y viceversa.

Solo es más complicado, se necesita más de un asedio, y lleva mucho más tiempo, pero la técnica del elemento externo podría ser tan irrelevante como la de la doble contradicción. Comprobarlo es tan sencillo como chequear si puedo repetir, lo que me ha sucedido en foros matemáticos, pero en una habitación, con dos grupos diferentes de matemáticos, que luego comparen sus notas sobre mi exposición sobre la DI, a un grupo, y la TPI, al otro grupo. Tiempo total: 4 horas y media, aproximadamente.

Como no creo que eso suceda, seguiré intentando ordenarlo todo y publicarlo en este formato. Así podrán juzgar si la TPI y la DI son "inyectivamente complementarias". Aunque se aceptan invitaciones a charlas informales (públicas). Ya tengo más que comprobado que no importa la calidad de los resultados que ofrezcas, ni aunque superes desafíos que las personas consideran imposibles a priori. Tengo hasta constancia de gente que consideraba el documento de la TPI, "mal escrito", pero absolutamente correcto. Pero no añaden su opinión en Vixra.