:

28042023

EULER EQUATIONS, COMPRESSIBLE AND INCOMPRESSIBLES FLUIDS IN 3D

Guillermo Ayala-Martinez

ayalamartinez1943@gmail.com

Abstract

The equations of the compressible fluid are compared with those of the incompressible fluid in 3D, if there is an analytical solution with constant density it is also for variable density, but the continuity equation must include the variation of the density.

Resumen

ECUACIONES DE EULER, FLUIDOS COMPRESIBLES E INCOMPRESIBLES EN 3D

Se comparan las ecuaciones del fluido compresible con las del fluido incompresible en 3D, si hay una solución analítica con densidad constante también lo es para densidad variable, pero la ecuación de continuidad debe incluir la variación de la densidad.

Ecuaciones del fluido compresible.

(1) $$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0$$

(2) $$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vu)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho wu)}{\partial z}=-\frac{\partial P}{\partial x}$$

(3) $$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho wv)}{\partial z}=-\frac{\partial P}{\partial y}$$

(4) $$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho uw)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vw)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z}=-\frac{\partial P}{\partial z}$$

Derivadas de ρ, ρu, ρv, ρw en la ecuación de continuidad (1)

Derivadas de ρu, $\rho u.u$, $\rho v.u$, $\rho w.u$ en la ecuación componente u (2)

Derivando la (2) y agrupando en dos paréntesis con factor común u, ρ:

(5) $$u\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right)+\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x}$$

El primer paréntesis de u es cero, por incluir la ecuación de continuidad, se pasa la densidad ρ al lado derecho del signo = y la (2) pasa a ser la (6), lo mismo las otras dos (7) y (8).

:

(6) $\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial x}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}$

(7) $\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}$

(8) $\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}$

Las ecuaciones (6), (7) y (8) son las mismas que las del fluido incompresible, el significado físico es que la aceleración del campo de velocidades no depende de la compresibilidad del fluido. El lado izquierdo de las ecuaciones solo contiene las velocidades y sus derivadas, en el lado derecho es la relación entre una fuerza por unidad de volumen y una masa por unidad de volumen, esto es dimensionalmente LT^{-2} aceleración. Si hay un procedimiento analítico para resolver las ecuaciones anteriores, ver bibliografía 3, el resultado deberá corregirse con la ecuación (1) del fluido compresible.

Las ecuaciones (1), (2), (3) y (4) son las utilizadas en los métodos numéricos aplicados a la ingeniería, referencia 4 de la bibliografía.

Referencias

1-William F. Huges, Ph. D. and John Brighton Ph. D. Fluid Dynamics Mc G. H. 1967

2-Puig Adam Ecuaciones Diferenciales . Edit. R. Puig 1980

3-Ayala-Martinez G. Procedure to Solve Navier-Stokes Eqtns. viXra21020075v1

4-AIAA-91-0102 Neal T. Frink, A Fast Upwind Solver for the Euler Equations.