Version 2., 18 Mars, 2023

Note Sur Le Champ de Pesanteur Et La Gravimétrie

Abdelmajid Ben Hadj Salem[1]

[1]*Résidence Bousten 8, Bloc B, Rue Mosquée Raoudha, 1181 La Soukra Raoudha Tunisia.*

E-mail: abenhadjsalem@gmail.com

ABSTRACT:

In this short note, we give some elements on the gravity field and gravimetry. In addition, we will return to applications for altitude definitions and precision leveling observations as well as distance reductions.

RÉSUMÉ :

Dans cette courte note, nous donnons quelques éléments sur le champ de pesanteur et la gravimétrie. En plus, nous reviendrons sur les applications pour les définitions des altitudes et les observations du nivellement de précision ainsi que les réductions des distances.

Table des matières

NOTE SUR LE CHAMP DE PESANTEUR ET LA GRAVIMETRIE

-

ABDELMAJID BEN HADJ SALEM, DIPL.-ING.

A Mon Ami et Collègue Noureddine Hourrigue,
Ingénieur Géographe Général

1 Introduction

la gravimétrie concerne la mesure de la pesanteur g (intensité du vecteur pesanteur $\vec{\boldsymbol{g}}$.

La pesanteur est le résutat de la gravitation (ou l'attraction de la Terre) et de la force d'accélération centrifuge due à la rotation de la Terre autour de son axe.

$$g = g(G, \omega^2, \vec{\boldsymbol{r}}, \rho(\vec{\boldsymbol{r'}}), t) \tag{1.1}$$

où G et ω sont respectivement la constante de gravitation et la vitesse de rotation de la Terre :

$$G = (6.672 \pm 0.004).10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2} \tag{1.2}$$

$$\omega = 7.292115.10^{-5} rd.s^{-1} \tag{1.3}$$

g dépend de la position de la station $\vec{\boldsymbol{r}}$ et de la fonction densité $\rho(\vec{\boldsymbol{r'}})$ des masses.

Dans les problèmes géodésiques en général, on considère que g est indépendant du temps t.

Le vecteur champ de pesanteur $\vec{\boldsymbol{g}}$ dérive d'un potentiel, c'est-à-dire que :

$$\vec{\boldsymbol{g}} = \boldsymbol{grad} W \tag{1.4}$$

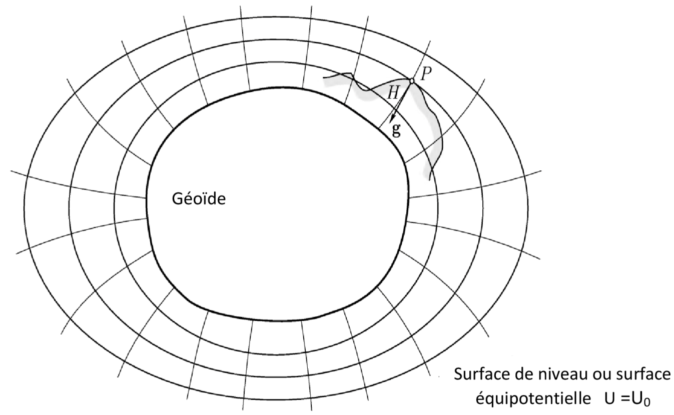

FIGURE 1. Les surfaces équipotentielles $W = W_0$ [1]

où W est appelé potentiel terrestre. Ce potentiel terrestre est la somme d'un potentiel gravitationnel V et d'un potentiel centrifuge Φ tel que :

$$W = V + \Phi \tag{1.5}$$

$$\text{avec } V = G \int\int\int_{Terre} \frac{\rho dv}{l} \tag{1.6}$$

$$\text{et } \Phi = \frac{\omega^2}{2}(X^2 + Y^2) \tag{1.7}$$

Les surfaces telles que $W = constante$ sont appelées surfaces de niveaux ou équipotentielles. Les surfaces équipotentielles ne sont pas parallèles. Par suite, les verticales sont des courbes. La surface équipotentielle coincidant avec le niveau moyen des océans est appelé ***géoïde*** (**Fig. 1**). C'est pourquoi les altitudes au dessus du géoïde c'est-à-dire les altitudes orthométriques sont des altitudes au dessus du niveau moyen des mers.

2 Le Champ Normal

Comme en géodésie géométrique, on utilise un ellipsoïde de référence telle que sa surface est une certaine surface équipotentielle et de masse M (masse de la Terre). Le champ de pesanteur généré par cet ellipsoïde est dit le champ de pesanteur normal U. La gravité ou pesanteur normale est γ, γ est fonction de la latitude géodésique φ. On a la formule suivante [1] :

$$\gamma = 978.0318(1 + 0.0053024sin^2\varphi - 0.0000059sin^2 2\varphi)gal \tag{2.1}$$

1. Association Internationale de Géodésie 1971.

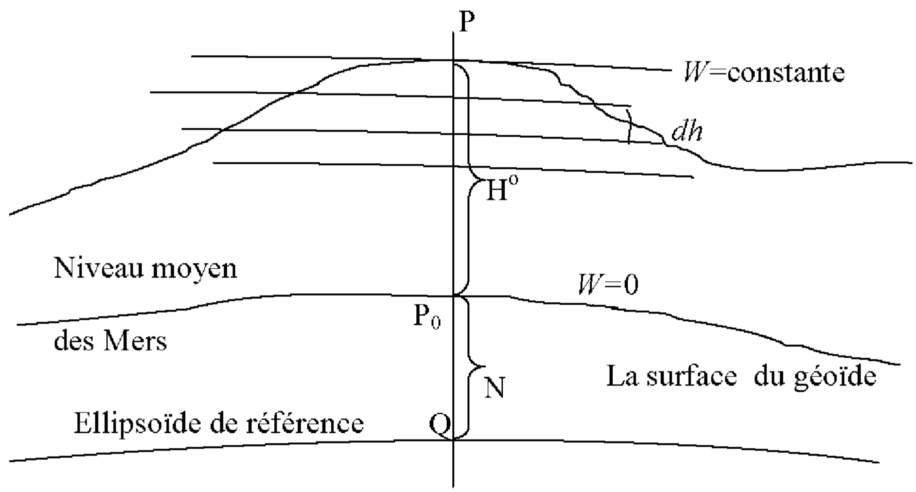

FIGURE 2. Ondulation du géoïde

Avec l'unité :

$$1\,gal = 10^{-2} m.s^{-2} \tag{2.2}$$

$$1\,mgal = 10^{-5} m.s^{-2};\;\; 1\,\mu gal = 10^{-8} m.s^{-2} \tag{2.3}$$

3 Champ Perturbateur

Le champ perturbateur dérive du champ de la pesanteur :

$$T = W - U \tag{3.1}$$

On montre que :

$$N = \frac{T}{\gamma} \tag{3.2}$$

formule de Bruns[2] liant la hauteur du géoïde P_0Q ou ondulation du géoïde au champ perturbateur T et à la pesanteur normale γ (**Fig. 2**).

On appelle anomalie de pesanteur au point P :

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \tag{3.3}$$

2. H. Bruns (1848-1919) : mathématicien et astronome allemand. Il s'est spécialisé notamment dans la géodésie théorique.

g_P est donnée par la réduction de g sur la surface topographique au géoïde. On montre que $N = f(\Delta g)$. Donc, les mesures de $g \Rightarrow \Delta g \Rightarrow$ détermination de l'ondulation du géoïde N.

4 Applications

4.1 Réduction des distances

On a vu que les mesures Δg permettent de connaître N. Or dans les réductions des distances à la surface de référence (l'ellipsoïde), il y a lieu de tenir compte de la hauteur du géoïde.

$$D_0 = D_P \sqrt{\frac{1 - \dfrac{\Delta H^2}{D_P^2}}{\left(1 + \dfrac{H_1}{R}\right)\left(1 + \dfrac{H_2}{R}\right)}} \tag{4.1}$$

$$\text{avec } \; H_1 = h_1 + N_1; \;\; H_2 = h_2 + N_2; \;\; \Delta H = H_2 - H_1 \tag{4.2}$$

4.2 En Nivellement de Précision

On a la formule :

$$W_A - W_B = -\int_A^B g.dh = -\sum g_i dh_i = \Delta \quad \text{(côte potentielle)} \tag{4.3}$$

Pour définir les altitudes, on utilise plutôt :

$$H = \frac{1}{k}\int_0^A g.dh \tag{4.4}$$

Le choix de k détermine le type d'altitudes :

- Si $k = \gamma_{0,45^\circ} = 980.629\, gal$ (altitude $0°$, latitude = $\varphi = 45°$), alors c'est l'altitude dynamique.

- Si $k = g_m$ valeur moyenne de g entre le point sur la surface topographique et le point sur le géoïde, c'est l'altitude orthométrique.

5 Les Techniques de la gravimétrie

Les mesures de g ont commencé au 17ème siècle avec la méthode du pendule.

Les mesures absolues concernent la mesure du temps et de la longueur, les mesures relatives seulement le temps ou la longueur.

5.1 Principe de la mesure absolue de g

Utilisant la chute libre d'une masse, l'intégration de l'équation de mouvement :

$$\ddot{x} = g \tag{5.1}$$

donne :

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}x^2 \tag{5.2}$$

$$\text{avec } x(t=0) = x_0 \text{ , } v(t=0) = v_0 \tag{5.3}$$

avec 3 mesures, on obtient :

$$g = \frac{2(x_3 - x_1)(t_2 - t_1) - (x_2 - x_1)(t_3 - t_1)}{(t_3 - t_1)(t_2 - t_1)(t_3 - t_2)} \tag{5.4}$$

Si $x = 1/2gt^2$, on a alors :

$$\frac{dg}{g} = \frac{dx}{x} - 2\frac{dt}{t} \tag{5.5}$$

avec $\Delta x = 0.2m$, $\Delta t = 0.2s$ $\Delta g = 1\,\mu gal$ $\Rightarrow$ mesures de $x \approx 10^{-8}m$ et $t = 10^{-8}s$ $\Rightarrow$ utilisation de la technique d'interférométrie.

5.2 Principe des mesures relatives

A l'équilibre d'un ressort de coefficient k, on a :

$$m.g = k(l - l_0) \tag{5.6}$$

La période de ce ressort est :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l - l_0}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{5.7}$$

De (5.6), on obtient :

$$\Delta g = \frac{k}{m}\Delta l = \frac{g}{l - l_0}\Delta l \tag{5.8}$$

Références

[1] **W.A. Heiskanen, H. Moritz**. 1967. Physical Geodesy. Freeman, San Francisco. Reprint,1979. Institute of Physical Geodesy, Technical University, Graz, Austria.