Intégration

Antoine Balan

January 18, 2021

Abstract

The integration by parts can define the integration.

1 L'intégration par parties

L'intégrale est définie par l'inversion de la dérivation sur les fonctions lisses réelles qui s'annulent en zéro $\mathcal{C}_0^\infty(\mathbf{R})$. Il en résulte l'intégration par parties :

$$\int_0^x f(t).(\int_0^t g(u)du)dt = \int_0^x f(t)dt.\int_0^x g(t)dt - \int_0^x (\int_0^t f(u)du).g(t)dt$$

2 Caractérisation de l'intégrale

Soit une application I linéaire des fonctions lisses $\mathcal{C}_0^\infty(\mathbf{R})$ qui vérifie :

$$I(f).I(g) = I(I(f).g) + I(f.I(g)) \quad (*)$$

alors il existe h lisse telle que :

$$I(f)(x) = \int_0^x f(t).h(t)dt$$

3 Sur une variété différentielle

Soit M une variété différentielle et I une application des fonctions lisses qui vérifie $(*)$, alors on a :

$$I(f) = \int_{-\infty}^0 e^{tX}(f)dt$$

avec X un champ de vecteurs sur la variété.

References

[B] C.Bär, "Elementary Differential Geometry", Cambridge University Press, USA, 2010.

[Bo] N.Bourbaki, "Eléments de mathématique, Fonctions d'une variable réelle", Springer, Berlin, 2007.

[C] B.Candelpergher, "Calcul intégral", Cassini, Paris, 2009.